РЕЦЕНЗИЯ

на проф. дмн Петър Русев по конкурса за професор по научната специалност 01.01.04. Математически анализ (интегрални трансформации и специални функции), обявен от Института по математика и информатика на БАН в ДВ брой 58/ 29 юли 2011 г.

Единствен участник в конкурса е доц. дмн Вирджиния Стойнева Кирякова. От публикациите си, номерирани с К, К1-К103 в приложения от нея списък, тя е представила 40 научни труда. От тях една монография - К и 6 труда - К52, К54, К64, К67, К68, К86 и К98 са били ангажирани в процедурата за получаването на научната степен „дмн„ през 2010 г. Останалите 32 не са представяни за участие в предишни процедури. От тях 18 са самостоятелни и 22 са в съавторство. Всички представени трудове са в областта на съвременното дробно смятане и тясно свързаните с него специални функции и интегрални трансформации.

Дробното смятане, или още дробният анализ, през последните няколко десетилетия окончателно се утвърди като самостоятелно направление в математическия анализ. Интензивните изследвания в него отразени в непрекъснато разширяващия се „поток„ от публикации, в това число и внушителен брой монографии, доведоха и до включването в обновения класификатор на Mathematical Reviews за 2010 г на 5 нови позиции. Приложенията му далеч надхфърлиха рамките на математическия анализ, идеите и методите му ползват вече физици, химици, биолози, стохастици, икономисти-финансисти, навлязоха и в инженерната практика.

Дробното смятане дължи „раждането„ си на синтеза на две събития в историята на математиката, отдалечени както по време, така и по характер. В 1729 г Л. Ойлер в писмо до Х. Голдбах „осмисля„ символа $z!$, заменен от А. Льожандр в 1814 г с $\Gamma(z)$, с равенството

$$\Gamma(z) = \lim_{n\to\infty} \frac{n!n^z}{z(z+1)(z+2)\dots(z+n)}, z \neq 0, -1, -2, \dots, n = 1, 2, 3, \dots,$$

което сега най-често се свързва с името на К.Ф. Гаус. От него Ойлер получава представянето

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} \exp(-t)\, dt, \quad \Re z > 0,$$

частен случай на което е равенството $n! = \Gamma(n+1), n = 0, 1, 2, \dots$.

На А.Л. Коши се дължи редуцирането на многократното интегриране на функция на една реална променлива до еднократно посредством формулата

$$R^n f(x) = \int_0^x dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \dots \int_0^{t_{n-1}} dt_n = \frac{1}{(n-1)!} \int_0^x (x-t)^{n-1} f(t)\, dt.$$

Заместването на n с произволно $\delta > 0$, т.е. на $(n-1)!$ с $\Gamma(\delta)$, което се дължи на Б. Риман и Ж. Лиувил, води до интегриране от ред δ посредством равенството

$$R^\delta f(x) = \frac{1}{\Gamma(\delta)} \int_0^x (x-t)^{\delta-1} f(t)\, dt,$$

което може да се интерпретира и като диференциране от ред $-\delta$. Действието на така въведения оператор върху функции на една комплексна променлива, дефинирани в области звездни относно точката $z = 0$ и с разрез по част от лъч с начало тази точка, се реализира с представянето

$$R^\delta f(z) = \frac{z^\delta}{\Gamma(\delta)} \int_0^1 (1-\sigma)^{\delta-1} f(z\sigma)\, d\sigma.$$

Ако D е обичайният оператор на диференциране от първи ред, равенството $D^\delta(f(z) = D^n R^{n-\delta} f(z)$ с $n = [\delta] + 1$ води и до дефиниция на дробна производна от ред δ в смисъл на Риман-Лиувил.

Естественият стремеж за обобщаване на въведените оператори с оглед разширяването на възможностите за техните приложения доведе до дефинирането на аналогични на тях оператори включващи, освен реда на интегриране респ. диференциране, и други параметри. За пример може да служи оператора за интегриране

$$I_\beta^{\gamma,\delta} f(z) = \frac{1}{\Gamma(\delta)} \int_0^1 (1-\sigma)^{\delta-1} \sigma^\gamma f(z\sigma^{1/\beta})\, d\sigma$$

на А. Ердеий и Х. Кобер.

