Институт по математика и информатика
– Българска академия на науките

АВТОРСКА СПРАВКА

за научните приноси в трудовете на

ВИРЖИНИЯ СТОЙНЕВА КИРЯКОВА

представени за участие

в конкурс за професор по 01.01.04. „Мат. Анализ"
(интегрални трансформации и специални функции),

обявен от ИМИ-БАН в ДВ брой 58/ 29 юли 2011 г.

София, септември 2011 **Подпис:** ....

АВТОРСКА СПРАВКА

за научните приноси на

Виржиния Стойнева Кирякова

по конкурс за професор по научната специалност 01.01.04. Математически анализ (интегрални трансформации и специални функции), обявен от ИМИ–БАН в ДВ брой 58 / 29 юли 2011 г.

- **По чл.29, т. 3 от ЗРАСРБ, съотв. чл. 60, т. 3 от ПЗРСАРБ**

НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ:

Общият брой на научните ми публикации е 104, от които: 1 монография, 2 автореферата (за о.н.с. "д-р" [K16] и н.с. "дмн" [K98]), 3 препринта (вкл. едно учебно пособие [K103]) **и 98 научни статии и обзори**. Пълният им списък е даден в *Приложение "10_Pylen_spisyk_publikacii_VKiryakova.pdf"*. От тях 20 броя са с общ ИФ=12.394, цитирани са общо около 600 пъти (с ИФ на цитиранията > 100), и въз основа на индексираните от тях в *Google Scholar* и *Scopus*, два независими източника дават H-индекс (Hirsh index) = 11, G-индекс (Egghe index) = 22.

За участие в конкурса са представени 40 научни труда (вж. *Приложение "11_Trudove_za_Konkursa_VKiryakova.pdf"*). От тях: монографията [K], авторефератът [K98] и 6 броя от статиите (с номера [K52], [K54], [K64], [K67], [K68], [K86]) са използувани и за получаване на н. степен "д.м.н." (2010 г.), а останалите 32 броя не са прилагани за никоя предишна процедура. От представените статии и обзори, 11 броя са в списания с импакт-фактор, с общ ИФ = 9.427.

Представените трудове попадат основно в **следните тематични направления по темата на конкурса**:

А. Обобщени дробни смятания; Б. Обобщения на класически интегрални трансформации; В. Обобщени хипергеометрични функции, нови класи специални функции на дробното смятане; Г. Интегрални трансформации в геометричната теория на функциите; Д. Хипергеометрични функции, радиационни интеграли и резултати, свързани с възможности за численото им пресмятане; Е. Интегрално-трансформационни методи за намиране експлицитни решения на диференциални и интегрални уравнения от произволен цял или дробен ред; Ж. Статии и обзори, популяризиращи авторски и български постижения и/или съвременното състояние на проблематиката по конкурса.

Като свой допълнителен принос към развитието на тази проблематика, считам усилията по създаване на международното специализирано списание [FCAA], което бе прието за индексиране от *Scopus* и *Thomson Reuters*, организацията на поредица международни конференции, ръководството и участието си в научно-изследователски проекти по темата (в т.ч. с чуждестранни участници), и др. дейности в тази област, отразени по-нататък в справката и в приложените за участие в конкурса документи.

А. Обобщени дробни смятания (дробен анализ, или: обобщени оператори за интегриране и диференциране от дробен ред)

Публикации: [K], [K98] // [K40], [K45], [K88], [K89] // [K100]

Терминът "*дробно смятане*" или "*дробен анализ*" (Fractional Calculus) се използува за разширението на класическото диференциално и интегрално смятане (Calculus), когато интегрирането и диференцирането могат да бъдат от произволен (в т.ч. дробен, ирационален, комплексен и чисто имагинерен) ред, т.е. – не непременно целочислен. Най-известните дефиниции на класическите оператори за интегриране и диференциране от дробен ред $\delta > 0$ са т.нар. дробни интеграли на Риман-Лиувил (Р-Л)

$$R^\delta f(x) := D^{-\delta} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\delta)} \int_0^x (x-t)^{\delta-1} f(t)dt, \quad \delta > 0, \text{ или } \Re(\delta) > 0\,. \tag{1}$$

и съответните им дробни прозводни на Р-Л, дефинирани като композиции на производни от цял ред и интеграли от положителен ред:

$$D^\delta f(x) := D^n R^{n-\delta} f(x) = \left(\frac{d}{dx}\right)^n R^{n-\delta} f(x) \tag{2}$$

$$= \left(\frac{d}{dx}\right)^n \left\{\frac{1}{\Gamma(n-\delta)} \int_0^x (x-t)^{n-\delta-1} f(t)dt\right\}, \; n := [\delta] + 1 > \delta, \; [\delta] = \text{цялата част на } \delta.$$

Модифициран и по-общ вариант (с допълнителни параметри $\gamma \in \mathbb{R}$ и $\beta > 0$) са *операторите* (*дробните интеграли*) *на Ердей-Кобер* (Е-К), които използуваме основно във вида

$$I_\beta^{\gamma,\delta} y(x) = \frac{1}{\Gamma(\delta)} \int_0^1 (1-\sigma)^{\delta-1} \sigma^\gamma \, y(x\sigma^{\frac{1}{\beta}}) \, d\sigma\,. \tag{3}$$

От началото на $70^{\text{те}}$ години, редици автори (Кала, Саксена, Сайго, Лъв, Лаундс, и др.) въведоха някои обобщения на операторите на класическото дробно смятане - т.нар. *обобщени оператори за дробно интегриране* от вида

$$Rf(x) = x^{-\gamma-1} \int_0^x \Phi(\frac{t}{x})\, t^\gamma f(t)dt = \int_0^1 \Phi(\sigma)\, \sigma^\gamma f(x\sigma)d\sigma, \tag{4}$$

като заместиха елементарната функция в ядрата на операторите на Р-Л и Е-К с някои *специални функции* $\Phi(\sigma)$ - като функциите на Бесел, Гаус, Хорн, и най-общите G- и H-функции на Майер и Фокс. Но с изключение на по няколко формални твърдения, имитиращи аксиомите на класическото дробно смятане, авторите тогава *не предложиха някаква цялостно разработена теория, нито съответни на* (4) *оператори за обобщено дробно диференциране, или някакви приложения* (освен за операторите на Сайго, прилагани при решаване на гранични задачи за уравнението на Ойлер-Дарбу). *Причините* следва да се търсят в твърде частния, или напротив - прекалено общия избор на специалните функции в ядрата на операторите (4).

В монографията [K] *е разработената цялостна теория на обобщено дробно смятане* (ОДС), *което намира широки приложения към различни области на математическия анализ*, като интегралните трансформации, специалните функции, геометричната теория на функциите, операционното смятане, диференциални и интегрални уравнения от произволен цял или дробен ред, и др.

Обобщените оператори за интегриране и диференциране от произволен (не непременно целочислен) мулти-ред дефинираме с помощта на интегрални (съотв. диференциално-интегрални) оператори от вида (4), чиито ядра са подходящо избраните обобщени хипергеометрични $G^{m,0}_{m,m}$- и $H^{m,0}_{m,m}$-функции на Майер и Фокс. Тук привеждаме само *следната основна дефиниция.*

Нека $m \geq 1$ е цяло и нека $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1 \geq 0, \delta_2 \geq 0, \ldots, \delta_m \geq 0)$, $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \ldots, \gamma_m)$ и $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1 > 0, \ldots, \beta_m > 0)$ са m-торки от реални параметри (векторни индекси), които разглеждаме съответно като мулти-ред $\boldsymbol{\delta}$ на дробното интегриране, мулти-тегло $\boldsymbol{\gamma}$ и допълнителен мулти-параметър $\boldsymbol{\beta}$. Интегралните оператори от вида:

$$I^{\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{\beta},m} f(x) := I^{(\gamma_k),(\delta_k)}_{(\beta_k),m} f(x) := \begin{cases} \int\limits_0^1 H^{m,0}_{m,m}\left[\sigma \left| \begin{matrix} (\gamma_k+\delta_k+1-\frac{1}{\beta_k}, \frac{1}{\beta_k})_1^m \\ (\gamma_k+1-\frac{1}{\beta_k}, \frac{1}{\beta_k})_1^m \end{matrix} \right.\right] f(x\sigma)d\sigma, & \sum\limits_{k=1}^m \delta_k > 0, \\ f(x), \quad \text{ако} \quad \delta_1 = \delta_2 = \cdots = \delta_m = 0, & \end{cases} \tag{5}$$

наричаме многократни (m-кратни) или *обобщени оператори за дробно интегриране на Ердей-Кобер* (Е-К). По-общо, всеки оператор от вида

$$I f(x) = x^{\delta_0} I^{(\gamma_k),(\delta_k)}_{(\beta_k),m} f(x) \quad , \quad \text{с произволно } \delta_0 \geq 0,$$

наричаме накратко *обобщен (m-кратен) дробен интеграл.*

За тях са изведени поредица от операционни свойства, аналози на аксиомите на класическото ДС, които наистина ги характеризират като обобщения на операторите на Р-Л и Е-К (с $m = 1$). Въз основа на т.нар. полугрупово свойство и произтичащата от него символична формула за обръщане (вж. (14), [K98]), както и на изведени от автора диференциални формули за H- (в частност G-) функциите в ядрата на операторите (5), успешно е придаден коректен смисъл на операторите за обръщане вместо символи, зад които се крият разходящи интеграли. Това са диференциално-интегрални оператори, дефинирани по аналогия с (2) като композиции на диференциални оператори от вида на полиноми на $x\, d/x$ от степен $\boldsymbol{\eta} = \eta_1 + ... + \eta_m$, $\eta_k = [\delta_k] + 1$, и обобщени дробни интеграли. Наричаме ги *обобщени дробни производни* и ги означаваме с (виж деф. (15)-(16), [K98]):

$$D^{\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{\beta},m} := D^{(\gamma_k),(\delta_k)}_{(\beta_k),m}, \text{ като обратни, съответно на интегралите } I^{\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{\beta},m}.$$

Параметърът m наричаме кратност на операторите на ОДС, тъй като освен с дефиницията (5), те могат алтернативно да се дефинират като композиции на краен брой m комутиращи (класически) оператори на Е-К от вида (3), без намесата на специални функции. Имаме такава *декомпозиционна теорема*:

$$I^{\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\gamma}}_{\boldsymbol{\beta},m} f(x) = \left[\prod_{k=1}^m I^{\gamma_k,\delta_k}_{\beta_k}\right] f(x) = \underbrace{\int_0^1 \cdots \int_0^1}_{m} \left[\prod_{k=1}^m \frac{(1-\sigma_k)^{\delta_k - 1} \sigma_k^{\gamma_k}}{\Gamma(\delta_k)}\right] f(x\sigma_1^{\frac{1}{\beta_1}} \ldots \sigma_m^{\frac{1}{\beta_m}})\, d\sigma_1 \ldots d\sigma_m. \tag{6}$$

Декомпозиция от този тип е възможна поради удачния избор на специалния тип G- и H-функции в ядрата на (5), а именно с редове $(m, 0, m, m)$. Предимството на нашия подход е, че от една страна – вместо със сложни повторни интегрирания (и диференцирания), можем да оперираме лесно и удобно с еднократни интегрални и диференциално-интегрални оператори. *Хубавите и компактно записващи се свойства на използувания клас специални функции*, които обхващат всички специални функции в единна схема, позволяват ефективно извеждане на пълна система от операционни правила, трансформационни свойства, конволюционна структура и образи за обобщените дробни интерали и обобщени дробни производни. От друга страна, изключително честата употреба на класическите оператори на дробното смятане (на Ердей-Кобер и Риман-Лиувил) и на техни композиции при решаване на разнообразни задачи както от анализа, така и от приложни дисциплини вън от математиката, дава *ключа към големия брой приложения* и на разработената тук теория, и на нейните следствия за редица по-частни дробни смятания или други класи оператори, разработвани през последните 40 години от много автори.

