

РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д-р Любен Георгиев Вълков,
катедра Приложна математика и Статистика,
факултет Природни науки и образование,
Русенски университет "Ангел Кънчев"
ул. Студентска 8, Русе 7017
e-mail: lvalkov@uni-ruse.bg

на дисертационния труд на **Веселина Иванова Вучева** на тема
"Теоретичен и числен анализ на диференчни схеми за уравнения на Бусинеск"

Със заповед № 34 от 31.01.2020 г. на директора на Института по Математика и Информатика (ИМИ) съм утвърден за член на Научно жури във връзка с процедура за придобиване на образователната и научната степен „доктор“ по докторска програма *"Математическо моделиране и приложение на математиката"* в професионално направление 4.5 „Математика“ от Веселина Иванова Вучева с дисертация на тема *"Теоретичен и числен анализ на диференчни схеми за уравнения на Бусинеск"*, научен ръководител проф. д-р Наталия Колковска. На първото заседание на Научното жури, състояло се на 06.02.2020 г. в ИМИ, съм избран за рецензент.

Представен ми е комплект от материали, който в съответствие с правилника за развитие на академични състав на ИМИ включва следните материали и документи :

- Дисертация;
- Автореферат;
- Списък на публикациите свързани с дисертацията;
- Справки за приносите на дисертационния труд;
- Творческа автобиография.

1. Общо описание на представените материали – монографии, описани статии, свидетелства и патенти, учебници и др.

Веселина Иванова Вучева е родена на 05.10.1984. От 2004 до 2009г. придобива степен Бакалавър по Математика; от 2010 до 2012 - степен магистър, СДК „Учител по математика и информатика“ на Софийски университет „Св. Климент Охридски“, Факултет по математика и информатика.

Тя е работила от 2010 г. до 2019 г. в Минно-геоложки университет „Св. Иван Рилски“ като асистент. От 2016 г. до 2018 г. е редовен докторант в Секция Математическо моделиране и числен анализ, а от 2019 до 2020 - в Българска академия на науки, Институт по математика и информатика като изследовател.

През 2017-2018 г. Веселина Иванова Вучева е била ръководител на Проект 17-30 „Числено изследване на нелинейни дисперсни уравнения от вида на Бусинеск“ по Програма за подпомагане на млади учени и докторанти с научен консултант проф. Наталия Кольковска. Участник е и в Проект DNTS/Russia 02/7 на тема: „Символни и числени методи, алгоритми и тяхната паралелна реализация за решаване на задачи от математическата физика“ с ръководител - доц. Иван Георгиев, 2017-2019 г. Участвала е в проект ФНИ-И 02/9 на тема „Теоретично и числено изследване на нелинейни математически модели“ с ръководител проф. Николай Кутев, 2016-2017г.

Има 5 публикувани статии с SJR, 1 статия с Импакт фактор, участвала е с доклади в 10 конференции.

2. Област на изследванията, актуалност, цели и задачи

Представеният дисертационен труд на Веселина Иванова Вучева е фокусиран в една безспорно актуална и развиваща се област от изчислителната математика и математическото моделиране. Дисертацията е посветена на разработването и изследването на ефективни диференчни методи и числени алгоритми на нелинейни уравнения на Бусинеск.

В дисертацията е разгледана задача на Коши за едномерното Двойно дисперсно уравнение (ДДУ) и Уравнение на Бусинеск от шести ред (УБШР). Уравненията на Бусинеск са хиперболични частни диференциални уравнения с един, два или три дисперсни члена и нелинейност от полиномиален тип.

Тези уравнения участват в редица математически модели, описващи реални процеси. ДДУ се среща при моделиране на надлъжните трептения в нелинейни атомни вериги и при двупосочното разпространение на малка амплитудна вълна на повърхността на плитка вода. Също така ДДУ се появява в дислокационната теория на кристалите, в оптиката и т.н. УБШР участва в някои микро-структурни задачи и в динамиката на повърхностна вълна с малка амплитуда в плитка вода.

Уравненията на Бусинеск могат да се представят във вид на поасоновни (обобщени хамилтонови) системи. Характерно свойство на тези системи е свойството симплектичност, което в случая означава запазване на ориентираната площ.

Важно свойство на уравненията на Бусинеск е, че те имат три инварианти: енергия, маса и момент.

На тази база в дисертацията са поставени и решени следните задачи.

1. Освен точност и устойчивост, важно изискване при избора на числения метод е той да запазва колкото е възможно повече от свойствата на непрекъснатата задача. По тази причина в дисертацията са построени диференчни схеми за уравненията на Бусинеск от четвърти и шести ред, запазващи дискретни аналози за масата, момента, енергията и симплектичността на дискретно ниво.
2. Теоретично изследване на построените диференчни схеми, което включва:
 - определяне на грешката на апроксимация и условието за устойчивост;
 - изследване на сходимостта на дискретното решение към точното;
 - формулиране и доказване на дискретни закони за запазване;
 - оценки за приближено запазване на енергията, масата и момента.
3. Проведени са редица числени експерименти които потвърждават теоретичните резултати, а именно:
 - втори ред на точност за конструираните диференчни схеми;
 - втори ред на сходимост на дискретните инварианти към точните.
 - направено е сравнение на качествените характеристики на разглежданите схеми с известни аналитични резултати.

Резултатите от проведените числени експерименти демонстрират добра числена ефективност.

