

РЕЦЕНЗИЯ

за конкурса за професор по научната специалност 4.5. Математика, 01.01.04. Математически анализ (интегрални трансформации и специални функции), обявен от Института по математика и информатика - БАН в ДВ брой 5 8/2 9 юли 2011

с единствен кандидат
доц. дмн **ВИРЖИНИЯ СТОЙНЕВА КИРЖОВА**

Рецензент: проф. дмн Иван Христов Димовски

Единственият кандидат в конкурса доц. дмн Виржиния Стойнева Кирякова се представя с общо 40 публикации по темата на конкурса, между които една монография. От тях 18 са самостоятелни, а останалите 22 - в съавторство. Само 6 от представените статии са използвани в предишни процедури. 11 от публикациите са в списания с импакт фактор, с общ ИФ = 9,427. Общият списък на всичките научни публикации на кандидатката включва 104 заглавия с общ импакт фактор > 12 . Най-значимата публикация на кандидатката е нейната монография *Generalized Fractional Calculus and Applications* [K], публикувана през 1994 г. от международните издателства Longman и John Wiley. За това говори и фактът, че от излизането ѝ от печат досега, тя е цитирана повече от 200 пъти от чужди автори. По мое лично впечатление, тя е не само известна, но и настолна за водещите специалисти по интегрални трансформации и специални функции. Това е отличен атестат, като се има пред вид, че повечето включени в книгата резултати са лично дело на кандидатката. Приемам за рецензиране всички представени публикации.

Представените за конкурса публикации характеризират кандидатката като високо ерудиран специалист в една трудна и високо технична област на математическия анализ, каквато са специалните функции и интегралните трансформации. За повечето математици темата за специалните функции е непривлекателна и объркана. Това обаче не се отнася за истински големите математици. Например И.М. Гелфанд бе посветил последните години от живота си на разработката на обща теория на хипергеометричните функции от произволен ред - тема, която присъства в много от работите на кандидатката. Някой може да постави провокативния въпрос: има ли значим проблем на математиката, който да е бил решен с помощта на специални функции. Отговорът е положителен. Достатъчно е само да споменем доказателството на хипотезата на Бибербах, дадено от Луи дьо Бранж, в което се използват тънки свойства на полиномите на Якоби. Тънки свойства на елиптични функции се използват и в доказателството на Последната теорема на Ферма, дадено от Е. Уайлз. Все повече си пробива път усещането, че специалните функции са острови на знание в безбрежното море на нашето незнание. Това не изменя факта, че в очите на начинаещия, специалните

функции изглеждат като струпване на огромен брой формули, лишено от вътрешно единство. Кандидатката се е нагърбила с трудната задача „да въведе ред“ в тази област. Основният инструмент за постигането на такава амбициозна цел е разработеното от нея „обобщено дробно смятане“. Не може да се каже, че проблемът е окончателно решен, но и постигнатото впечатлява. Изграждането на вътрешно съгласувана оригинална математическа теория е постижение само по себе си, но значимостта му се определя преди всичко от резултатите, които могат да бъдат получени с негова помощ в класическата теория на специалните функции и в тясно свързаната с тях област на интегралните трансформации. Направените приложения са достатъчни да оправдаят усилията за разработването на това обобщено дробно смятане. Терминът „приложна математика“ е достатъчно компрометиран. Това, което е постигнала кандидатката в своето математическо творчество може до си нарече „чиста приложима математика“.

Педагогическата дейност на кандидатката е сравнително скромна: водила е упражнения и е чела лекции. Трябва да се има предвид, че тя никога не е била служебно задължена да извършва такава дейност. По-сериозен упрек към нея е фактът, че няма нито един защитил ръководен от нея аспирант. Обяснение за това може би се крие във факта, че специалните функции изискват специална нагласа, която не се постига в обучението в университета, където на се четат спецкурсове по тази тема. Този недостатък на кандидатката се компенсира с излишък от обстоятелството, че са известни поне 6 дисертации на чужди математици, които се основават на работи на Кирякова. В една от тях (на австралиеца Паул Уилямз от 2007 година) даже е поместен нейн портрет наред с класиците на дробното смятане. Многото други нейни обществено полезни дейности са също впечатляващи. Най-значимата от тях е издаването с лични усилия на международно списание по дробно смятане с международна редколегия (Fractional Calculus and Applied Analysis). От тази година вече то е издавано и разпространявано от световно известното издателство Шпрингер. От другите нейни дейности ще спомена само участието ѝ в Столичния общински съвет (1991-1995). Като общински съветник, тя успя да реализира идеята една от софийските улици в близост до академичния комплекс да носи името на акад. Никола Обрешков, докато нейните колеги от Института по математика и информатика с тайно гласуване отхвърлиха предложението Института да носи неговото име!