В началото на 70-те години на миналия век автори като Ш. Кала, Р.К. Саксена, М. Сайго, Е. Лъв и др. предлагат обща схема за дефиниране на оператори за дробно интегриране от вида

$$Rf(z) = z^{-\gamma-1} \int_0^z \Phi\left(\frac{t}{z}\right) t^\gamma f(t)\, dt = \int_0^1 \Phi(t) t^\gamma f(zt)\, dt$$

като за ядра се ангажират класическите специални функции свързани с имената на Бесел, Гаус и др. както и съвременни обобщения на някои от тях каквито са напр. G-функцията на Майер и H-функцията на Фокс.

Така бяха заложени оновите на ново направление в математическия анализ наречено *обобщено дробно смятане* (ОДС). От представените от Кирякова документи, отразяващи близо 35 годишната й научно-изследователска дейност, може да се направи категоричния извод че именно тя е създателят му и водещ специалист в него. Цялостна теория на ОДС наедно с многобройни приложения към интегралните трансформации, специалните функции, диференциалните и интегралните уравнения от дробен ред, теорията на еднолистните функции, намери място в монографията й Generalized Fractional Calculus and Applications, Longman Sci. and Techn., Harlow-UK and J. Wiley, New York-USA, 1994 и в дисертацията й „Обобщено дробно смятане и приложения в анализа„, София, 2010 за получаване на научната степен „доктор на математическите науки„.

Съществено нови резултати в това направление се съдържат в публикациите [K88],[K89] и [K]. В първите две се третират оператори от вида (7) в авторската справка [AC] на Кирякова, които имат за ядро H-функция на Фокс от вида $H^{m,0}_{m,m}$. Установено е, че в същност операторите (7) са композиции на оператори на Ердейи-Кобер, а в по-общия случай (8) - на оператори за дробно интегриране на Райт-Ердейи-Кобер, които съдържат в ядрата си функцията на Бесел-Майтленд.

В [K40] са въведени и изследвани обобщени оператори от типа на Ердейи-Кобер с векторен параметар $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ в долния индекс и с ядро H-функция на n променливи [K40, (2.1), (2.2)]. С техниката на трансформацията на Мелин са изведени техни основни свойства [K40, (T.1), (T.2)], формула за „интегриране по части„, формули за обръщане и някои операционни свойства.

В публикацията си „Върху някои интегрални представяния на реални функции по реалната полуос„, Известия на Института по математика на БАН, **3**, 1 (1958), 3-28 Никола Обрешков дефинира и изследва и нтегрална трансформация от вида

$$F(s) = \int_0^\infty \Phi(sx) f(x)\, dx$$

с ядро

$$\Phi(x) = \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty u_1^{\beta_1} \ldots u_p^{\beta_p} \exp\left(-u_1 - \ldots - u_p - \frac{x}{u_1 \ldots u_p}\right) du_1 \ldots du_p.$$

През 1966 г Иван Димовски въведе наречените сега хипербеселови диференциални оператори [AC, (9)] с оглед изграждането на операционни смятания за тях и за десните им обратни. Трансформацията на Обрешков е „преоткрита„ от него и е ангажирана като аналог на класическата трансформация на Лаплас използвана от Ян Микусински в операционното му смятане.

Кирякова „открива„ че ядрото на трансформацията на Обрешков е в същност G-функция на Майер, т.е. че тя има представянето [AC, (12)]. Върху него и с техниката на ОДС е изградена публикацията [K80]. В нея за трансформацията на Обрешков са получени: конволюция, диференциални свойства, абелова и тауберова теорема, връзка с лапласовата трансформация, формули за обръщане. Особено впечатляваща от последните е [K80, (45)]:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{x^{-p}}{\prod_{k=1}^{m}\Gamma(\gamma_k - p/\beta + 1)}\, dp \int_0^\infty s^{\beta(\gamma_m+1)-p-1}\mathcal{O}(s)\, ds,$$

където $\mathcal{O}(s)$ е образът на $f(x)$ при трансформацията на Обрешков.