Може да се приведе дълъг *списък на оператори* не само на дробното смятане (класическо и обобщено), но и на много други интегрални и диференциални оператори, използувани в анализа и изучавани от други автори, които се получават от операторите на обобщеното дробно смятане с конкретен избор на параметрите $m, \delta_k, \gamma_k, \beta_k$. Такива са например: операторите на Риман-Лиувил и Ердей-Кобер, трансформацията на Успенски (използувана от П. Русев при представяния на аналитични функции с редове по полиномите на Лагер), операторът L_α използуван от Л. Илиев в теорията на целите функции на Лагер, операторите на Гелфонд-Леонтиев генерирани от експоненциалната и Митаг-Лефлеровата функция, производните на Рушевайх, линейните интегрални и диференциални оператори в теорията на еднолистните функции (на Бернарди, Комату, Либера, Карлсон-Шафер, Ова и Сривастава, и др. (вж. т. Г), всичките с $\mathbf{m=1}$; хипергеометричните оператори на Лъв, Саксена, Кала, Шпринкхуизен-Куипер, Сайго, Хохлов ($\mathbf{m=2}$); при $\mathbf{m=3}$ – операторите на Маричев и Сайго съдържащи F_3-*функцията на Хорн*(наричана още функция на Апел. За произволно $\boldsymbol{m} \geq \mathbf{2}$, най-характерните оператори от вида $D_{\boldsymbol{\beta},m}^{\boldsymbol{\delta},\boldsymbol{\gamma}}$ са *хипербеселовите оператори на Димовски*, свързани с трансформацията на Обрешков (виж детайли в т. Б), които се оказват обобщени "дробни" производни $B = x^{-\beta} D_{(\beta,\ldots,\beta),m}^{(\gamma_k)_1^m,(1,\ldots,1)}$ от целочислен мулти-ред. Примери на оператори, в които H-функцията от (5) не може да се замени с G-функция на Майер (както е при хипребеселовите оператори), са т.нар. многократни оператори на Джрбашян-Гелфонд-Леонтиев, генерирани от мулти-индексните функции на Митаг-Лефлер (т. В), и други дробно-индексни аналози на диферинтеграли от класическия анализ (например операторите на Дзиок-Сривастава от [K99], т. Г); многократните оператори на Райт-Ердей-Кобер от [K89]; и др.

Друг тип декомпозиционни теореми за обобщените дробни интеграли (5), посредством трансформацията на Лаплас и нейната обратна трансформация, са изведени в статията [K45]. Нейните резултати са коментирани по същество в т. Б.

Съществено *новите резултати в представените публикации* [K88], [K89], в сравнение с тези в Глави 1 и 5 на дисертацията [K98], са свързани с разглеждането на оператори за обобщено дробно смятане, с още m допълнителни параметри $\lambda_k > 0$, и следователно нови степени на общност. В опитите си да обобщят теорията от монографията [K], Калла, Галуе и Сривастава *въвеждат оператори на обобщеното дробно смятане със структура съвсем подобна на тази на обобщените дробни интеграли (5), но с различни параметри в първия и втория ред* на ядрената H-функция:

$$\widetilde{I}f(x) = I^{(\gamma_k),(\delta_k)}_{(\beta_k),(\lambda_k),m} f(x) := \int\limits_0^\infty H^{m,0}_{m,m}\left[\sigma \left| \begin{array}{c} (\gamma_k+\delta_k+1-\frac{1}{\beta_k}, \frac{1}{\beta_k})_1^m \\ (\gamma_k+1-\frac{1}{\lambda_k}, \frac{1}{\lambda_k})_1^m \end{array} \right.\right] f(x\sigma)d\sigma, \text{ if } \sum_{k=1}^m \delta_k > 0. \tag{7}$$

В случая когато $\forall\delta_k = 0$ и $\forall\lambda_k = \beta_k$, $k = 1, \ldots, m$, това е идентитетът: $\widetilde{I}f(z) = f(z)$.

Двете статии на тези автори по тази тема обаче са изпълнени с некоректни дефиниции и множество технически (навярно) грешки. Останалото е повторение на техниката използувана в предишни трудове на автора. По същество, операторите (7) са композиции на по-общите “*оператори за дробно интегриране на Райт-Ердей-Кобер*” (вместо оператори на Ердей-Кобер), които съдържат в ядрото си и функцията на Бесел-Майтленд (Райт-Бесел), като $\beta > \lambda > 0, \delta \geq 0, \gamma \in \mathbb{R}$:

$$W^{\gamma,\delta}_{\beta,\lambda} f(x) := I^{\gamma,\delta}_{\beta,\lambda,1} f(x) = \lambda \int\limits_0^\infty \sigma^{\lambda(\gamma+1)-1}\, J^{-\lambda/\beta}_{\gamma+\delta-\lambda(\gamma+1)/\beta}(\sigma^\lambda)\, f(x\sigma)d\sigma. \tag{8}$$

В статията [K89] предлагам коректните дефиниции и резултати за тези нови оператори (7). По същество, тези оператори и техните свойства са приложени по-нататък в [K89] към теорията на т.нар. специални функции на дробното смятане (обобщените хипергеометрични функции на Райт), като са предложени тяхна класификация и нови интегрални и диференциални представяния. За детайли, виж т. В.

Друг тип обобщени оператори за дробно интегриране са въведени и изследвани в статията [K40]. Те са от типа на операторите на Ердей-Кобер (съответно ляво- и дясно-странни), но съдържат в долния си индекс n-векторен параметър $(\lambda_1, ..., \lambda_n)$, свързан с функцията-ядро, която в този случай е H-функция на n променливи. Също както във формалната теория на обобщените дробни смятания (напр. Кала, 1979-1980 г, за разлика от тази в монографията [K]), се извеждат някои основни свойства на тези оператори (дефинирани с (2.1)-(2.2), [K40]), основани на техниките на трансформацията на Мелин (Т.1, Т.2), формула “за интегриране по части”, формули за обръщане, някои операционни свойства и частни примери.

В обзорната статия [K100] е направен опит да се популяризира *неразривната връзка между “трите кита” в тематиката “интегрални трансформации и специални функции” на дисцилината математически анализ* (като тема на настоящия конкурс). От една страна, операторите за обобщено дробно смятане не са нищо друго освен един от трите типа обобщени интегрални трансформации от конволюционен тип, и съдържат в ядрата си специални функции (G-функцията на Майер - като събирателен образ на на класическите такива, и H-функцията на Фокс - като обхващаща дори новите класове “специални функции на дробното смятане”). От друга страна, съвременната теория на специалните функции се облагодетелства от приложенията на класическото и обобщеното дробно смятане (виж т. В), които доведоха до съществено нов поглед към тях като към три основни класа функции, твърде сходни с тригонометричните, експоненциалните и функциите от вида $x^\alpha(1-x)^\beta$ ([K98] и статии [K88], [K89]). Така се извеждат и много нови интегрални и доференциални представяния за специалните функции, аналогични на интеграла на Поасон, интеграла на Ойлер и формулите на Родриг. Обобшените интегрални трансформации, от трета страна, се дефинират с помощта на специалните функции G- и H-, а също като трансмутации на класическите трансформации (например Лапласовата) получени с операторите на дробното смятане.

Б. Обобщения на класически интегрални трансформации

Публикации: [K], [K98] // [K34], [K44], [K45], [K65], [K66], [K67], [K80] // [K101]

През 1966 г. и в последващи публикации, Димовски въвежда днес наричаните *хипербеселовите диференциални оператори* от произволен ред $m \geq 1$, от вида

$$B = x^{\alpha_0}\frac{d}{dx}x^{\alpha_1}\frac{d}{dx}\dots x^{\alpha_{m-1}}\frac{d}{dx}x^{\alpha_m} \;:= x^{-\beta}\prod_{k=1}^{m}\left(x\frac{d}{dx}+\beta\gamma_k\right), \qquad 0<x<\infty \ , \tag{9}$$

с реални параметри $\{\alpha_k, k=0,...,m\}$, или $\{\beta>0,\ \gamma_k, k=1,...,m\}$. Въведената и изучавана за други цели от Никола Обрешков (1958 г.) интегрална трансформация е преоткрита от Димовски като подходящ аналог на трансформацията на Лаплас за целите на операционно смятане за операторите B и техните линейни десни обратни, хипербеселовите интегрални оператори L. Много чуждестранни математици, преди и години след това, незапознати с общата *трансформация на Обрешков* и с теорията на Димовски, са повтаряли откъслечни резултати за техни съвсем частни случаи (вж. [K], Гл. 3, §3.10; също [K80]). Значимостта на операторите от беселов тип (9), на трансформацията на Обрешков и на разработките за тях, с вече *международно признат български приоритет*, се определя от факта, че те са свързани с основните сингулярни диференциални оператори от произволен (*цял*) ред, възникващи в задачи на математическата физика.