Конкретните научни постижения на кандидатката могат да се групират в пет направления:

- 1) Разширяване на класическото дробно диференциално и интегрално смятане до т.нар. „обобщено дробно смятане“;
- 2) Създаване на цялостна канонична теория на интегралната трансформация на Обрешков с помощта на обобщеното дробно смятане и създаване на нови интегрални трансформации (аналог на трансформацията на Ханкел и мултииндексно обобщение на трансформацията на Борел-Джрбашян);
- 3) Разширяване на трансмутационния метод и приложения на този метод за решаване на нови класове диференциални, интегрални и интегро-диференциални уравнения;
- 4) Въвеждане и изследване на нови класи специални функции;
- 5) Приложения на оператори на обобщеното дробно смятане в геометричната теория на аналитичните функции.

Хронологично, второто направление предхожда първото. Затова, ще започна от него. През 1958 г. акад. Н. Обрешков публикува в Известия на Математическия Институт статия, която предлага най-широкото дотогава (а и до наши дни) обобщение на класическата интегрална трансформация на Лаплас. Тази работа на Обрешков остава незабелязана за математическата общественост по света не само защото е публикувана на български език. В статията не се говори за никаква интегрална трансформация, а само за интегрално представяне на реални функции върху реалната полуос. Статията е подробно реферирана в *Mathematical Reviews*, но не в раздела за интегрални трансформации, а в раздела за функции на реална променлива. На вниманието на референта не е убягнала и забележката на Обрешков при коректурите, че неговите резултати са частни случаи от по-обща твърдения на Хиршман и Уидер, поместена, неизвестно защо, само във френското резюме на статията.

Моето лично впечатление е, че Обрешков едновременно се гордееше и срамуваше от тази статия. Рецензентът извади от забравата тази статия цели 10 години след смъртта на Обрешков, когато такава трансформация му потрябва за да дублира директното операционно смятане за най-общия диференциален оператор от беселов тип (сега наричан хипербеселов оператор). Тъй като Обрешков не е гледал на своето представяне като на интегрална трансформация, той не е търсил основните свойства на своята трансформация (формули за обръщане, диференциален и интегрален закон, конволюционна структура и др.) Намирането на формулите за обръщане възложих на своята дипломантка Виржиния Кирякова, която се справи отлично с поставената задача. Това е предисторията на обобщеното дробно смятане. През 1983 г. Кирякова успя да префасонира и опрости моите и своите резултати за хипербеселовите оператори на езика на G -функцията на Майер и това бе оформено като наша съвместна статия. Това е истинското начало на обобщеното дробно смятане.

Ключов момент в по-нататъшните самостоятелни изследвания на Кирякова е намереното от нея представяне на композиция на произволен брой оператори на Кобер-Ердей като прост интегрален оператор с ядро G -функция на Майер. Това позволява да се оперира с композиции на оператори на Кобер-Ердей като с обикновени прости оператори на Кобер-Ердей. Съответните композиционни и декомпозиционни теореми са основният технически апарат на обобщеното дробно смятане, изложено от кандидатката в нейната монография [К]. Непознаването на тези основни формули на обобщеното дробно смятане все още изкушава някои математици да поставят проблеми, решени в книгата на Кирякова. Например, през 2009 г. руските математици Д. Карп и С. Ситник в статията си "Inequalities and monotonicity of ratios for generalized hypergeometric function, *Journal of Appr. Theory*, 161, pp.337-352 поставят такъв проблем (Open problem 1), вече решен от Кирякова.

