

СТАНОВИЩЕ

от доц. д-р Милена Ганчева Димова,

Институт по математика и информатика - Българска академия на науките,
Университет за национално и световно стопанство, София

относно дисертационния труд на

Веселина Иванова Вучева

на тема

„Теоретичен и числен анализ на диференчни схеми за уравнения на Бусинеск“

за присъждане на образователната и научна степен **„доктор“**

в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,
професионално направление 4.5 Математика, докторска програма „Математическо
моделиране и приложение на математиката“

Настоящото становище е изготвено въз основа на заповед № 34 от 31.01.2020 г. на Директора на Института по математика и информатика при БАН и според изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за неговото прилагане, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и съответния правилник на Института по математика и информатика на БАН.

1. Обща характеристика на дисертационния труд

Представеният дисертационен труд е с обем от 100 страници и е структуриран в 4 глави и списък с използвана литература. Дисертацията съдържа 17 фигури, 31 таблици и списък с 49 литературни източника.

Дисертационният труд е посветен на численото изследване на решенията на уравнения от типа на Бусинеск. Тези уравнения описват сложни нелинейни процеси, включващи разпространение на вълни с малка амплитуда в плитки води, вълни в деформируеми кристали, надлъжни вълни в еластичен прът, вълни в диелектрици с нелинейна поляризация и др. В предложения труд изследванията са фокусирани върху две едномерни уравнения от типа на Бусинеск, а именно – двойно дисперсно уравнение (ДДУ) и уравнение на Бусинеск от шести ред (УБШР) със степенни нелинейности. Характерни за разглежданите задачи са законите за запазване на масата, момента и енергията в процеса на еволюция във времето. Запазването на дискретните аналози на тези инварианти са основни изисквания към числените методи за тяхното решаване.

Дисертацията е написана ясно, изложението е последователно и добре структурирано. Докторантът демонстрира разбиране на изследваната проблематика, систематичност и творчески подход.

В *Увода* на дисертацията е направен кратък обзор на известните числени подходи за изследване на решенията на поствениите задачи, формулирани са целите на изследванията, основните резултати, които са описани подробно в Глави 3 и 4.

Глава 2 на дисертацията има спомагателен характер и съдържа резултати, необходими за изследванията в Глави 3 и 4. Тук са формулирани условията за съществуване на частни решения от тип солитон при дадени стойности на параметрите. За УБШР е предствен числен метод, метод на Петвиашвили, за приближено пресмятане на такива частни решения, в случаите, когато не съществуват точни такива.

Тъй като част от предложените диференчни схеми са конструирани след представяне на уравненията на Бусинеск като обобщени хамилтонови сиситеми (или поасонови системи), в тази глава са въведени основни понятия и резултати от теорията на хамилтоновите и обобщените хамилтонови системи. Описани са известни в литературата числени методи за решаване на хамилтонови системи, които запазват характерното за системите свойство симплектичност на дискретно ниво. За пълнота на изложението в Глава 2 са включени известни теоретични резултати, свързани с теоретичния анализ на диференчните схеми.

Глава 3 е посветена на числения анализ на решенията на УБШР, което е по-слабо изследвано в литературата. Конструирани и теоретично са изследвани две диференчни схеми с втори ред на апроксимация и различни условия за устойчивост. Доказано е, че двете схеми запазват дискретната енергия и е изследвана сходимостта на дискретното решение към точното в различни дискретни норми за т.н. факторизирана схема.

След представяне на УБШР като обобщена хамилтонова система са построени две диференчни схеми, едната от които запазва точно дискретната енергия и дискретната маса, а другата е симплектична диференчна схема, която също запазва точно дискретната маса. С цел изследване на сходимостта, точността на схемите и свойствата им да запазват дискретната енергия и дискретната маса са проведени множество числени експерименти върху последователност от вложени мрежи. Реализирани са числени тестове за два основни модела - разпространение на един солитон и взаимодействие на две солитонни вълни при квадратична и кубична нелинейност. За начални данни са използвани както точни солитонни решения, така и такива, получени числено с метода на Петвиашвили. Направени са прецизни сравнения между предложените диференчни схеми и са отчетени предимствата на всяка една от тях.