В обзорната статия [K80] са представени резултатите върху интегралната трансформация на Обрешков, получени от гледна точка на обобщеното дробно смятане и с помощта на G-функциите на Майер: конволюции, диференциални свойства, абелеви и тауберови теореми, формули за обръщане, образи на основни функции, връзка с лапласовата трансформация. Показано е, че всички известни резултати на други автори, свързани с частни случаи на такива трансформации от лапласов тип, се включват в предложената схема. Приносът на автора за развитие на тази теория е в "досещането", че ядрото

$$K(x)=\int_0^\infty\dots\int_0^\infty \exp\left(-u_1-\dots-u_{m-1}-\frac{x}{u_1\dots u_{m-1}}\right)\prod_{k=1}^{m}u_k^{\gamma_m-\gamma_k-1}du_1\dots du_{m-1}, \tag{10}$$

на трансформацията на Обрешков:

$$\mathcal{O}\{f(x);s\}=\beta\int_0^\infty K\left[(xs)^\beta\right]\ x^{\beta(\gamma_m+1)-1}\ f(x)dx, \tag{11}$$

може да се представи като известна специална функция, а именно като G-функция на Майер. Новата дефиниция на трансформацията, във вида

$$\mathcal{O}\{f(x);s\} = \beta s^{-\beta(\gamma_m+1)+1} \int\limits_0^\infty G^{m,0}_{0,m}\left[(xs)^\beta \middle| \begin{matrix} - \\ (\gamma_k - \frac{1}{\beta}+1)_1^m \end{matrix}\right] f(x)dx, \qquad (12)$$

и използуването на G-функциите при хипербеселовите оператори и уравнения позволява съществено опростяване на всички разглеждания, пресмятания и доказателства. Всъщност, хипребеселовите оператори B, L се оказват обобщени дробни производни и интеграли (в смисъла на т. А), чиито ядра са $G^{m,0}_{m,m}$-функции, но с целочислени компоненти на мулти-реда, $(\delta_1, ..., \delta_m) := (1, 1, ..., 1)$.

В [K44], общите теоретични резултати върху диференциалните оператори от типа на Бесел (хипербеселови, от произволен ред m $>$ 2) са конкретизирани и разработени за случаите на оператори от 3-ти и 4-ти ред, за да се изтъкне съществената роля на функциите на Майер и на трансформациите от типа на Поасон-Димовски (трансмутационни оператори, които представяме като обобщени дробни интеграли) дори в тези "по-обозрими" случаи. Изучават се т.нар. оператори на Бесел-Клифорд и свързаните с тях функции на Бесел-Клифорд от 3-ти и 4-ти ред и се намират явно решенията на съответните диференциални (хомогенни и нехомогенни) и интегрални (от типа на Волтера, 2-ри род) уравнения.

Оказва се, че както хипербеселовите функции на Делерю са собствени функции на оператори, свързани с трансформацията на Обрешков, така техните "дробно-индексни" аналози: *мулти-индексните функции на Митаг-Лефлер* (вж. т. В),*генерират нов клас обобщени оператори за интегриране и диференциране на Гелфонд-Леонтиев*, които са характерни примери за оператори на обобщеното дробно смятане (5) (виж т. А), и съдържат като ядра по-общите $H^{m,0}_{m,m}$-функции на Фокс. За тези оператори, в [K67] е изследвана по-подробно въведената от Кирякова (напр. в [K51]) "*многократна интегрална трансформация на Борел-Джрбашян*", от типа на трансформацията на Лаплас:

$$\mathcal{B}(s) = \mathcal{B}_{(\rho_i),(\mu_i)}\{f(x);s\}$$

$$= \int\limits_0^\infty H^{m,0}_{0,m}\left[sx \middle| \begin{matrix} - \\ (\mu_i - \frac{1}{\rho_i}, \frac{1}{\rho_i}) \end{matrix}\right] f(z)dz = \frac{1}{s}\int\limits_0^\infty H^{m,0}_{0,m}\left[sx \middle| \begin{matrix} - \\ (\mu_i, \frac{1}{\rho_i}) \end{matrix}\right] \frac{f(x)}{x}dz. \qquad (13)$$

Изучени са основните свойства на тази H-трансформация: операционни зависимости, конволюции, образи на основни функции, формули за обръщане - вкл. в комплексна област, и в реална област (с техниката на Хиршман-Уиддер, вместо с тази използувана от Обрешков). Трансформацията от [K51], [K67] включва еcтвествено както трансформацииите на Борел и Джрбашян (за $m = 1$), така и тази на Обрешков (11)-9120 (за произволна кратност $m > 1$). Този "*дробно-индексен*" *аналог на трансформацията на Обрешков*, свързан с оператори за диференциране от дробен мулти-ред $(\delta_1, ..., \delta_m)$ с формалното представяне

$$\mathcal{D} = x^{\alpha_0}(\frac{d}{dx})^{\delta_1}x^{\alpha_1}(\frac{d}{dx})^{\delta_2}\dots x^{\alpha_{m-1}}(\frac{d}{dx})^{\delta_m}x^{\alpha_m}\ , \qquad 0 < x < \infty\ , \qquad (14)$$

е засега *най-общата интегрална трансформация от типа на трансформацията на Лаплас*, свързана с конкретни диференциални оператори като тяхна операционна основа, виж [K101].

Този факт е осветлен в обзорната статия [K101], в която правим популярен паралел на добре познатите свойства и зависимости между {класическото диференциране – експоненциалната функция – трансформацията на Лаплас}, и в нашия обобщен случай, между: {хипербеселовите оператори, по-общо операторите на Гелфонд-Леонтиев за диференциране от произволен дробен мулти-ред – хипербеселовите функции, по-общо въведените от автора мулти-индексни функции на Митаг-Лефлер – трансформацията на Обрешков, съответно дробно-индексния ѝ аналог}. Показана е и методиката на "генериране" (Т. 4) на обобщения на трансформацията на Лаплас, посредством нейни "трансмутации" породени от оператори за обобщено дробно смятане (т. А) в ролята на трансформации от типа Сонин-Димовски.

Добре известната връзка между интегралните трансформации и дробното смятане е засегната и в статията [K34]. Разглежда се двумерна H-интегрална трансформация от вида

$$\mathcal{H}(p,q) := \int_b^\infty \int_d^\infty (px)^{\rho-1} H_{P,Q}^{M,N}\left[(px)^k \middle| \begin{matrix} (a_P, A_P) \\ (b_Q, B_Q) \end{matrix}\right] \times (qy)^{\sigma-1} H_{P_1,Q_1}^{M_1,N_1}\left[(qy)^l \middle| \begin{matrix} (\gamma_{P_1}, C_{P_1}) \\ (\delta_{Q_1}, D_{Q_1}) \end{matrix}\right] F(x,y)dxdy. \qquad (15)$$

За такава трансформация, и аналогичната ѝ, при която индексите M, N, P, Q са увеличени с 1, е показана връзка посредством двумерните оператори на Ердей-Кобер (от типа на Вайл), от предишна публикация [K7]. Като илюстрация са приведени някои частни случаи, например за двумерната трансформация на Уиттъкер, двумерната трансформация на Лаплас, за по-прости трансформации от същия тип с ядра G-функциите на Майер, и др.

Друга връзка – между трансформацията на Лаплас, обратната трансформация на Лаплас и операторите за обобщено дробно смятане от [K] и т. А, е разгледана в статията [K45]. Показано е (Т.1), че обобщените оператори за дробно интегриране се преставят като композиции, последователно на обратни трансформации на Лаплас $\mathcal{L}^{-1}$ и трансформации на Лаплас $\mathcal{L}$, от вида

$$I_{\beta,m}^{(\gamma_k)_1^m,(\delta_k)_1^m} f(x^{1/\beta}) = x^{-(\gamma_1+\delta_1)}\mathcal{L}^{-1}\left\{x^{\gamma_1-\gamma_2-\delta_2}\mathcal{L}^{-1}\right. \qquad (16)$$
$$\left. \times \left\{\ldots \mathcal{L}\left\{x^{\gamma_{m-1}-\gamma_m-\delta_m}\mathcal{L}^{-1}\left\{x^{-\delta_m}\mathcal{L}\left\{x^{\gamma_m} f(x^{1/\beta})\right\}\right\}\right\}\right\}\right\}.$$

Този резултат е в стила на декомпозиционните теореми за обобщени интегрални трансформации на Глеске-Сайго и др. автори, с изполуване техниката на трансформацията на Мелин. Илюстрирани за частни случаи с декпомпозиции на операторите на Ердей-Кобер, Сайго и др.

В статиите [K65], [K66] е решен откритият проблем от монографията на Кирякова [K] за *намиране на аналози на класическата трансформация на Ханкел, съответни на хипербеселовите диференциални и интегрални оператори от произволен ред* $m > 1$, така както трансформацията на Обрешков е съответното обобщение на трансформацията на Лаплас. Намерени са такива обобщени интегрални трансформации от Ханкелов тип – в общия случай те са несиметрични интегрални трансформации, съдържащи в ядрата си отново G-функции на Майер, но от тип $G_{0,2m}^{m,0}$-, различен от този при трансформацията на Обрешков. Тук се прокрадва аналогията с класическите интегрални трансформации: при cos-Фурие трансформацията ядрото е косунусовата функция, при Ханкел - ядрото е функцията на Бесел J_ν, докато при Лаплас ядрото е експоненциалната функция, а при трансформацията на Майер (като съответна на Лапласовата) ядрото е функцията на Макдоналд K_ν. При специална зависимост между параметрите на хипербеселовия диференциален оператор от четен ред $2m$ (за класическия оператор на Бесел: $m = 1$), а именно ако $\gamma_j + \gamma_{j+m} = \frac{1}{\beta} - 1, j = 1, \ldots, m$, получаваме и симетрична трансформация от типа на Ханкел. Доказани са основни операционни свойства на новите трансформации (несиметрична и симетрична). Съществено се използува техниката на трансформацията и мултипликаторите на Мелин и на G-функциите.

В. Обобщени хипергеометрични функции, нови класи специални функции на дробното смятане

Публикации: [K], [K98] // [K64], [K69], [K88], [K89], [K90], [K94], [K96] // [K100], [K103]

Като предходни резултати по темата, съдържащи се в монографията [K] и в [K58] (една от най-често цитираните публикации), ще споменем предложения *единен подход към специалните функции на математическата физика* (в смисъл на ${}_pF_q$-функциите), на базата на обобщеното дробно смятане. Всички тези функции се разглеждат като обобщени дробни интеграли или производни (чиито ядра са G-функции на Майер) от 3 основни елементарни функции (в зависимост от това дали $p < q$, $p = q$ или $p = q+1$). Намерените нови интегрални и диференциални представяния на тези 3 класи специални функции предлагат числени алгоритми и процедури за пресмятането им (вж. някои примери в т. Д).

По-новите резултати са свързани с въведените от автора ([K51], [K62]) аналози на функциите на Митаг-Лефлер (М-Л) с векторни индекси (мулти-индекси, m-индекси), наречени “*мулти-индексни функции на Митаг-Лефлер*”:

$$E^{(m)}_{\frac{1}{\rho},\boldsymbol{\mu}}(z) := E_{(\frac{1}{\rho}_i),(\mu_i)}(z) := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\mu_1+k/\rho_1)\ldots\Gamma(\mu_m+k/\rho_m)}\ , \tag{17}$$

където $\rho_1, \ldots, \rho_m > 0$ и $\mu_1, \ldots, \mu_m$ са произволни m-торки реални (комплексни) числа.