3. Познаване на състоянието на проблема от страна на дисертанта

В увода на дисертацията е направено подробно описание, класификация и анализ на съществуващите аналитични резултати, числени методи и алгоритми за решаване на поставените задачи за числено решаване на уравненията на Бусинеск. Авторът на дисертацията познава добре разглежданата тематика, актуалното състояние и постигнатите резултати при решаването на поставените задачи.

4. Методология на изследването

Методологията на представените изследвания се основава на фундаментални резултати от области, като функционален анализ, теория на частни диференциални уравнения, числен анализ, числени методи за диференциални уравнения и преди всичко теория на диференчните схеми.

5. Характеристика и оценка на приносите на дисертационния труд

Дисертационният труд на Веселина Вучева съдържа 101 страници, като се състои от увод, 4 глави, заключение и литература, включваща 49 цитирани източници, сред които и 5-те авторски публикации по дисертационния труд. Почти 50% от цитираните източници са публикувани през последните 20 години. В дисертацията има 17 фигури и много таблици.

6. Описание на резултатите по глави

Научната част на дисертацията се състои от: 1. Увод; 2. Общи сведения; 3. Диференчни схеми за уравнението на Бусинеск от 6-ти ред; 4. Диференчни схеми за общото дисперсионно уравнение.

В **Глава 2** (Общи сведения) на дисертацията са формулирани условия за съществуване на решения на уравнението ДДУ във вид на солитон. Намерени са формули на точни решения, които по-нататък се използват при числените експерименти. Представен е метода на Петашвили за числено намиране на решения от вида на бягащи вълни като решения на ОДУ от 4-ти ред. Описани са аналитични резултати, които по-късно са използвани при теоретичните изследвания на диференчните схеми.

В **Глава 3** (Диференчни схеми за уравнението на Бусинеск от 6-ти ред) на дисертацията са построени и изследвани четири диференчни схеми за уравнението на Бусинеск от 6-ти ред.

Най-напред е изследвана линейна (с явна реализация) диференчна схема. Намерени са достатъчни условия от параболичен характер на зависимост между стъпките по време и пространство за устойчивост на диференчната схема.

Втората схема, нова диференчна схема с тегла, от авторката е наречена факторизирана диференчна схема (ФДС). Намерено условие за устойчивостта по начални данни и дясна страна от вида $O(h)$, където h е стъпката по пространство.

Следващите две диференчни схеми се концентрират върху закона за запазване на енергията. Доказани са теореми за сходимост на непрекъснатото решение към дискретното в строгата дискретна норма.

Числени експерименти демонстрират предимства на ФДС пред явната схема по отношение на грешка, изчислително време и точност при дискретния аналог на енергията.

Тези две схеми са построени на базата на записване на уравнението на Бусинеск като обобщена хамилтонова система. Те са изследвани за симплектичност, запазване на енергията, точност и устойчивост. Направени са числени експерименти в случай на квадратична и кубична нелинейности, илюстриращи взаимодействие на две вълни.

В **Глава 4** (Диференчни схеми за общото дисперсионно уравнение) са построени три диференчни схеми за намиране численото решение на ДДУ

(Двойно дисперсно уравнение). За всяка от тях се дефинират дискретен момент, дискретен хамилтониан и дискретна маса.

Трите схеми се различават само в апроксимацията на нелинейния член и са устойчиви при едно и също достатъчно условие за устойчивост. Обаче, след прецизни и красиви оценки, са показани интересни качествени разлики по отношение на запазване на симплектични структури и дискретни моменти на всеки слой по времето. Тези свойства са демонстрирани с подходящи числени експерименти.

7. Критични бележки

Нямам критични бележки, но бих отбелязал следното: дори не срещнах технически грешки при набирането на текста, както често се пише в рецензиите по този повод.

8. Публикации по дисертацията

Дисертационният труд се основава на **5 научни публикации**, от които 1 е публикувана в международно списание с Импакт фактор, **4 са публикувани в сборници от международни конференции с SJR ранг** при изискване от поне три научни публикации, поне една от които да е в списание с импакт-фактор или в специализирано международно издание, според Правилника за специфичните условия за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в ИМИ-БАН. Представените работи са публикувани в периода 2017 г. – 2019 г.

Резултатите в публикациите са получени в рамките на **4 научноизследователски проекта**, които посочихме по-горе.

Получените резултати са представени на редица международни форуми в периода 2017 г. – 2019 г., сред които и специализирани конференции в областта на числените методи.

Авторефератът отразява правилно съдържанието и основните приноси на дисертацията. Той е в обем от 33 страници и съдържа 44 цитирания.

9. Лични впечатления

Познавам Веселина Иванова Вучева от срещи на конференции, където се представя отлично при докладване, като мотивиран за извършване на научна дейност млад човек. От Автобиографията се разбира, че тя е настойчива в целите си и притежава добри организационни умения.

10. Заключение

Дисертационният труд съдържа резултати, които имат научен и научно-приложен принос в областта на изчислителната математика и математическото

моделиране и всички са публикувани в специализирани международни издания с SJR ранг. Представената дисертация отговаря на изискванията на Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), както и на Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и Правилника за специфичните условия за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в ИМИ-БАН.

Изложеното дотук ми дава основание за положителна оценка на представения дисертационен труд, с което предлагам на Научното жури да присъди образователната и научната степен „доктор“ на Веселина Вучева по докторската програма *“Математическо моделиране и приложение на математиката”* в професионално направление 4.5 *„Математика“*.

27.04.2020 г.

Подпис: