

До НС на Института по  
Математика и Информатика

Относно Заповед N. 255/ 28.09.2011.

**РЕЦЕНЗИЯ**

**За избор на професор по Математически анализ в ИМИ – БАН**

**Рецензент:** акад. Благовест Х. Сендов

На обявения в ДВ бр. 58 от 29.07.2011 г., конкурс за професор в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност 01.01.04 “Математически анализ” (интегрални трансформации и специални функции) се е явил единствен кандидат **дмн** **Виржиния Стойнева Кирякова**.

Кандидатката, д.м.н. Виржиния Кирякова, е родена през 1952 г. в гр. София. Висшето си образование по математика получава във ФММ на СУ “Св. Кл. Охридски”. От дипломирането си през 1975 г. до сега работи в Института по математика и информатика - БАН, последователно като математик, н. сътрудник (1980-1989), ст. н. сътрудник II ст. (от 1989 г.). През 1987 г. е получила научната степен “доктор” по математика, спец. Мат. анализ, на тема “Обобщени оператори за дробно интегриране и диференциране и приложения”. През 2010 г. получава научната степен “доктор на математическите науки”, спец. Мат. анализ, с дисертация на тема “Обобщено дробно смятане и приложения в анализа”. Има специализации по темата си в Беларус (1990), Великобритания (1992) и Япония (1997).

Носител е на награди от национални и международни математически олимпиади и на Академичната награда на БАН в областта на математическите науки от 1996 г. за монографията ѝ публикувана от издателствата Лонгмен и Джон Уайли, 1994 г. Виржиния Кирякова е особено активна като отговорен редактор и редактор на 3 международни списания публикувани у нас (“Fractional Calculus and Applied Analysis”, “Mathematica Balkanica”, “Internat. J. of Appl. Mathematics”), и е член на редколегиите на още 10 междуна-родни математически списания, излизащи в чужбина (САЩ, Великобритания, Индия, Йордания, Хърватия и Египет). Била е гост-професор и поканен докладчик в редица чуждестранни университети и на специализирани международни конференции в: Велико-британия, САЩ, Япония, Кувейт, Холандия, Беларус, Русия, Полша, Ливан, Тунис, Испания, Италия, Португалия, Сърбия, Македония, Унгария, Германия, Турция, Обединените Арабски Емирства, и др.

Научните интереси и публикации на д-р Кирякова са в областта на математическия анализ, с основни направления - специални функции, интегрални трансформации и дробно смятане; и приложения в сродни области като функции на една комплексна променлива, операционно и конволюционно смятане, диференциални и интегрални уравнения, задачи на математическата физика и др.

Виржиния Кирякова е несъмнено водещ специалист във Фракталния анализ с подчертана международна известност и авторитет. Тя отдавна е могла да получи званието професор.

**а) Общо описание на представените материали**

За конкурса са представени 40 научни труда, включително една монография, като 32 от тях не са представяни при никаква предишна процедура за звание или степен. От представените трудове, 11 са в списания с импакт-фактор, с общ ИФ = 9.427. Всички представени трудове са в обсега на обявения конкурс и кандидатът ги класира в следните групи:

- Обобщени дробни смятания
- Обобщения на класически интегрални трансформации
- Обобщени хипергеометрични функции, нови класи специални функции на дробното смятане
- Интегрални трансформации в геометричната теория на функциите
- Хипергеометрични функции, радиационни интеграли и възможностите за численото им пресмятане
- Намиране на експлицитни решения на диференциални и интегрални уравнения от произволен цял или дробен ред
- Популярни и обзорни статии

**б) Обща характеристика на научната дейност на кандидата**

Впечатлението ми е, че Виржиния Кирякова отдавна е изпълнила изискванията за получаване на научното звание "професор". Нейните научни изследвания, в продължение на повече от 30 години, са концентрирани само в едно направление. Но в това направление тя се е утвърдила като водещ специалист в международната научна колегия. За това спомага и изключително активната ѝ издателска и организаторска дейност в това научно направление. Основна роля има издаваното от Кирякова, в продължение на 14 години, международно научно списание "Fractional Calculus and Applied Analysis".

Виржиния Кирякова е утвърден учен и експерт в своята област с отдавна признат международен авторитет.

**в) Съдържателен анализ на научните постижения**

Централна тема в творчеството на д-р Кирякова е **Обобщеното дробното смятане**, което води началото си от такива колоси в математиката като Лайбниц, Нютон, Риман, и много други големи имена в математическия анализ. Макар до средата на миналия век то да е едно, до голяма степен, екзотично направление, в последните десетилетия привлича вниманието на голям брой изследователи и, което е много важно, намира нетривиални и важни приложения.

"Дробното смятане" е по същество теория на определен клас оператори с интегрално представяне, действащи в пространства от функции, реални или комплексни. Спецификата на тези оператори се определя от тяхното ядро, а така също и от това, че те зависят

от определен брой числени параметри, като един от тях, да речем  $\delta$ , който може да приема различни числови стойности, включително комплексни, се интерпретира като ред на диференциране или интегриране. Един оператор е обект на дробното смятане ако при  $\delta = 0$  той е идентитет, при  $\delta = n$ -цяло положително, съвпада с диференциалния оператор от ред  $n$ , а при  $\delta = n$ -цяло отрицателно – с  $n$ -кратно интегриране. Освен това, дробното смятане се ограничава с разглеждането на линейни оператори, каквито са операторите за диференциране и интегриране. Поради това, дробното смятане има своите дълбоки корени в класическата теория на аналитичните функции, реални и комплексни, както по отношение на изучаваните обекти, така и в методите за изследване. Както е прието и в много други математически направления, разширението на понятията се подчинява на принципа за перманентност.

Лесно е да си обясним голямото разнообразие от оператори, именни и безименни, които са обект на дробното смятане, плод на интуицията и сръчността на множество математици. Но в много случаи различията са формални или несъществени. Всеки новороден оператор става обект на изследване, теорията расте и се разширява, привличайки нови изследователи. За всяко математическо направление е важно периодичното появяване на монографии в които се подреждат наличните до момента резултати. Но още по-важно е, когато се дава единен поглед върху голямо разнообразие от на пръв поглед различни резултати. Така нареченото “Обобщено дробно смятане” на Виржиния Кирякова има претенцията, че дава такъв общ поглед, но освен това опростява манипулациите със символите.

Обосновката на тази претенция е в същност доказателството на голям брой твърдения за една класа оператори, които освен от векторния параметър  $\delta$ , зависят и от други два векторни параметри, да речем  $\beta$  и  $\gamma$  със същата размерност  $m$ , които можем да означим с  $I_{\beta, \gamma, m}^{\delta}$ . Обобщението включва важни класически оператори при  $m = 1$  и  $m = 2$ . Преминването от скаларни към векторни параметри не е формално, а е свързано и с възможност за замяна на многократното интегриране с еднократно, което силно опростява манипулирането със символните записи.

Приносът на кандидатката в развитието на дробното смятане е съществен и се отнася до неговото нетривиално обобщение. Обобщението се състои във въвеждането на векторни параметри, там където до преди това са ползвани скаларни параметри. Тази съвсем естествена идея за обобщение се оказва много плодотворна. Но реализацията ѝ изисква добра математическа сръчност и находчивост. Трябва да се изследват десетки нови оператори, които не само е необходимо да се дефинират по подходящ начин, но и да се докажат техните свойства, аналогични на тези при скаларния случай.

Важно е да се отбележи, че редица известни и класически интегрални и диференциални оператори се получават от операторите на обобщеното дробно смятане при конкретен избор на съответните параметри. Такива са например операторите на Риман-Лиувил, Ердей-Кобер, хипергеометричните и хипербеселовите оператори и др.

Кандидатката има съществени резултати в **обобщаването на класически интегрални трансформации**, свързани с тази на Обрешков, представени в термините на обобщеното дробно смятане. Установено е, че всички известни резултати на други автори, свързани с трансформации от лапласов тип, се получават по една и съща схема. Решаващата стъпка за получаване на тези резултати е доказателството, че ядрото в трансформацията на Обрешков може да се представи като  $G$ -функция на Майер. Новата дефиниция на трансформацията и използването на  $G$ -функциите при хипербеселовите оператори и уравнения води до съществено опростяване на доказателствата.