Тези функции са детайлно изследвани в публикацията [K64] като цели функции от съответен ред и тип, определени чрез горните параметри (Т.2.2, [K64]).

Напоследък има засилен интерес към сравнително новото понятие *специални функции на дробното смятане* (СФ на ДС). Те играят важна роля като решения на диференциални и интегрални уравнения и системи от дробен ред (и мулти-ред), които моделират по-адекватно сложни управленски, инженерни, физически, химически, икономически, биологични и др. процеси. Това са специални функции, които в случая на *истински нецял* ред *не могат* да се включат в досега разглежданата схема на G-функциите на Майер и на обобщените хипергеометрични функции ${}_pF_q$. Всички тези функции, свързани с дробното смятане, попадат в по-широкия клас на H-функциите на Фокс, и по-конкретно - на т.нар. *обобщени хипергеометрични функции ${}_p\Psi_q$ на Райт (Фокс-Райт)*:

$$
{}_p\Psi_q\left[\begin{array}{c}(a_1,A_1),\ldots,(a_p,A_p)\\(b_1,B_1),\ldots,(b_q,B_q)\end{array}\middle| z\right]=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\Gamma(a_1+kA_1)\ldots\Gamma(a_p+kA_p)}{\Gamma(b_1+kB_1)\ldots\Gamma(b_q+kB_q)}\ \frac{z^k}{k!}
$$
$$
=H^{1,p}_{p,q+1}\left[-z\middle|\begin{array}{c}(1-a_1,A_1),\ldots,(1-a_p,A_p)\\(0,1),(1-b_1,B_1),\ldots,(1-b_q,B_q)\end{array}\right]. \tag{18}
$$

Оказва се, че мулти-индексните функции на М-Л (17) са характерни примери на ${}_p\Psi_q$- функциите на Райт и на -функциите на Фокс, а също и "дробни аналози" на хипербеселовите функции. В [K64], [K88] са изследвани техни основни свойства, вкл. интегрални преставяния, асимптотични оценки, връзка с обобщените оператори на дробното смятане (5), и оттам - се показва, че те са решения на диференциални уравнения от дробен мулти-ред $(\frac{1}{\rho_1},...,\frac{1}{\rho_m})$ от типа $\mathcal{D}y(\lambda z)=\lambda y(\lambda z)$, с оператори $\mathcal{D}$ от типа (14).

В публикацията [K69] са продължени разглежданията от [K64], като се набляга на връзката на специалните функции (17) с операторите на класическото дробно смятане (ляво- и дясно-странни интеграли и производни на Р-Л и Е-К).

Многобройни са примерите на мулти-индексни функции на М-Л, прилагани за решаване на задачи от различен характер, чиито математически модели съдържат оператори на дробното смятане. Те включват както класическата функция на М-Л ("кралица на дробното смятане"), функцията на грешките, непълната гама-функция; така и 2×2-параметричните функции на Джрбашян (от публикация само на руски език от 1960 г), функциите на Бесел, Ломел, Струве, Ейри, Работнов, Майнарди, хипер-беселовите функции, и т.н. Списъци с такива примери и техните приложения в механиката, физиката, теорията на управлението, както и резюме на свойствата им, са дадени в обзорите [K90] и [K94]. В последния се отделя внимание на приносите на съавторите, Кирякова - за теоретичното им изследване, и Лучко – за развитие на съответни операционни смятания и за решаване на гранични задачи от типа (26) в [K94].

Статията [K88] предлага нов резултат, свързан с обобщение на *представянето на функцията на Бесел чрез интеграла на Поасон*, от косинусовата функция. В предишни трудове (като [K13],[K18], [K]), предложихме такова обобшение за хипербеселовите функции свързани с операторите (9) от m-ти ред, с помощта на трансформация на Поасон-Димовски (П-Д) от косинусовите функции от ред m. Това са решенията $y(x)=\cos_m(x)$ на началната задача: $y^{(m)}(x)=-y(x)$, $y(0)=1, y'(0)=\ldots=y^{(m-1)}(0)=0$. Тази трансформация (П-Д) бе представена като оператор за обобщено дробно интегриране съдържащ G-функцията на Майер. В тази работа се извежда подобен резултат за мулти-индексните функции на М-Л (17) като дробно-индексни аналози на хипребесловите функции. Като "трансмутация" между тях и обобшените косинуси от m-ти ред, се използува обобшение на трансформацията на Поасон-Димовски, представима като обобщен дробен интеграл от новия вид (7), а именно (Т.8, [K88]):

$$
E_{(\frac{1}{\rho}_i),(\mu_i)}(-z)=c^*\int_0^1 H^{m,0}_{m,m}\left[\sigma\middle|\begin{array}{c}(\mu_k-1/\rho_k,1/\rho_k)_1^m\\(k/m-1,1)_1^m\end{array}\right]\cos_m\left(m(z\sigma)^{1/m}\right)d\sigma. \tag{19}
$$

Аналогично, но по-общо представяне от типа на Поасон е намерено в статията [K89] и за случая на произволна обобщена хипергеометрична функция (о.х.ф.) ${}_p\Psi_q(z)$ от "Беселово-тригонометричен тип" (с $p < q$), както и нови интегрални и диференциални представяния на о.х.ф. ${}_p\Psi_q(z)$ от "изроден тип" и от "Гаусов тип" (с $p = q$ и $p = q + 1$). Те са предмет на поредица теореми и леми, представени в [K89] и са резюмирани в *следното важно твърдение* (Т. 14, [K89]), характеризиращо и класифициращо (по горе-споменатия начин) специалните функции на дробното смятане:

Всички обобщени хипергеометрични функции на Райт ${}_p\Psi_q$ (т.е. специалните функции на дробното смятане) могат да се представят като обобщени (q-кратни) дробни диферинтеграли от типа на Р-Е-К (от вида (7), или съответните дробно-диференциални изрази), от една от следните 3 основни функции :

$$\cos_{q-p+1}(z) \ (\text{за } \ p<q)\,, \ \ z^{\alpha}\exp z \ (\text{за } \ p=q)\,, \ \ {}_1\Psi_0\left(z;(\beta,B)\right) \ (\text{за } \ p=q+1). \qquad (20)$$

В светлината на споменатия по-рано подход за дефиниране на специалните функции с помощта на формули на Родриг, подобно на класическите ортогонални полиноми, но с дробни диференцирания, е публикацията [K96]. В нея се въвеждат и изследват специални функции от типа на Льожандър, наречени изместени функции от типа на Льожандър, посредством формула на Родриг с дробната производна D_*^α на Капуто (модификация на производната на Р-Л, в чиято дефиниция редът на диференцирането и интегрирането е разменен, с цел по-удобни практически приложения):

$$P_\alpha^{(\beta,\gamma)}(x) := \frac{D_*^\alpha\left(x^\beta(1-x)^\gamma\right)}{\Gamma(\alpha+1)}\,. \qquad (21)$$

Когато $\alpha = \beta = \gamma = n \in \mathbb{N}_0$, тази функция се редуцира до изместените полиноми на Льожандър $L_n(x; 0, 1)$, които са ортогонални върху интервала $(0, 1)$. Изведени са някои рекурентни зависимости, диференциални свойства, представяне чрез редове по хипергеометричната функци на Гаус, и в един частен случай ($\beta = \gamma = n + \nu, \alpha = n$) - ортогоналност на тези функции върху $(0, 1)$.

Връзката между теорията на разглежданите специални функции и темите от т. А и т. Б, е коментирана в обзора [K100]. *Наръчникът* [K103], издаден засега като брошура-препринт (74 стр.) на ИМИ, е израз на философията на автора, че на специалните функции (класически и нови такива, свързани с дробното смятане) е по-лесно и възпитателно да се гледа като на представители на G-функциите на Майер и H-функциите на Фокс. Достатъчно е да се познават дефинициите и компактно-записващите се основни свойства (на една-две страници) на тези обобщени хипергеометрични функции, и да се има под ръка списъка от Частта С, [K103], за да може дори начинаещ да борави със специалните функции, вместо да рови из многобройни справочници или да обременява съзнанието си с всевъзможните факти за т.нар. *функции с имена*: Бесел, Гаус, Ермит, Лагер, Трикоми, Льожандър, Чебишев, Уиттъкер, Макдоналд, Струве, Ломел, и т.н., и т.н. Като се добави и подходът от публикациите [K], [K58], [K61], синтезиран и обобщен в [K89], т.е. твърдението (20), за един инженер или представител на приложна наука би било по-полезно да узнае, че например функцията, от която се нуждае прилича на косинус или функция на Бесел, или на експонента, например. С точност до... оператор за обобшено дробно интегриране.

Г. Интегрални трансформации в геометричната теория на функциите

Публикации: [K98] // [K73], [K77], [K78], [K93], [K99]

Много са напоследък публикациите в геометричната теория на функциите (ГТФ), в които се изучава действието на линейни интегрални или интегро-диференциални оператори, свързани с дробно смятане и специални функции, върху от класи еднолистни функции. Тези станали вече класически изследвания на други автори имат обаче твърде частен характер, като повтарят една и съща методика спрямо леко модифицирани обекти на изследване.

Ние намираме достатъчни условия за еднолистност и изпъкналост на изображения (интегрални трансформации), породени от операторите на обобщеното дробно смятане, а именно експлицитни условия за параметрите на тези оператори, представими чрез обобщени хипергеометрични функции. Така се обобщават резултатите на Хохлов за случая на хипергеометрични оператори (с фунцията на Гаус) и на предходни автори, за операторите на Бернацки, Либера, Александър, Бернарди, Комату, Рушевайх, Карлсон-Шафер, Сайго, Сривастава-Ова, и др. За въведения от автора общ клас оператори са намерени също и деформационни и коефициентни неравенства, както и други характеризационни теореми, обобщаващи резултатите на много други автори и даващи общ подход към този клас проблеми.

Новите резултати в представените публикации [K73], [K77], [K78], [K93], [K99], в сравнение с тези в Глава 8 на дисертационния труд [K98], са в използването на по-общия клас на $H^{m,0}_{m,m}$-функциите на Фокс (вместо G-функциите на Майер) като ядра на интегралните (и диференциално-интегралните) оператори. В този по-общ случай, разглежданите в класа A (съотв. $A_p, p \geq 1$) на функциите холоморфни в единичния кръг от вида:

$$A_p: \quad f(z) = z + \sum_{k=p+1}^{\infty} a_k z^k, \quad U = \{z : |z| < 1\}, \tag{22}$$

оператори са представими като произведения на Адамар с обобщени хипергеометрични функции на Райт ${}_{m+1}\Psi_m$ вместо с функциите ${}_{m+1}F_m$ (от [K98]). Намерени са достатъчни условия за параметрите на операторите, при които те изобразяват класовете A_p и тези на еднолистните функции в себе си, или в подкласовете на звездните и изпъкналите функции, както и деформационни неравенства и характеризационни теореми.