Когато се предлага нова математическа теория (ново математическо направление), понякога е трудно да се избегне ограничаването на изследванията само до преодоляване на трудностите вътре в тази теория. Такава теория не може да заинтересува по-широк кръг математици и съдбата ѝ е предрешена. За щастие, случаят с обобщеното дробно смятане е съвсем различен. Първото приложение на тази теория е към нетривиален математически обект - хипербеселовия диференциален оператор от произволен ред. Получените резултати за този

оператор (интегрална трансформация и трансмутационни оператори) имат общоматематическо значение. Най-голямата глава на книгата [К] е посветена на хипербеселовия оператор. Именно това приложение дава основание на физика N. S. Witte (J. Phys. A. Math. Gen. **31** (1998), p.821) да говори за „българска школа“, като споменава изрично името на Кирякова и цитира нейната книга. В работите [K52], [K68], [K86], [K102] са използвани хипербеселовите трансмутационни оператори за решаване на нови класове диференциални и интегрални уравнения. Мога да упрекна кандидатката само в това, че тя се ограничава само с решаването на интегрални уравнения на Волтера от втори род, за които съществуват и други методи, докато силата на използвания метод би проличала върху съответни волтерови интегрални уравнения от първи род. Получаването на експлицитни решения за тях би било посрещнато с интерес от много приложни математици. Знам, че в непредставени за конкурса работи кандидатката е разглеждала двойни волтерови уравнения от първи род, но получените резултати нямат окончателен характер. Досега препятствие е била липсата на аналог на трансформацията на Ханкел за хипербеселовия оператор. Това е формулирано като открит проблем на стр. 198-200 на книгата [К]. Този проблем е решен в работите [K65] и [K66], съвместни с Ю. Лучко. Сега вече няма пречка да се разглеждат както двойни, така и тройни волтерови интегрални уравнения от първи род с ядра функции на Майер, а даже и хипергеометрични функции или, по-общо, Н-функции на Фокс. Важен момент в оформянето на обобщеното дробно смятане като самостоятелно направление е намереното от кандидатката представяне на дробните степени на хипербеселовия оператор, въведени преди това директно от рецензента и от А. Макбрайд. Ако кандидатката се бе ограничила само с тези приложения, свързани с общия хипербеселов оператор, обобщеното дробно смятане не би имало право на самостоятелно съществуване, тъй като би било само част от теорията на този оператор. Въпреки това, по мое мнение получените от кандидатката резултати, свързани с хипербеселовия оператор биха били достатъчни за присъждане на научното звание професор. Но както казват добрите майстори, „за да стигне трябва да остане“. Следващата стъпка е вместо функцията на Майер като ядро, да се използва по-общата от нея Н-функция на Фокс. В [K68], [K89] е показано как функционират приложения на съответното обобщено дробно смятане. Използването на p -функцията на Райт е позволило на кандидатката да разшири обхвата на своето смятане за обобщените диференциални оператори на Гелфонд - Леонтиев - Джрбашян и въвеждането на нови многоиндексни функции на Митаг - Лефлер [K64], [K67], [K69] и [K88]. Така дробното смятане и функциите на Джрбашян стават част от обобщеното дробно смятане на Кирякова. В [K67] и [K101] е представено многообещаващо обобщение на трансформацията на Обрешков, свързано с многоиндексния оператор за обобщено диференциране на Гелфонд-Леонтиев-Джрбашян. Според мен тази нова трансформация е значим принос към теорията на интегралните трансформации.

Неочаквани са приложенията на обобщеното дробно смятане към теорията на еднолистните функции в единичния кръг (работи [K73], [K77], [K79] и [K99]). Тук основна роля играе конволюцията на Адамар и основополагащите работи на Рушевайх за характеризиране на различни класове еднолистни функции като конволюционни оператори. Приложимостта на операторите на обобщеното дробно

смятане към тази екзотична тематика се дължи на факта, че операторите на Кобер - Ердей и техните обобщения са мултипликатори на адамаровата конволюция. Въпреки, че не съм убеден в значимостта на тези работи на кандидатката, трябва да призная, че те обобщават работите на почти всички математици с резултати в тази област, между които и математици от калибъра на Хари Сривастава. Това стана очевидно на проведената миналата година у нас международна конференция по геометрична теория на функциите. Почти всички докладвани резултати се оказваха свързани с частни случаи от оператори и резултати на Кирякова.

Извън този обзор остават публикации [К33], [К41] и [К48], свързани с т.нар. радиационни интеграли и разработените за пресмятането им алгоритми. Изглежда тези работи са важни за приложенията, тъй като са многократно цитирани - първата 14, а втората - 18 пъти.

