

РЕЦЕНЗИЯ

от чл. кор. дмн Стефан Петров Иванов,
професор в СУ „Св. Кл. Охридски“ – ФМИ и ИМИ-БАН

на дисертационен труд за присъждане на образователната и научна степен „доктор“

в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика,

професионално направление 4.5 Математика, докторска програма *Геометрия и Топология*

Автор: *Виктория Герасимова Бенчева-Петрова*

Тема: ДИФЕРЕНЦИАЛНА ГЕОМЕТРИЯ НА ВРЕМЕПОДОБНИ ПОВЪРХНИНИ В ЧЕТИРИ-
МЕРНО ПРОСТРАНСТВО НА МИНКОВСКИ

Научен ръководител: *проф. д-р Величка Милушева - ИМИ-БАН и доц. д-р Милен Христов – ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“*

Общо описание на представените материали

Със заповед № 191 от 02.07.2024.г. на Директора на ИМИ-БАН съм определен за член на научното жури за осигуряване на процедура за защита на дисертационен труд на тема ДИФЕРЕНЦИАЛНА ГЕОМЕТРИЯ НА ВРЕМЕПОДОБНИ ПОВЪРХНИНИ В ЧЕТИРИМЕРНО ПРОСТРАНСТВО НА МИНКОВСКИ за придобиване на образователната и научна степен „доктор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма „Геометрия и Топология“.

Автор на дисертационния труд е Виктория Герасимова Бенчева-Петрова – докторантка в задочна форма на обучени към Секция АГТ на ИМИ-БАН с научни ръководители проф. д-р Величка Милушева от ИМИ-БАН и доц. д-р Милен Христов от ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“.

Представеният от Виктория Бенчева комплект материали на хартиен носител е в съответствие с Чл.36 (1) от Правилника за развитие на академичния състав на ИМИ-БАН, включва следните документи:

- молба до Директора на ИМИ-БАН за разкриване на процедурата за защита на дисертационен труд;
- автобиография в европейски формат;
- протокол от обсъждане на дисертационния труд от разширеното научно звено на Секция АГТ;

- дисертационен труд;
- автореферат;
- списък на научните публикации по темата на дисертацията;
- копия на научните публикации;
- справка за приносите в дисертацията;

Докторантката е приложила по дисертацията 3 публикации в рецензирани списания с Импакт Фактор.

Бележки и коментар по документите нямам.

Кратки биографични данни за докторантката

Кандидатката е родена на 17.09.1991 г. в България. Завършва средното си образование през 2010 г. в ПМГ „Васил Друмев“, Велико Търново. Висше образование получава от ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“ като бакалавър по математика и информатика през 2014 г. и като магистър по технологии за обучение по математика през 2016 г. След това, през периода 2017 и досега е задочен докторант към Секция АГТ на ИМИ-БАН. През периода 2017-2021 г. е асистент в ВТУ „Св. св. Кирил и Методий“. Водила е упражнения по Математически Анализ, Линейна Алгебра, Аналитична Геометрия, Статистика и др. От октомври 2013 и до момента е Програмист на Уеб сайтове, Разработка и дизайн на уеб сайтове и онлайн магазини към "Джи Ес Вижън" ЕООД, гр. Велико Търново.

Актуалност на тематиката и целесъобразност на поставените цели и задачи

В представената дисертация се изучава локалната геометрия на гладки повърхнини в псевдо Евклидово пространство, специално повърхнини в плоско Лоренцово пространство или пространство на Минковски върху които индуцираната метрика е с Лоренцова сигнатура, време-подобни повърхнини. Основен въпрос в локалната теория на повърхнините е намирането на теорема от тип на Боне, именно определяне на минимален брой функции и съответни ЧДУ, които определят повърхнината с точност до движение, псевдо-евклидова изометрия. Представената дисертация е посветена на този основен въпрос за двумерни време-подобни повърхнини в 4-мерно пространство на Минковски. За двумерна време-подобна повърхнина в 4-мерно пространство на Минковски е въведен геометрично определен придружаващ репер във всяка точка на повърхнината, спрямо който е получена съвкупност от геометрични функции и система от частни диференциални уравнения, които определят повърхнината с точност до движение.

Теорията на повърхнините в пространство на Минковски е от изключителен интерес в математиката и математическата физика, тъй като намира приложение в теорията на пространство-времето и теорията на черните дупки, специален клас такива повърхнини, marginally trapped, е въведен и изучаван от световно известният физик Роджер Пенроуз, повърхнини с паралелно векторно поле на средната кривина са изследвани от известни математици и физици като филцовият медалист С.-Т. Яу и др.

С това считам, че тематиката е достатъчно актуална в световен мащаб.

Характеристика, оценка и приноси на дисертационния труд

Представеният за рецензиране дисертационен труд съдържа въведение, изложение в две глави от по 5 и 2 параграфа съответно и списък на цитираните източници. Общият обем на текста е 113 страници на български език, а списъкът на цитираната литература съдържа общо 67 заглавия. Дисертационният труд е базиран на 3 статии, публикувани в международни научни списания с импакт фактор като общият импакт фактор е 2.1.

Във въведението е направен обзор на по-съществените резултати в света в тематиката на дисертацията, описват се проблемите и целите, разгледани в дисертацията, както и получените резултати.