В статията [K99] *се отива по-далеч:* излиза се от класа на операторите на дробното смятане, като се разглеждат интегрални трансформации представими с конволюции на Адамар с обобщените хипергеометрични функции ${}_pF_q$ (*оператори на Дзьок-Сривастава*) и ${}_p\Psi_q$ (*оператори на Сривастава-Райт*) с произволни индекси $p \leq q+1$ и $\omega := \big[\prod_{j=1}^{q} \Gamma(b_j) / \prod_{i=1}^{p} \Gamma(a_i)\big]$:

$$\mathcal{W}_{p,q} f(z) = h(z) * f(z)\ , \quad \text{с} \quad h(z) := w_{p,q}(z) = \omega\ z\ {}_p\Psi_q \left[\begin{array}{c} (a_i, A_i)_1^p \\ (b_j, B_j)_1^q \end{array} \middle|\, z \right], \tag{23}$$

Операторите (23) трансформират класа A в себе си и образите на функции от вида (22) се представят като

$$\mathcal{W}_{p,q}f(z) = z + \sum_{k=2}^{\infty} \Psi(k)\ a_k\, z^k, \quad \text{с}$$

$$\Psi(k) = \omega\, \frac{\Gamma(a_1 + A_1(k-1)) \ldots \Gamma(a_p + A_p(k-1))}{\Gamma(b_1 + B_1(k-1)) \ldots \Gamma(b_q + B_q(k-1))\,(k-1)!}\,. \tag{24}$$

Тези оператори са напоследък обект на интензивни изследвания в ГФТ, публикувани в престижни списания (вж. цит. лит. в [K99]). Естествено е, че в частност следват известни или нови резултати за споменатите класически оператори.

В Теореми 2 и 3 на [K99] се извеждат достатъчни условия, представени чрез системи от неравенства за параметрите в (23), при които операторите на Дзьок-Сривастава трансформират еднолистни функции в еднолистни, съотв. изпъкнали функции в еднолистни. Съществени в техниката, която използуваме, освен свойствата на обобщените хипергеометрични функции и на операторите на обобщеното дробно смятане, са коефициентните оценки за еднолистните функции (известни като хипотеза на де Бранж) и за изпъкналите функции, както и други класически резултати от ГТФ.

Д. Хипергеометрични функции, радиационни интеграли и резултати, свързани с възможности за численото им пресмятане

Публикации: [K33], [K41], [K48], [K61]

Резултатите по тази тематика и представените трудове *не са използувани* от кандидата по никоя от предищните процедури (за д-р, доц, дмн).

Статиите [K33] и [K41] са посветени на приложения на хипергеометричните функции в екологичните науки и предпазването от аварийна радиация. Известният като "интеграл на Хубел" (американски физик, номиниран през 90-те години за Нобелова награда)

$$f(a,b) = \int_a^b \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{\sqrt{1+x^2}}\right) \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}\,, \quad 0 < a \le b < \infty, \tag{25}$$

е въведен за пресмятане на радиационно поле възникващо от правоъгълен изотропен източник. Впоследствие, негови обобщения позволяващи да се освободим от ограниченията за вида на източника, бариерата и детектора в полето, са изследвани от математици в областта на специалните функции. Такъв, сравнително най-общ пример е т.нар. "*обобщен радиационен интеграл*", с добавени няколко дробни параметри (като $\mu > -1$ и др.) и с хипергеометричната функция на Гаус в ядрото:

$$I := I\left[\begin{array}{c} a, b, p, \lambda \\ \alpha, \beta, \gamma \end{array}\right] = a\int_a^b x^{\lambda}(x^2+p)^{-\alpha}\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^{\mu} {}_2F_1\left(\alpha, \beta; \gamma; -\frac{a^2}{x^2+p}\right) dx. \tag{26}$$

Забелязва се, че този интеграл всъщност е *оператор за дробно интегриране на Ердей-Кобер* (от ред $\mu + 1 > 0$) от функцията на Гаус. За $\mu = 1$ и частни стойности на останалите параметри, се получават интегралът на Хубел и други радиационни интеграли, пресмятани от Гласер, Ейндрюс, Калла, Конде и др. Нашите резултати са свързани с представяния на този интеграл чрез хипергеометричната F_2-функция на Апел и оттам, получаването на развития в степенни редове, свързани с възможните различни предположения за нововъдените параметри. Оказва се, че при определени условия, е възможно този интеграл да се представи като сума от два члена: единият е класическа специална функция (F_2-функция), а другият – сходящ степенен ред, определен от наложените условия (Т.1, [K33]). Този резултат може да се прецизира, като се стига до представяне с функцията на Гаус ${}_2F_1$, представена от своя страна чрез ред (Т. 2), чиито членове се изчисляват ефективно по рекурентна зависимост. Представена е схемата на алгоритъм за числено пресмятане. В статията [K41] тези резултати са продължени, като са изведени нови рекурентни зависимости между обобщените радиационни интеграли и техни алтернативни представяния. Алгоритъмът от [K33] тук е илюстриран с няколко таблици на числени стойности на разглежданите интеграли, при различен избор на параметрите.

За важността на споменатите изследвания говори факта, че тези две статии са измежду най-често цитираните публикации на кандидата ([K41] - над 15 пъти с ИФ > 7, [K33]- над 10 пъти, с IF > 6), което би могло да се обясни с интереса сред физиците към математическия апарат за атакуване на такива проблеми (и високия ИФ на престижни списания по физика и химия, където са цитиранията).

Статията [K48] е обзор върху резултати за представяния с интеграли и редове, даващи възможност за практически приложими апроксимации (с едночлени) на класи обобщени хипергеометрични функции, често възникващи в задачи на математическата физика. Представените резултати са следствие от нови представяния на тези функции с редове, интеграли или производни (в това число - и от дробен ред), получени от автора като интерпретация на теорията на обобщеното дробно смятане и приложенията му за нов подход и класификация на специалните функции. Освен за радиационните интеграли от [K33], [K41], са предложени едночленни апроксимации за други функции, дефинирани с интегрални оператори от специални функции като този на Сайго и Сривастава ([K48],(18)); за т. нар. (Кирякова [K]) обобщени хипергеометрични функции от Гаусов тип (${}_{p+1}F_p$); на функциите на Апел F_1 и F_2. Те са следствия от интегрални представяния на Кирякова от [K], [K20], които след това са продължени от автора в [K58], [K61], [K89] и др. (вж. т.В).

В [K61], след кратък обзор на общите теоретични постановки от [K] и [K58] за класификацията на специалните функции на математическата физика (обобщените хипергеометрични функции ${}_pF_q$) според ситуацията дали $p < q$, $p = q$ или $p = q + 1$, от намерените от автора нови интегрални, диференциално-интегрални или диференциални представяния се извеждат някои полезни следствия. Те позволяват, в конкретни ситуации (каквито са новите понятия за “сферични хипергеометрични функции”, аналози на цилиндричните функции с “полу-цял” индекс) да се изведат формули за пресмятането им чрез итерации на диференцирания, свеждащи ги до тригонометрични и експонециални функции и геометрични редове. Например ([K61], (32)):

$$ {}_pF_p(b_1+n_1,...,b_p+n_p;b_1,...,b_p;x) = Q_p(x\frac{d}{dx})\{\exp x\},\ \ n_k \in \mathbb{N}_+,\ Q_p\text{—полином от степен } p. \tag{27} $$

В частност, за цели b_k, "сферичните" функции ${}_pF_p(x)$, $p = 1, 2, 3, ...$ се пресмятат рекурентно като произведения от полиноми и експоненциалната функция, по формула от вида ${}_pF_p(x) = D_p(x) \exp x$. Тази, и аналогична формула за $p = q+1$ обобщават резултати от класическия справочник на Прудников-Бричков-Маричев, а (38) уточнява верността на резултати на Мисра (Мат. Балканика 3, 1973) само за $p = q$.

Е. Интегрално-трансформационни методи за намиране експлицитни решения на диференциални и интегрални уравнения от произволен цял или дробен ред

Публикации: [К], [К98] // [К52], [К54], [К68], [К86], [К102]

Тъй нареченият *трансмутационен метод* е породен от естествения стремеж да намерим решения на нови и сложни задачи, чрез тяхното свеждане (преобразуване) до по-прости и стари задачи, чиито решения са вече известни. Това става посредством подходящ "транслатор", трансформационен или наричан още "трансмутационен" оператор (в руската литература: "оператор преобразования"). В тесния си смисъл, това понятие произхожда от трудовете на Делсарт и Лионс (1956-1959 г.) като подход за решаване на диференциални уравнения. Ако $\widetilde{B} : \mathcal{X} \longrightarrow \mathcal{X}$ и $B : \mathcal{X} \longrightarrow \mathcal{X}$ са два оператора, действащи в пространство $\mathcal{X}$, тогава за изоморфизма $T : \mathcal{X} \longrightarrow \mathcal{X}$ казваме, че *"трансмутира" (трансформира)* $\widetilde{B}$ *в* B, ако е изпълнена релацията на подобие: $T\widetilde{B} = BT$ в $\mathcal{X}$. Такива оператори са използувани често в анализа, найвече за решаване на диференциални и интегрални уравнения на математическата физика, както и в теорията на специалните функции (Делсарт, Лионс, Хърш, Брег, Каррол, и др.). Приложения на "трансмутационните оператори" в операционното и конволюционното смятане намираме в работи на Повзнер, Левин, Марченко, Левитан, Пржеворска-Ролевич, Меллер, Димовски, Божинов, Хачатрян и др. За такива цели, Димовски въвежда една по-широка трактовка на понятието "трансмутация" (в трудовете си от 70-80$^{\text{те}}$ години и монографията I. Dimovski, *Convolutional Calculus*, Kluwer, Dordrecht, 1990). Именно тя се използува в [К] (Деф. 3.5.1.- Лема 3.5.3; Гл. 3) и други наши трудове.