Резултатите на кандидатката са получили убедително международно признание - повече от 600 цитирания и са използвани съществено в повече от 20 монографии на чуждестранни автори. По сведения на кандидатката общият импакт-фактор на представените публикации е 9,427.

Участието на кандидатката в съвместните публикации е повече от равностойно. Това мога да потвърдя както от съвместните ни публикации, така и от личното ми познание с повечето от нейните съавтори.

Критичните ми бележки към кандидатката са не толкова към съдържанието на разработките, колкото към формата на представянето. Това се отнася не към нея лично, а и към други мастити специалисти по дробно смятане. Липсва утвърдена терминология в тази област. Според мен, например, не е уместно операторите на Кобер-Ердей да се наричат оператори за дробно интегриране, защото операторът на Риман-Лиувил не е частен случаи от тях, макар и математик като Йън Снедон да твърди това. Просто, това не е вярно. Много математици не са забелязали, че операторите на Кобер-Ердей комутират априори поради това, че са оператори, комутиращи с оператора на Ойлер и „доказват“ това като използват тънки свойства на функцията на Майер (вж. монографията на Самко, Килбас и Маричев, стр. 528- 529 на руското издание). За щастие, кандидатката не е между тези математици. Мисля обаче, че тя не е права да нарича операторите на Кабер-Ердей и техните обобщения „оператори за дробно интегриране“ Разбира се, по-правилно е те да се наричат само оператори на дробното смятане, а терминът оператор за дробно интегриране да се запази само за композиции на тези оператори с оператори за умножение със степен на променливата. Така постъпват, например, белоруските математици Якубович и Лучко в монографията си от 1994, но за сметка на това изменят общоприетия смисъл на понятието оператор на Кобер-Ердей. Мисля, че дълг на кандидатката е не да върви по течението, а като използва завоювания си вече авторитет, да въведе ред в терминологията. С оглед на бъдещото развитие на дробното смятане е важно да започне изучаването на спектралната теория на операторите за дробно интегриране. Това ще бъде продължение на пионерските работи на М. Джрбашян. Съществува реална „опасност“ водеща позиция в това направление да заеме руската школа на Нахушев. Но това вече излиза извън моята компетенция и извън целта на настоящия конкурс.

Тъй като съм следил научното развитие на кандидатката още от нейните студентски години, мога убедено да твърдя, че то е вървяло и все още върви по възходяща линия. За това е съдействувало и непрекъснато ѝ професионално общуване с водещите специалисти по дробно смятане от цял свят. Висока оценка заслужава способността ѝ да се справя с трудни ситуации изключително със собствени сили. Смятам обаче, че кариерното ѝ развитие изостава далеч от научните ѝ постижения.

По отношение на другите специфични изисквания от Правилника на ИМИ- БАН по ЗРАСРБ за заемане на длъжността „професор“, кандидатката е представила подробни материали за: - ръководител на 4 научно-изследователски проекта и участник в 9 национални и 4 международни такива; - участие в над 50 конференции в чужбина, от които около 30 са с поканени пленарни доклади; - участие в 13 редколегии на международни математически списания (10 в чужбина); - била е председател или секретар на 9 конференции у нас (7 от тях международни) и член на програмни комитети на около 20 специализирани конференции в чужбина.

З а к л ю ч е н и е . Единственият кандидат в конкурса доц. дмн ВИРЖИНИЯ СТОЙНЕВА КИРЯКОВА се представя като високо ерудиран специалист в актуално направление на математическия анализ - обобщеното дробно смятане. Фактически, тя е създател на това направление, получило световно признание. Научните ѝ резултати, свързани с хипербеселовия оператор и трансформацията на Обрешков имат непреходна общоматематическа стойност. Издаването от нея международно списание „Дробно смятане и приложен анализ“ представя достойно българската математика в чужбина. С пълна убеденост препоръчвам на научното жури по конкурса и на почитаемия Научен съвет на ИМИ - БАН да присъди на Виржиния Стойнева Кирякова академичната длъжност

„професор“ за нуждите на ИМИ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика професионално направление 4.5. Математика, научната специалност 01.01.04. „Математически анализ“ (интегрални трансформации и специални функции).

18.12.2011 г.

С о ф и я

Подпис:

(член-кор. Иван Димовски)