В първа глава е разработена локалната теория на двумерни време-подобни повърхнини в четиримерното пространство на Минковски аналогично на теорията на повърхнините в 4-мерното Евклидово пространство. За различните класове повърхнини е използвана параметризация спрямо различни, специално избрани параметри и са доказани фундаментални теореми – теореми за съществуване и единственост. Съществена разлика с теорията на двумерните повърхнини в Евклидовото 4-мерно пространство, където винаги съществува параметризация спрямо главни линии, е че за времеподобните повърхнини в пространството на Минковски възниква и случай, в който няма главни линии и за този клас повърхнини е приложен нов подход, базиран на изотропните направления на повърхнината, което е съществен принос на дисертантката.

В параграф 1.2 е въведено линейно изображение от тип на Вайнгартен W и две инварианти при смяна на параметрите функции $k=\det(W)$ и $h=-1/2\text{tr}(W)$ като е показано, че функцията h е точно кривината на нормалната свързаност. В случаите когато $h^2-k>0$ и $h^2-k=0$ е изградена теорията на време-подобните двумерни повърхнини в 4-мерно пространство на Минковски аналогично на известната теория на пространствено-подобните повърхнини в

пространството на Минковски, изградена от Ганчев-Милушева, като ще отбележа Твърдение 1.3.1, Теоремите 1.4.1-1.4.5, чиито доказателства са подготовка за доказателството на фундаменталната теорема за съществуване на двумерни време-подобни повърхнини, допускащи параметризация спрямо главни линии, Теорема 1.4.6. Този основен резултат на дисертантката твърди, че 8-те геометрично въведени функции, удовлетворяващи система от 8 ЧДУ, определят време-подобна повърхнина с точност до движение, като за доказателството са необходими специфични нетривиални пресмятания, които дисертантката е демонстрирала.

Основният принос в дисертацията се съдържа в Праграфи 1.4.2, 1.4.3, където за двумерна време-подобна повърхнина без омбилични точки в 4-мерно пространство на Минковски е използвана параметризация спрямо изотропни параметри, въведен е геометричен репер на повърхнината, определен от изотропните направления, определени са 6 геометрични функции и са доказани фундаментални теореми за съществуване от тип на Боне: Теорема 1.4.15, където 6 геометрични функции удовлетворяващи система от 4 ЧДУ, определят време-подобна повърхнина от първи тип с точност до движение, Теорема 1.4.16, където 5 геометрични функции удовлетворяващи система от 4 ЧДУ, определят време-подобна повърхнина от втори тип с точност до движение, Теорема 1.4.17, където 3 геометрични функции удовлетворяващи система от 3 ЧДУ, определят време-подобна повърхнина от трети тип с точност до движение.

В параграф 1.5 са изследвани и характеризирани двумерни време-подобни повърхнини в 4-мерно пространство на Минковски с паралелно нормирано векторно поле на средната кривина H и Гаусова кривина K , като фундаменталната теорема за тях, Теорема 1.5.6 определя еднозначно такава повърхнина, за която $K-H^2 > 0$ или $K-H^2 < 0$, с 3 функции, удовлетворяващи система от 3 ЧДУ, а Теорема 1.5.7 определя еднозначно такава повърхнина, за която $K-H^2 = 0$ с 3 функции, удовлетворяващи система от 2 ЧДУ.

Във втората глава на дисертацията е изследвана локалната геометрия на двумерни време-подобни обобщени ротационни меридианни повърхнини в 4-мерно пространство на Минковски като е приложена вече изградената в Глава 1 теория на двумерните време-подобни повърхнини, като с това са дадени примери, върху които изградената локална теория се проверява.

Определени са два типа такива повърхнини и е показано, че време-подобните обобщени ротационни повърхнини от първи и втори тип без минимални точки в 4-мерно пространство на Минковски са нетривиални Chen-повърхнини. Изследвани са и някои основни класове

време-подобни обобщени ротационни повърхнини, зададени с условия върху Гаусовата кривина, нормалната кривина или векторното поле на средната кривина. Заслужава да се отбележи Теорема 2.1.5, където експлицитно са описани минималните време-подобни обобщени ротационни повърхнини от първи и втори тип, Теорема 2.1.7, която експлицитно определя време-подобните обобщени ротационни повърхнини от първи и втори тип с паралелно нормирано векторно поле на средната кривина и др.

Преценка на публикациите по дисертационния труд

Резултатите от дисертацията са оформени в 3 съвместни с научния ръководител В. Милушева научни статии, публикувани в международни математически списания с импакт фактор, именно Filomat, Turkish Journal of Mathematics и C. R. Acad. Bulg. Sci., като сумарният ИФ е 2.1.

Дисертантката не е представила цитати по дисертацията.

Автореферат

В автореферата са отразени синтезирано основните изследвания в дисертацията като са формулирани както основните така и помощните известни резултати. По мое мнение, авторефератът е направен според изискванията и отразява основните резултати, постигнати в дисертацията.

Критични забележки и препоръки нямам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Дисертационният труд *съдържа научни, научно-приложни и приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката* и отговарят на всички изисквания на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и съответния Правилник на ИМИ-БАН. Представените материали и дисертационни резултати напълно съответстват на специфичните изисквания на ИМИ-БАН, приети във връзка с Правилника на БАН за приложение на ЗРАСРБ.

Дисертационният труд показва, че докторантката Виктория Бенчева-Петрова притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения ~~по научна специалност~~ в профе-

сионално направление 4.5 Математика като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, убедено давам своята **положителна оценка** за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси, и **предлагам на почитаемото научно жури да присъди образователната и научна степен „доктор“** на Виктория Герасимова Бенчева-Петрова в област на висше образование: 4 Природни науки Математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, докторска програма „Геометрия и Топология“.

23.08.2024 г.

Рецензент:

Чл. кор. проф. Стефан Иванов