В представените трудове, за трансмутационни оператори се използуват оператори на обобщеното дробно смятане, вкл. обобщения на трансформацицита на Поасон-Димовски и Сонин-Димовски. Те се прилагат за експлицитно решаване на интегрални (на Волтера от втори род) и обикновени диференциални уравнения от произволен цял ред (хипербеслови уравнения), както и от дробен ред и дробен мулти-ред (съдържащи оператори на Е-К или такива за обобщено дробно интегро-диференциране). Ще отбележим, че използуваният подход е *конструктивният:* за даден клас уравнения или за конкретни техни примери, с помощта на различни евристични техники (основно - апарата на дробното смятане, специалните функции и интегралните трансформации) намираме решения в явен вид. Веднъж намерени, за тях лесно се проверява, че те удовлетворяват условията на задачите. Някои резултати дават общото решение (фундаменталната система решения), други - частни такива.

В работите [К52], [К102], с помощта на техниката на дробното смятане са намерени експлицитни решения на интегрални уравнения на Волтера от втори род, и на диференциални и интегро-диференциални уравнения съдържащи дробни интеграли и производни на Ердей-Кобер. За целта е използуван трансмутационният метод, като новите решения се намират като трансформации от известни вече решения на попрости уравнения от същия вид: съдържащи например оператори на Риман-Лиувил. Намерените решения, както е естествено да се очаква, се изразяват чрез функциите на Митаг-Лефлер.

Така например, в [K52], Т.1, единственото решение $y(x) \in C_{\beta\mu}, \mu \geq \max\{0, -\gamma\} - 1$ на интегралното уравнение от втори род и дробен ред (с оператор на Е-К)

$$y(x) - \lambda\ x^{-\beta\gamma} \int\limits_0^x \frac{(x^\beta - t^\beta)^{\delta-1}}{\Gamma(\delta)}\ t^{\beta\gamma}\ y(t)\ d(t^\beta) = f(x), \tag{28}$$

за $f \in C_{\beta\mu},\ \mu \geq \max\{0, -\gamma\} - 1,$ има експлицитно представяне чрез конволщционния интеграл:

$$y(x) = f(x) + \lambda x^{-\beta\gamma} \int\limits_0^x (x^\beta - t^\beta)^{\delta-1}\ E_{\delta,\delta}[\lambda(x^\beta - t^\beta)^\delta]\ t^{\beta\gamma}\ f(t)\ d(t^\beta). \tag{29}$$

Използува се трансмутационен оператор от вида (3): $T = I_1^{0,\gamma}$, съчетан с подходяща субституция. Той трансформира задачата, а следователно и решението ѝ, до по-проста такава: за интегрално уравнение от същия тип, но с по-прост вид, с оператор на Р-Л (1): $\widetilde{y}(x) - \lambda R^\delta \widetilde{y}(x) = \widetilde{f}(x)$. Неговото решение $\widetilde{y}(x)$ е известно (например в справочника на Самко-Килбас-Маричев).

По същия начин се атакуват дробно-диференциални уравнения с производни на Ердей-Кобер, например от вида (Т.2, [K52]): $x^{-\beta\delta} D_\beta^{\alpha,\delta} y(x) - \lambda y(x) = f(x)$, като решенията им

$$\begin{aligned} y(x) = \sum_{j=1}^n b_j x^{\beta(\delta-j)} E_{\delta,\alpha+2\delta-j+1}(\lambda x^{\beta\delta}) \\ + x^{-\beta(\alpha+\delta)} \int\limits_0^x (x^\beta - t^\beta)^{\delta-1} t^{\beta(\alpha+\delta)} E_{\delta,\delta}[\lambda(x^\beta - t^\beta)^\delta]\ f(t) d(t^\beta), \end{aligned} \tag{30}$$

с произволни константи $b_j, j = 1, ..., n$ зависещи от началните условия на задачата, се намират като трансмутационни образи $y(x) = T\widetilde{y}(x)$ с $T = I_1^{0,\alpha+\delta}$, на известните решения на задачата за $D^\delta \widetilde{y}(x) - \lambda \widetilde{y}(x) = \widetilde{f}(x)$.

В публикацията [K102] същият подход се разширява до *дробно-диференциални уравнения, съдържащи едновременно дробна производна на Е-К и дробен интеграл на Е-К*, с различни параметри:

$$x^{-\beta\delta} D_\beta^{\alpha,\delta}\ y(x) - \lambda x^{\beta\nu} I_\beta^{\mu,\nu} y(x) = f(x), \tag{31}$$

както и до т.нар. *хипергеометрични интегрални уравнения*

$$y(x) - \lambda \left(x^{\beta\delta}\ I_\beta^{\alpha+\delta,\delta} \right)\ \left(x^{\beta\nu} I_\beta^{\alpha-\nu,\nu} \right)\ y(x) = f(x), \quad \delta > 0, \nu > 0, \tag{32}$$

от вида (Т.3, [K102]):

$$y(x) - \lambda\,\mathcal{H}\,y(x) = y(x) - \lambda\,x^{\nu-\alpha}\int\limits_0^x \frac{(x-t)^{\delta+\nu-1}t^{\alpha-\nu}}{\Gamma(\delta+\nu)}\,{}_2F_1(-\nu-\delta,\delta;\delta+\nu;1-\frac{t}{x})\,y(t)dt = \mathcal{F}(x). \tag{33}$$

Прилаганите за целта трансмутационни оператори, за свеждане до същите прости задачи с по един оператор на Р-Л, този път за оператори за обобщено дробно интегриране (6) с кратност $m = 2$, т.е хипергеометрични интегрални оператори.

В [K54] намираме експлицитни решения на хипербеселови интегрални уравнения и съответно, на *хипербеселови обикновени диференциални уравнения от произволен ред*, с оператори от вида (9):

$$By(x) - \lambda y(x) = f(x), 0 < x < \infty. \tag{34}$$

Намерените решения са изразени чрез G-функциите на Майер (Т.2, [K54]): частно такова при нулеви начални условия $y(0) = y'(0) = ... = y^{(m-1)}(0) = 0$:

$$Y_0(x) = \frac{x^\beta}{\beta^m}\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda x^\beta}{\beta^m}\right)^k G_{k+1}(x), \quad \text{с} \;\; G_k(x) = \int\limits_0^1 G^{m,0}_{m,m}\left[\sigma \left| \begin{matrix} (\gamma_i+k)_{i=1}^m \\ (\gamma_i)_{i=1}^m \end{matrix} \right.\right] f(x\sigma^{1/\beta})d\sigma, \tag{35}$$

сходящо за $0 \le x < \infty$, и фундаменталната система решения в околност на началото, състояща се от хипербеселовите функции:

$$\begin{aligned} y_k(x) &= G^{1,0}_{0,m}\left[-\frac{\lambda x^\beta}{\beta^m}\left| \begin{matrix} \\ -\gamma_k, -\gamma_1, \ldots, -\gamma_{k-1}, -\gamma_{k+1}, \ldots, -\gamma_m \end{matrix} \right.\right] \\ &= b_k\left(\frac{\lambda x^\beta}{\beta^m}\right)^{-\gamma_k}{}_0F_{m-1}\left((1+\gamma_j-\gamma_k)_{j\neq k};\,\frac{\lambda x^\beta}{\beta^m}\right), \quad k = 1, \ldots, m. \end{aligned} \tag{36}$$

Същите са прецизирани с интересни примери при редове $m = 2, 3, 4$, и с частни случаи, при които намираме решенията като хипербеселови функции на Делерю, функции на Бесел-Клифорд, Ломел, Струве, и др.

За случая на уравненеия от вида (33) използваният трансмутационен оператор, който свежда задачата до уравнението $\widetilde{y}^{(m)}(x) - \lambda\widetilde{y}(x) = \widetilde{f}(x)$, е трансформацията на Поасон-Димовски, представена като обобщен дробен интеграл (6). Същата трансформация, но в модифициран дифрениален вариант използуваме в [K86]. С нейна помощ, решенията на ОДУ съдържащи "сферични" хипербеселови уравнения, като:

$$x\,y^{(m)}(x) - n\,m\,y^{(m-1)}(x) + a\,x\,y(x) = 0, \quad 0 < x < \infty,$$

$$x^2 y'''(x) - 3(p+q)xy''(x) + 3p(3q+1)y'(x) - x^2 y(x) = 0, \; 0 < x < \infty,$$

и др. се свеждат до известни решения на по-прости ОДУ, от в справочника на Камке.

В статията [K68], с помощта на дробно-индексно обобщение на трансформация от типа на Поасон-Димовски, се намират мулти-индексните функции на Митаг-Лефлер като решения на интегрални и диференциални уравнения от дробен мултиред, например, на $\mathcal{D}y(x) - \lambda y(x) = f(x)$ с оператор $\mathcal{D}$ от вида (14).

Ж. Статии и обзори, популяризиращи авторски и български постижения и / или съвременното състояние на проблематиката

Публикации: [K56], [K70], [K83], [K92], [K95], [K97], [K100]// списанието [FCAA]

[K56] съдържа записки от дискусия на кръгла маса (състояла се практически в голяма зала и продължила повече от два часа), под председателството на автора по време на втората международна среща “Transform Methods and Special Functions”, Варна’ 1996. Темата на дискусията бе: “Физичен и геометричен смисъл и приложения на операторите на дробното смятане”, а заглавието на бележката [K56] подсказва, че това бе една от последните прояви, където се обсъждаше сред специалистите на международно ниво песимистичната хипотеза (тогава), че това е добра математическа теория, но ... навярно лишена от физически и геометрични интерпретации. Още тогава се спомена за невъзможността да се моделират процеси с предистория, или в среди с наследствени качества и фрактална (твърде пореста) структура, както и процеси на границата между осцилациите и дузузията, без операторите на дробното смятане (ДС), за връзката им с фракталната геометрия и пространствата на Хаусдордф с дробна размерност, Брауновото движение и др. Тази дискусия, освен че бележи края на колебанията относно приложимостта на ДС (видна понастоящем от развитието на такива приложения, публикуването на многобройни монографии и обзори, създаване на експериментални устоновки, числени и компютърно-алгебрични алгоритми (вж. например обзора [K92] и списанието [FCAA]), имаше и плодотворен ефект за появата на разработката на Игор Подлубни, като публикация в [FCAA], понастоящем една от най-често най-цитираните статии (над 200 пъти): I. Podlubny, Geometric and physical interpretation of fractional integration and fractional differentiation, *Fract. Calc. Appl. Anal.*, **5**, No 4 (2002).

В [K70] е направен е обзор за ролята на G-функцията на Майер в съвременното развитие на теорията на специалните функции, интегралните трансформации и дробното смятане, и по-специално връзката ѝ с изследванията на български математици (като Обрешков, Димовски, Кирякова) в тези направления. Той е инспириран от визита и доклад по покана в университета в Грьонинген (Холандия), където е работил Майер и от среща с останалите живи негови последователи, както и от нарастналото внимание на други чуждестранни математици към изтъкване на приоритетите на техни национални школи в налагането и развитието на тази тематика (напр. обзор на Майнарди и Пагнини, 2003, за ролята на Салваторе Пинкерле). Тези обобщени хипергеометрични функции, дефинирани като интеграли на Мелин-Бърнс, предлагат решения на широки класове сингулярни диференциални и интегрални уравнения, ядра на редица важни линейни интегрални и интегро-диференциални оператори в приложния анализ (като тези на обобщеното дробно смятане и на трансформациите от типа на Обрешков), както и схема за унификация на известните специални функции.