Обект на изследване в *Глава 4* е двойно дисперсното уравнение. Предложени и изучени са три диференчни схеми, получени след представяне на уравнението като обобщена хамилтонова система и базирани на различна апроксимация на нелинейния член.

Едната схема е симплектична, т.е. запазва симплектичната структура на дискретното решение, запазва точно дискретната маса и запазва дискретната енергия с грешка $O(h^2 + \tau^2)$. За другите две схеми е доказано, че запазват точно дискретната маса, като едната от тях запазва точно още дискретния момент, а другата - дискретната енергия.

По този начин е доказано, че всяка една от предложените схеми в тази глава запазва два от дискретните инварианти точно и апроксимира останалите инварианти с глобална точност $O(h^2 + \tau^2)$.

Свойствата на диференчните схеми са изследвани числено. Използвани са две моделни задачи – разпространение на единична солитонна вълна и взаимодействие на две солитонни вълни при квадратична нелинейност. За изследване на сходимостта на дискретното решение към точното и запазването на дискретната маса, дискретната енергия и дискретния момент са проведени числени експерименти върху последователност от вложени мрежи.

2. Основни научни и научно-приложни постижения

Ще отбележа най-съществените, от моя гледна точка, научни приноси на докторанта.

- За ДДУ и УБШР са конструирани симплектични диференчни схеми на базата на представяне на уравненията като обобщени хамилтонови системи. Доказано е, че схемите запазват точно симплектичната структура на дискретното решение както и дискретната маса.
- Построена е факторизирана диференчна схема за решаване на УБШР, за която е доказана сходимост на дискретното решение към точното решение в дискретни $W_{2,h}^2$ и C_h норми с точност $O(h^2 + \tau^2)$. Тази схема е с достатъчно условие за устойчивост $\tau = O(h)$, има втори ред на точност и запазва точно дискретната енергия.
- Конструирана е диференчна схема за ДДУ, за която е доказано, че запазва точно освен дискретната маса, така и дискретния момент.
- Проведените числени експерименти потвърждават теоретичните резултати относно точността, сходимостта, свойствата на конструираните схеми да запазват дискретните инварианти. Аргументирано са формулирани предимствата на всяка една от предложените схеми.

Дисертационният труд показва, че докторантът Веселина Иванова Вучева притежава задълбочени теоретични познания и професионални умения и демонстрира качества за самостоятелно провеждане на научно изследване.

3. Аprobация на резултатите

Резултатите в дисертацията са представени в 5 публикации: една статия в списание с импакт фактор (Advances in Difference Equations IF: 1.510 за 2018 г.) и 4 статии в трудове на международни конференции, публикувани в реферираните поредици с SJR (едната е приета за печат).

Резултатите са докладвани на общо 8 научни международни конференции.

Всички публикации по дисертацията са в съавторство като приемам за равностойно участието на докторанта в тях.

4. Критични бележки и препоръки

Нямам съществени критични бележки към предоставената ми за становище дисертация. Като препоръка бих отбелязала, че е добре в края на дисертационния труд или автореферата да се посочат перспективите за бъдеща работа по тематиката на дисертацията, както и за прилагане на постигнатите резултати в други бъдещи изследвания.

5. Качества на автореферата

Авторефератът съдържа 34 страници и точно отразява съдържанието на дисертацията. В него е обоснована актуалността на тематиката, формулирани са задачите и целите на изследването, представени са основните научни приноси.

6. Заключение

Въз основа на направения до тук анализ, считам, че представеният дисертационен труд напълно отговаря на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, както и правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и в Института по математика и информатика на БАН.

Постигнатите научни резултати ми дават основание да дам **положителна** оценка на дисертационния труд и убедено да препоръчам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен „доктор” на **Веселина Иванова Вучева** в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма: „Математическо моделиране и приложение на математиката“.

30.04.2020 год.

Подпис:.....

гр. София

(доц.д-р Милена Димова)