За въведената чрез [AC, (13)] в по-ранната публикация [K51] многократна H-интегрална трансформация от типа на Лаплас, частни случаи на която са трансформациите на Борел, Джрбашян (за $m = 1$), на Обрешков с произволна кратност и на Майер ($m = 2$), в [K67] са получени: операционни зависимости, конволюция, формули за обръщане. Кирякова изтъква, че за $m > 1$ трансформацията [AC, (13)], като „дробно-индексен„ аналог на трансформацията на Обрешков, свързан с операторите за диференциране от дробен мулти-ред $(\delta_1, \ldots, \delta_m)$, дефинирани с [AC, (14)], засега е най-общата интегрална трансформация от типа на Лаплас, свързана с конкретни диференциални оператори като тяхна операционна основа.

В [K45] е показано, че обобщените оператори на дробното смятане [AC, (5)] имат представянето [AC, (16)] като последователни композиции на класическата трансформация на Лаплас и нейната обратна.

В [K65] и [K66] са получени обобщени интегрални трансформации от Ханкелов тип, в общия случай несиметрични, чийто ядра са G-функции на Майер от тип $G^{m,0}_{0,2m}$. Така е решен открития проблем от монографията [K] за намирането на „хипербеселови„ аналози на класическата трансформация на Ханкел. Дадени са и достатъчни условия за симетричност на обобщените ханкелови трансформации.

Независимо от това, че публикацията [K58], продължена в [K89], не е предложена от Кирякова за участие в конкурса, уместно е да се изтъкне че тя съдържа един от най-съществените й приноси за приложенията на ОДС към специалните функции. Показано е, че обобщените хипергеометрични функции от вида ${}_pF_q$ са образи на оператори на ОДС, с ядра G-функции на Майер, приложени върху три вида елементарни функции, които отговарят съответно на случаите $p < q, p = q$ и $p = q + 1$.

Напоследък има засилен интерес към новото понятие „специални функции на дробното смятане„ (СФ на ДС). Те се утвърждават заради ролята им като решения на диференциални и интегрални уравнения и системи от дробен ред, които служат за модели на физически, химически, биологически,икономически и управленски процеси, както и в инженерната практика. Те не могат да се включат в схемата на G-функциите на Майер и не са от вида ${}_pF_q$. Те се обхващат от по-широкия клас на H-функциите на Фокс и, по-конкретно, от обобщените хипергеометрични функции ${}_p\Psi_q$ на Райт дефинирани с [АС, (18)]. Характерни техни примери са мулти-индексните функции [АС, (17)] на Митаг Лефлер (М-Л), въведени за пръв път в ОДС от Кирякова в [К51, К62]. Изчерпателна информация за функциите [АС, (17)] и по-конкретно за връзката им с операторите на класическото дробно смятане е дадена в [К69], [К64] и [К88]. Мулти-индексните функции на Митаг-Лефлер присъстват в многобройни задачи от най-различен характер, чийто модели ангажират оператори на дробното смятане. Голяма част от специалните функции на математическия анализ са техни частни случаи. Изглежда това е причината германският експерт по дробен анализ и приложенията му Рудолф Горенфло да назове класическата функция на Митаг-Лефлер „кралица на дробното смятане„. Уместно е да се изтъкне, че Митаг-Лефлер е въвел тази функция, която в същност е обобщение на експоненциалната функция, за дефиниране на метод за сумиране на разходящи редове носещ неговото име.

По аналогия с поасоновото интегрално представяне на функциите на Бесел от първи род в [К88] е получено представянето [АС, (19)] на мулти-индексните функции на Митаг-Лефлер, в което функцията $\cos_m(x)$ е решението на задачата на Коши $y^{(m)}(x) = -y(x), y(0) = 1, y'(0) = 0, \ldots y^{(m-1)}(0) = 0$.

Идеята от [К58] е пренесена в [К89] върху функциите на Райт ${}_p\Psi_q$. Те се оказват обобщени дробни диферинтеграли от ред q от типа на Райт-Ердейй-Кобер от една от трите основни функции: $\cos_{q-p+1}(z)$ (за $p < q$), $z^{\alpha}\exp z$ (за $p = q$), ${}_1\Psi_0(z; (\beta, B))$ (за $p = q + 1$).