Тази идея, за представяне и използуване на специалните функции като частни случаи на G-функцията на Майер (класическите специални функции, наричани оше специални функции на математическата физика) и на H-функцията на Фокс (класове специални функции свързани с дробното смятане, някои въведени съвсем наскоро), е залегнала в в брошурата-справочник [K103]. Тя може да бъде използувана като наръчник на математика/ инженера/ физика и т.н., комуто са необходими сведения за използуваните специални функции, събрани на едно място и с нов поглед вурху материята, а също като учебно пособие за докторанти, и други начинаещи в проблематиката. Повече коментари за целите на [K103] са дадени в края на т. В.

В [K83] се разглежда ролята на функциите на Митаг-Лефлер (М-Л) и на апарата на дробното смятане при третиране на системи за управление от дробен ред. Такива системи възникват като по-добро и реално отражение на процеси от практиката, свързани с отчитане наследствените свойства и памет на материалите, процеси на импулсно впръскване и дифузионно проникване, и т.н. и се моделират с дробни диференциални уравнения. Класическата техника на операционното смятане (трансформация на Лаплас) води до необходимостта от интерпретация, в термините на съответни специални функции, на функциите-оригинали - като изход на системата, реакциите на единично импулсно и скокообразно въздействие и т.н. Оказва се, че за попълване на съществуващата до скоро празнина в справочниците и таблиците с трансформации на Лаплас, е необходима функцията на М-Л. Разгледана е и възможността за включване на контролери от дробно интегрално-диференциален тип.

В обзорните публикации [K92], [K95], [K97] се предлага преглед на историческото и съвременното състояние на развитието на дробното смятане и неговите приложения, особено след етапа до който имаше публикувани такива обзори, [K92], [K95]. Събрани са обновени списъци на публкуваните в областта монографии (над 70, от най-скоро време), списания, числени алгоритми, патенти (за устройства моделиращи процеси описвани с дробни интегро-диференцирания), многобройни специализирани конференции и сесии, и др. Обзорът [K92], поради публикуването му в приложно ориентирано списание като "*Communications in Nonlinear Sciences and Nonlinear Simulations*" набра за около година многобройни цитирания. Към останалите две публикации, [K95], [K97], са подготвени и публикувани два цветни постера с формат А3, популярисиращи развитието на дисциплината.

В обзорната статия [K100] е направен опит да се популяризира неразривната връзка между направленията по т. А, Б и В от тематиката "интегрални трансформации и специални функции" на дисцилината математически анализ (като тема на настоящия конкурс). Коментариите са дадени в т. А.

Към документите по конкурса е представена също документация по основаното и издавано от В. Кирякова математическо списание [FCAA], тясно специализирано по тематиката на конкурса и допринясящо за развитието й в международен мащаб.

Редколегията на списанието, излизашо понястояшем с том 14 (2011), и индексирано в множество световни бази данни като: "*Fract. Calc. Appl. Anal.*", включва всепризнати (над 40) специалисти в тази област от цял свят, между които пионерите на съвременното дробно смятане и авторите на монографии-бестселъри по темата. От 2011 г. списанието е индексирано и в Scopus, и е прието за включване в JCR (J. of Citation Reports) на Thomson Reuters, за индексиране с импакт-фактор. Скорошно проучване на екип на редколегията показва, че ако през 2010 [FCAA] беше индексирано в JCR, то би имало ИФ около 1.00 и би било на около 50-то място от топ 250-те математически списания там.

• **По чл.3 от Правилника на ИМИ за приложение на ЗРАСРБ:**
(допълнителни показатели, които се вземат предвид от научното жюри)

Пълни детайли по тези показатели са дадени в Приложенията с номера от 13 до 20, и в приложената професионална автобиография.

Тук даваме някои кратки характеристики:

Ръководство и участие в международни и национални НАУЧНОИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИ ПРОЕКТИ: (Приложение 16)

• Ръководител на 3 научно изследователски проекта по договори с Фонд "Научни изследвания" - МОН: # ММ 708 (1997 - 2002); # ММ 1305 (2003 - 2007); # Д ИД 02/25 (2009 - 2012).

• Ръководител на НИП към ИМИ-БАН (секция КА / АГТ): "Специални функции, дробни смятания и интегрални трансформации", от 2001 - досега.

• Участник в: 4 международни научни проекта (с ПАН, САНУ, Японска и Кувейтска фондации).

• Участник в договори с Фонд "Научни изследвания МОН (6 броя).

• Участник в НИП на ИМИ-БАН (3 броя).

Участие в
ПРОГРАМНИ И ОРГАНИЗАЦИОННИ КОМИТЕТИ
на научни мероприятия: (Приложение 17)

• **В България, член на оргкомитети на**: - "Complex Analysis and Applications" (Varna'1985, 1987); "Complex Analysis and Generalized Functions" (Varna,1991), "Transform Methods & Special Functions" (Bulgaria, 1994, 1996, 1999, 2003 - секретар), "Internat. MASSEE Congress" (Bulgaria, 2003), Second Internat. Conf. Appl. Math. (Plovdiv, 2005 - Vice Chair); Секретар на Пролетни конференции на СМБ (2003 - Сл. Бряг, 2004 - Боровец); Организатор (Председател на Орг. и Прогр. комитети): - "Geometric Function Theory and Applications' 2010"; "Transform Methods & Special Functions' 2011".

• **В чужбина, член на международни програмни комитети на повече от 20 конференции за последните 10 години (2001-2011)**: - Belarus (AMADE, 2001, 2003, 2009, 2011), Lebanon (RTST, 2002, 2004), France (FDA' 2004), Holland (ENOC'2005), Portugal (FDA'2006), Turkey (FDA'2008), Russia - Abkh. Rep. (Intern. Russian - Abkhazian and Russian-Bulgarian Symposia, 2009, 2010), Portugal (Symp. Fract. Signals Systems' 2009, 2011), Spain (FDA'2010), Brazil (2010), India (ICMS, 2011), USA (FDTA'2011), China (FDA'2012), и др.

Членство в творчески и/или професионални организации в съответната научна област:

• Специализиран научен съвет по математика при ВАК (2004 –2007, 2007 – 2010)
• Edinburgh Mathematical Society (EMS, UK)
• American Mathematical Society (AMS, USA)
• Съюз на учените в България (СУБ), Съюз на българските математици (СМБ)

Участия с ДОКЛАДИ В МЕЖДУНАРОДНИ И НАЦИОНАЛНИ НАУЧНИ ФОРУМИ, Изнасяне на ЛЕКЦИИ В ЧУЖДЕСТРАННИ УНИВЕРСИТЕТИ:
(Приложение 18):

Гост-професор и поканен лектор в университети и научни институции в чужбина, и на международни конференции в чужбина (след хабилитацията през 1989 г.):

Общо около 50 броя (за 1989-2011), в: Япония (9), Великобритания (5), Кувейт (5), Сърбия (5), Испания (4), Ливан (4), Полша (2), Португалия (2), Словакия (2), Тунис (2), Холандия (2), Беларус (1), Италия (1), Китай (1), Македония (1), ОАЕ (1), САЩ (1), Турция (1), Унгария (1), и др.

В Приложение 18 е даден пълен списък с имената на институциите/ конференциите и заглавията на изнесените поканени доклади.

Участия в РЕДКОЛЕГИИ НА НАУЧНИ ИЗДАНИЯ: (Приложение 15)

Издавани / редактирани 3 международни научни списания:

• "Fractional Calculus & Applied Analysis"(FCAA, ISSNp 1311-0454, ISSNe 1314-2224), IMI-BAS, Sofia / Springer & Versita ; Managing Editor (1998 -досега)
www.math.bas.bg/ fcaa, www.diogenes.bg/fcaa ,
http://www.springerlink.com/content/1311-0454, http://versita.com/fcaa/
Индексирано в Scopus (от 2011) и прието за индексиране (ИФ) от Thomson Reuters (от 2011).

• "Mathematica Balkanica"(MB, ISSN 0205-3217), National Committee for Math. - Bulg. Acad..Sci. & MASSEE; Editor (1995 - досега);
http://www.mathbalkanica.info/board.htm

• "International J. Appl. Mathematics"(IJAM, ISSN 1311-1728), Acad. Publ., Sofia: Ed. in Chief (1999 - досега), www.diogenes.bg/ijam

Член на редколегиите на 10 международни математически списания в чужбина:

• "International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences"(IJMMS, ISSN 0161-1712), Hindawi Publ. Co. NY - USA (2003 - 2008)

• "Mathematical Science Research Journal"(MSRJ, ISSN 1087-9919, ISSN 1537-5978), Global Publishing Co., MN - USA, http://themsrj.com/editors (1999 - досега)

• "Journal of Concrete and Applied Mathematics"(ISSN 1548-5390, 1559-176X), Eudoxus Press, TN - USA, http://www.eudoxuspress.com/ ,
http://www.eudoxuspress.com/welcome.html -> Associate Editors (2003 - досега)

• "Advances in Applied Mathematical Analysis"(AAMA, ISSN 0973-5313), Research India Publications, http://www.ripublication.com/aama.htm ,
http://www.ripublication.com/editorial_board_of_AAMA.htm (2006 - досега)

• "Journal of Approximation Theory and Applications "(JATA, ISSN: 0973-287X), Serials Publications - New Delhi (2005 - досега)
http://www.serialspublications.com/journals1.asp?jid=308&jtype=1

http://www.serialspublications.com/journals1.asp?jid=308&dtype=2&jtype=1

• "Jordan Journal of Mathematics and Statistics"(JJMS, ISSN 2075-7905), Ministry of Higher Educ. and Sci. Res.- Jordan, http://jjms.yu.edu.jo/,
http://journals.yu.edu.jo/jjms/AdvisoryBoard.html (2008 - досега)

• "Mathematics in Engineering, Science and Aerospace"(MESA, ISSN 2041-3165, 3173), Cambridge Scientific Publishers - UK (I&S Publ. - USA),
http://nonlinearstudies.com/index.php/mesa/about/editorialTeam (2010 - досега)

• "Fractional Differential Equations"(FDE), Ele-Math (Element Ltd., Croatia),
http://fds.ele-math.com/editorial , http://ele-math.com/ (2010 - досега)

• "Alexandria Journal of Mathematics"(ISSN 2090-4320), Alex Journals, OA Acad. J.- Egypt, http://www.alexjournal.org/math/ (2010 - досега)

• "Pan-American Mathematical Journal"(PAMJ), International Publications - USA,
http://www.internationalpubls.com/PanAmerican.htm (от 2011)

Редактирани и издадени сборници трудове на конференции:
7 броя (Приложение 15)

АВТОРИТЕТНИ ОТЗИВИ,
СЪЗДАВАНЕ НОВО НАПРАВЛЕНИЕ В НАУКАТА:

• **В Приложение 13 е даден списък:** на **над 600 цитирания,** основно от чуждестранни учени в авторитени международни издания. От тях:

- **в над 23 монографии** (на издателствата Springer, World Sci., Kluwer, Imperial College Press, Acad. Press, Taylor & Francis, North Holland, Pitman, CRC Press, и др.),

- **7 дисертации (5 в чужбина)**, **3 учебни пособия**

- в международни списания с висок ИФ (**сумарният ИФ на статиите цитиращи трудове на ВК е над 100**).