Теоретичните резултати за диференциалните оператори от беселов тип са изследвани

подробно в конкретните случаи на оператори от 3-ти и 4-ти ред с цел да се подчертае ролята на функциите на Майер и на трансформациите от типа на Поасон-Димовски. Доказва се, че както хипербеселовите функции на Делерю са собствени функции на оператори, свързани с трансформацията на Обрешков, така техните “дробно-индексни” аналози генерират нов тип оператори на интегриране и диференциране на Гелфонд-Леонтиев, които са оператори на обобщеното дробно смятане. Въведено е и дробно-индексно обобщение на трансформацията на Обрешков.

Кандидатката решава и един проблем, формулиран в известната ѝ монография, относно аналози на класическата трансформация на Ханкел, съответстващи на хипербеселовите диференциални и интегрални оператори от произволен ред, така както трансформацията на Обрешков е съответно обобщение на трансформацията на Лаплас.

Кирякова е получила значими резултати, свързани с **обобщени хипергеометрични функции и нови класи специални функции на дробното смятане**. По същество, тя изгражда единен подход към специалните функции на математическата физика (в смисъл на  ${}_pF_q$ - функциите) в термините на обобщеното дробно смятане. Всички тези функции представляват обобщени дробни интеграли или производни (с ядра  $G$ -функции на Майер) от три основни елементарни функции (в зависимост от това дали  $p < q$ ,  $p = q$  или  $p = q + 1$ ). Получените нови интегрални и диференциални представяния на тези 3 класи специални функции дават възможност за създаване на алгоритми за числено пресмятане на тяхните стойности. Този резултат е продължен напоследък и за т.нар. функции на дробното смятане, каквито са функциите на Райт „ $\Psi_q$ ” и въведените от Кирякова “многоиндексни функции на Митаг-Лефлер”.

Кандидатката дефинира и изследва и специални функции от типа на Лежандър, наречени изместени функции на Лежандър, чрез класическата формула на Родриг с дробна производна  $D_*^\alpha$  на Капуто, която има вида

$$P_\alpha^{(\beta, \gamma)} := \frac{D_*^\alpha (x^\beta (1-x)^\gamma)}{\Gamma(\alpha + 1)}.$$

Когато  $\alpha = \beta = \gamma = n$  са цели неотрицателни числа, тези функции са изместените полиноми на Лежандър  $L_n(0, 1; x)$ , които са ортогонални върху интервала  $[0, 1]$ .

Широк интерес представлява за специалистите използването на **интегрални трансформации в геометричната теория на функциите**. В това направление Кирякова има оригинални и систематизиращи резултати. Намерени са достатъчни условия за еднолистност на изображения, които са интегрални трансформации, породени от операторите на обобщеното дробно смятане. Тези условия се изразяват експлицитно чрез параметрите на тези оператори, представими чрез обобщени хипергеометрични функции. Обобщени са резултатите на Хохлов за случая на хипергеометрични оператори (с функцията на Гаус) и резултатите на други автори за операторите на Бернацки, Либера, Александър, Бернарди, Комату и много други. Систематизиращият ефект на резултатите на Кирякова се изразява в използването на единен подход при доказването на резултатите на голям брой автори, които на пръв поглед изглеждат несвързани помежду си.

Групата от изследвания на кандидатката свързани с **Хипергеометрични функции, радиационни интеграли и възможностите за численото им пресмятане** са интересни като математически модели в екологията. Началото се поставя от Хубел с неговия интеграл

$$f(a, b) = \int_a^b \operatorname{arctg} \left( \frac{a}{\sqrt{1+x^2}} \right) \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}, 0 < a \leq b < \infty,$$

с който се определя радиационното поле, възникващо от правоъгълен изотропен източник. За изследване на радиационен източник с по-сложна форма, както и за бариерата и детектора в радиационното поле се дефинира “обобщен радиационен интеграл” зависещ от повече параметри от вида

$$I = a \int_a^b x^\lambda (x^2 + p)^{-\alpha} \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^\mu {}_2F_1\left(\alpha, \beta; \gamma; -\frac{a^2}{x^2 + p}\right) dx.$$

Вижда се, че горният интеграл е оператор за дробно интегриране на Ердей-Кобер (от ред  $\mu + 1 > 0$ ) от функцията на Гаус. За  $\mu = 1$  и определени стойности на другите параметри се получават интегралът на Хубел и много други радиационни интеграли. Кирякова успява да представи интеграла  $I$  чрез хипергеометричната  $F_2$ -функция на Апел и развития в степенни редове. При определени условия интегралът  $I$  се представя като сума от две събираеми. Едното събираемо е класическата  $F_2$ -функция, а другото сходящ степенен ред. Така се стига до ефективни алгоритми за числено пресмятане на стойностите на широк клас радиационни интеграли. Несъмнено, тези резултати имат практическо приложение.