Тук привеждаме само подбран списък на монографии, дисертациии учебни пособия, в които са цитирани и използувани резултати на автора (към май 2010):

• **В книги (монографии):**

- С.Г. Самко, А.А. Килбас, О.И. Маричев, *Интегралъи и производнъе дробного порядка и некоторъе их применения*, Наука и техника, Минск, 1987.

- М.К. Фаге, Н. И. Нагнибида, *Проблема еквивалентности обикновенъх линейнъх дифференциальнъх операторов*, Наука, Новосибирск, 1987.

- H.M. Srivastava, R.G. Bushman, *Theory and Applications of Convolution Integral Equations,* Kluwer, Dordrecht-Boston-London, 1992.

- Nguyen Thanh Hai, S.B. Yakubovich, *The Double Mellin-Barnes Type Integals and Their Applications to Convolution Theory*, World Sci. Singapore, 1992.

- S.B. Yakubovich, Yu. F. Luchko, *Hypergeometric Approach to Integral Transforms and Convolutions*, Kluwer, Dordrecht, 1994.

- B. Rubin, *Fractional Integrals and Potentials*, Pitman Monographs and Surveys, 82, CRC Press, 1996, 409 p., ISBN 0582253411, 9780582253414

- D. Przeworska-Rolewicz, *Logarithms and Antilogarithms: An Algebraic Analysis Approach*, with Appendix by Z. Binderman (Mathematics and Its Applications), Springer, 1998, 360 pp., ISBN-10: 0792349741, ISBN-13: 978-0792349747

- Saber N. Elaydi, I. Gyori, G. Ladas (Eds), *Advances in Difference Equations: Proc. of the Second International Conference on Difference Equations*, CRC Press, 1998, 704 pp.; ISBN-10: 9056995219, ISBN-13: 978-9056995218;

- I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, Acad. Press, San Diego-Boston et al., 1999.

- R. Hilfer (Ed.), *Applications of Fractional Calculus in Physics*, World Sci., Singapore, 2000.

- N. Virchenko, I. Fedotova, *Generalized Associated Legendre Functions and Their Applications*, World Sci., Singapore , 2001., 220 pp.; ISBN-10: 9810243537 , ISBN-13: 978-9810243531

- A. Guran, A. Bostrom, O. Leroy, Gerard Maze, Herbert Uberall (Eds), *Acoustic Interactions with Submerged Elastic Structures*, Part 4, World Sci., Singapore, 2002, 400 pp., ISBN-10: 9810242719, ISBN-13: 978-9810242718

- А.М. Нахушев, *Дробное исчисление и его применение*, Физматлит, Москва, 2003.

- A.A. Kilbas, M. Saigo, *H-Transforms (Theory and Applications)*, Taylor & Francis and CRC Press, 2004.

- H. Brunner, *Collocation Methods for Volterra Integral and Related Functional Differential Equations* (Cambridge Monographs on Applied and Computational Mathematics), Cambr. Univ. Press, 2004, 597 pp.; ISBN-10: 0521806151 , ISBN-13: 978-0521806152

- B. Bonilla, A. Kilbas, J. Trujillo, *Calculo Fraccionario y Ecuaciones Diferenciales Fraccionarios* (in Spanish), Serv. Publ. UNED, Madrid, 2003, 198 p, ISBN: 84-362-4893-7

- A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J. Trujillo, *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*, North Holland Math. Studies 204, Elsevier, 2006.

- Н.О. Вирченко, В.Я. Рибак, *Основи дробнового интегро-диферецирования,* ТОВ “Задруга”, Киев, 2007, 361 с. (на Украински).

- P. Rajkovic, S. Marinkovic, M. Stankovic, *Diferencijalno-Integralni Racun Baicnih Hipergeometrijskih Funkcija* (In Serbian), Mas. Fak. Univ. u Nisu, Nis, 2008.

- В.В. Учайкин, *Метод дробных производных*, Артишок, Ульяновск, 2008.

- F. Mainardi, *Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity (An Introduction to Mathematical Models)*, World Sci. - Singapore & Imperial College Press - UK, 2010.

- AM Mathai, RK Saxena, HJ Haubold, *The H-Function (Theory and Applications)*, Springer, 2010.

- K. Diethelm, *The Analysis Of Fractional Differential Equations: An Application-Oriented Exposition Using Differential Operators Of Caputo Type*, Springer,L.N.M.#2004, 2010.

• В дисертации:

- Ph.D. Thesis, Univ. of Melbourne, Australia: Paul Williams, *Fractional Calculus of Schwartz Distributions*, 2007.

- Дисс. на соискании уч. степени “канд. мат. наук”, БГУ-Минск: Юрий Лучко, *Некоторъе операционние связи для H-преобразования и их конволюции*, БГУ, Минск, 1993.

- Дисс. на соискании уч. степени "канд. мат. наук", БГУ-Минск: Виктор Адамчик, *Сингулярнъе случаи функциях и дифференциальнъх уравнениях гипергеометрического типа и их применения*, БГУ, Минск, 1986.

- PhD Thesis: E. Bazhlekova, *Fractional Evolution Equations in Banach Spaces,* Univ. of Eindhoven, Holland, 2000.

- M.Sc. Thesis, Univ. Karlsruhe, Germany (Univ. Karlsruhe): Stefan Mirevski, *The Riemann-Liouville Fractional Calculus Fractional Jacobi Functions*, 2005.

- Дис. за доктор на мат. науки, Л.И.Бояджиев: *Ортогонални полиноми в комплексна област и приложения*, София, 2011.

- Дисертация за о.н.с. "д-р", Янка Николова, ТУ София: *Интегрално-трансформационни методи за решаване на някои класи диференциални уравнения от дробен ред*, София, 2011.

- **В учебни пособия:**

- Е.К. Николов, *Фрактални алгоритми и режекторни регулатори* (учебно пособие), Технически унив., София, 2004.

- Е.К. Николов, *Специални математически функции и фрактални оператори* (учебно пособие), Технически унив., София, 2004.

- Е.К. Николов, *Робастно фрактално управление (Предиктивни и алгебрични методи; системи с разпределени параметри)*, Технически унив., София, 2010.

• Трудовете от Приложение 10, вкл. и тези от Приложение 11, са получили вече **многобройни отзиви в публикации на други автори, като са използувани по същество и включени в текстовете им редица резултати на автора** (налична документация)

• **Създаване и развитие на международно списание** "Fractional Calculus and Applied Analysis" (1998 – 2011), като списание **с утвърден международен имидж,** индексирано в множество световни бази данни, вкл. Скопус (от 2011), прието за индексиране от Томсон Ройтерс (от 2011), първото българско списание издавано по съвместната програма Шпрингер-Версита (от 2011)

ЕКСПЕРТНА ДЕЙНОСТ
в международни и национални организации:

Експертна (рецензионна) дейност: (Приложение 19)

• Член на експертни съвети и комисии у нас: СНС по математика - ВАК (2004-2007, 2007-2010); Атест. Комисия при НС на ИМИ (2002-досега), и в чужбина

• Рецензии за хабилитации, професури и докторски тези у нас (3 броя) и в чуждестранни университети (11 броя)

• Рецензии на НИП по НИС във ВУЗове (ФМИ на СУ, ХТМУ, РУ и др.)

• Рецензии на проекти за издаване на монографии и списнаия, за международни издателства (Springer, World Sci., Imperial College Press, Gordon & Breach, и др.)

• Анонимен рецензент за редица международни математически списания (в т.ч. на Elsevier, Springer, Birkhauser, Oxford Univ. Press, J. Wiley I dr. и издания на чуждестранни университети - Кувейт, Австралия, Полша, Словакия, Румъния, САЩ, Венецуела, Индия, и др.)

СВЪРЗАНИ С УЧЕБНО-ПРЕПОДАВАТЕЛСКА РАБОТА (занятия във висши училища, разработване на програми на лекционни курсове, преподаване на чужд език, издадени учебни пособия и др.):

• Преподавателска дейност у нас:

1976-1981, 1993: асистент (като служител на ЕЦММ, и хоноруван) по теория на аналитичните функции (анализ III) и по математически анализ (I и II част) в СУ "Св. Кл. Охридски Ф-т по математика и механика и Физически Ф-т

1986-1992: хоноруван асистент по математически анализ (I и II част), Технически Университет - София, Ф-т по приложна математика и информатика

• Изготвени програми на лекционни курсове на английски, конспекти за докторанти и др. (виж Приложение 14)

• Курсове и семинари в чужбина: (Приложение 14)

1993: Специализиран докторантски курс "Обобщено дробно смятане, хипербеселови оператори, и свързани с тях специални функции и интегрални трансформации"(на английски, 2 кредита), май - юни 1993 г. в Испания: Department of Mathematics - University Las Palmas de Gran Canaria (приложена документация)

2007: Участие в подготовката и провеждането на интензивен курс по линия на европейски проект по DAAD на тема: "Fractional Calculus with Applications in Mechanics в Университета. в Нови Сад, Сърбия, 16-24 септември 2007, и цикъл лекции на тема: "The special functions of fractional calculus"

1992-2011: Гост-проф. на специализирани колоквиуми, учебни и изследователски семинари, конференции и др. в университети в чужбина, като Испания (Лас Палмас и Ла Лагуна), Великобритания (Глазгоу, Кийл), Япония (Фукуока, Токио, Йокохама, Осака, Сендай), Кувейт, Ливан, Тунис, Холандия, Сърбия, Полша, Русия, Беларус и др. (приложена документация напр. за Великобритания, 1992 г.).

Детайлите са дадени отделно, в списъка на университети в чужбина, където съм била гост-професор (Приложение 18).

София, 28 септември 2011 г. Подпис:

(В. Кирякова)