В направлението за намиране на експлицитни решения на диференциални и интегрални уравнения от произволен цял или дробен ред се използва така нареченият трансмутационен метод. Този метод се състои в трансформирането на една задача на която търсим решение в друга задача на която решението е известно. Това се осъществява с помощта на “трансмутационен” оператор. В няколко статии Кирякова намира решенията на дадени диференциални и интегрални уравнения изразени чрез специални функции, като използва богатия си арсенал от оператори на дробното смятане.

Несъмнен интерес представляват популярните и обзорните статии на кандидатката. Трябва да изтъкнем постоянния ѝ стремеж да се популяризират постиженията на силната българска школа в комплексния анализ, начело с Обрешков. Това може да служи за пример на всички млади български математици.

**г) Отражение на резултатите на кандидата в трудовете на други автори**

Кандидатката е представила списък на над 600 цитирания (без автоцитирания), главно от чуждестранни учени. Сред тях са цитирания в 23 авторитетни монографии, в 7 дисертации (5 в чужбина). Сумарният Импакт-фактор на статиите с цитати е над 100.

**д) Приносът на кандидата в колективните публикации**

От представените за конкурса трудове, включително монографията, 18 на брой са самостоятелни. Останалите трудове са в съавторство, преимуществено с водещи чуждестранни специалисти. Това говори за добрите връзки на кандидатката с международната колегия от специалисти в областта на фракталния анализ и специалните функции. Не можем да се съмняваме в равнопоставеността на авторите в съвместните публикации.

**е) Критични бележки и препоръки**

Обобщеното дробно смятане се характеризира с многоетажни и пространни формули. Желателно е да се усъвършенстват означенията за да се получат по-елегантни представяния на изразите. Винаги е възможно да се усъвършенства езика по отношение на яснота и внушение. Не мога да посоча неверни твърдения и грешни доказателства. Това не е доказателство за липсата им, но силно намалява вероятността за тяхното съществуване.

**ж) Лични впечатления**

Впечатлението ми е, че Виржиния Кирякова отдавна е изпълнила изискванията за получаване на академичната длъжност “Професор”. Научните изследвания на Виржиния Кирякова в продължение на повече от 30 години са концентрирани само в едно направление. Но в това направление тя се е утвърдила като водещ специалист в международната

научна колегия. За това спомага и изключително активната ѝ издателска и организаторска дейност в това научно направление. Основна роля има издаването от Кирякова, в продължение на 14 години, международно научно списание "Fractional Calculus and Applied Analysis".

Виржиния Кирякова е утвърден учен и експерт в своята област с отдавна признат международен авторитет.

Личните ми впечатления от Виржиния Кирякова са натрупвани през много години. Тя израствала и се утвърдила като изключително активен, талантлив и работоспособен член на нашата и на международната математическа общност. Прави впечатление нейният стремеж да изтъква и утвърждава постиженията на българските математици, свързани с нейната област, като се започне с Обрешков и Илиев, Димовски и Русев, както и много други имена.

### з) Заключение

Представените материали по конкурса отговарят напълно на изискванията на ЗРАС-РБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за развитие на академичния състав на Българската Академия на Науките и специфичните изисквания на Института по Математика и Информатика за заемане академичната длъжност "професор".

Въз основа на постигнатите научни резултати, определено давам **положително заключение за избор на д-мн Виржиния Стойнева Кирякова на академичната длъжност професор.**

Предлагам на почитаемото научно жури, единодушно да предложи на Почитаемия Научен Съвет на Института по Математика и Информатика към Българската Академия на Науките да избере кандидата, **д-мн Виржиния Стойнева Кирякова**, за академичната длъжност **професор** в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, научна специалност 01.01.04 "Математически анализ" (интегрални трансформации и специални функции).

София, 9 декември, 2011 г.

Подпис на рецензента:

(акад. Благовест Сендов)