Класически обект на изследвания в комплексния анализ, породили почти необозримо количество публикации в това число и в реномирани издания, е класът $A_p, p \geq 2$ на функциите $f(z)$ холоморфни в единичния диск $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ и нормирани с условията $f(0) = 0, f'(0) = 1$ [АС, (22)]. Съществен дял на геометричната теория на аналитичните функции е посветен на класа $S \subset A_1$ на еднолистните в D функции, както и на различни негови подкласове, каквито са напр. тези на звездните и изпъкналите функции. В. Кирякова е един от пионерите на изследванията върху геометричните свойства на интегралните трансформации на класа A_p дефинирани от оператори на ОДС. Първите ѝ резултати, включени в дисертацията ѝ [K98] и ангажирали G-функциите на Майер, обванаха като частни случаи резултатите на редица автори. В новите ѝ изследвания и, публикувани в [K73], [K77], [K78], [K93], [K99], са привлечени както $H^{m,0}_{m,m}$-функциите на Фокс, така и функциите на Райт ${}_{m+1}\Psi_m$ и дори ${}_p\Psi_q$, и по убедителен начин демонстрират възможностите за приложения на операторите на съвременното ОДС.

„Интегралът на Хубел„ [AC, (25)] е използван за пресмятането на интензитета на радиационно поле създадено от правоъгълен изотропен източник. Кирякова изтъква, че негова съвременна версия, „обобщения интеграл на Хубел„ [AC, (26)], е в същност дробен интеграл на Ердей-Кобер от хипергеометричната функция на Гаус. На последния са посветени публикациите [K33] и [K41]. В [K33] той е представен чрез хипергеометричен ред с рекурентна зависимост между членовете му, което създава удобства за числени пресмятания. В [K41] са получени нови рекурентни зависимости между обобщените радиационни интеграли и алгоритъмът от [K33] е илюстриран с таблици на числените им стойности при различен избор на параметрите.

Дълги години на дробното смятане е гледано по-скоро като на екзотика и задоволяване на естетически потребности. Известна причина за това е била и липсата на сериозни приложения в други области. През последните по-малко от две десетилетия това отношение претърпя коренна промяна. Тласък за това даде и организираната от Кирякова дискусия по време на Международната конференция ТМСФ, Варна'1996 ([K56]), на която се заговори за възможни приложения на дробния анализ за моделиране на явления и процеси напр. в среди със силно пореста (фрактална) структура, които не се поддават на третиране със средствата на класическия анализ и в частност с методи ангажиращи диференциални уравнения от „цял„ ред. Съществена роля изигра и публикацията на Игор Подлубни "Geometric and physical interpretation of fractional differentiation and fractional integration", Fract. Calc. Appl. Anal., **5**, 4 (2002), 367-386, цитирана досега повече от 500 пъти. Сега вече е ясно, че дробният анализ предлага ефективни средства за решаване на диференциални и интегрални уравнения от дробен ред с привличането на операторите на ОДС като оператори за подобие. Принос към тази „технология„ са резултатите на Кирякова в публикациите [K52], [K54], [K68], [K86], [K102]. Характерното за тях е намирането в явен вид на решения на разглежданите уравнения. За пример може да се посочи решението [AC,(29)] в термините на дву-параметричната функция на Митаг-Лефлер на интегралното уравнение [AC, (28)] съдържащо оператор на Ердей-Кобер.

В съответствие с чл. 3 от Правилника на ИМИ за приложение на ЗРАСРБ Кирякова е представила детайлни сведения за обширната й научно- организационна и експертна дейност (Приложения 13-20), резюмирана на стр. 20-25 от [АС]:

- Ръководител на 3 НИП по договори с ФНИ към МОМН (1997-2002, 2003-2007, 2009-2012). Участник в 6 договора с ФНИ. Ръководител на НИП „Специални функции, дробни смятания и интегрални трансформации„ към ИМИ-БАН (2001-). Участник в 3 НИП на ИМИ-БАН. Участник в 4 международни научни проекта с ПАН, САНУ, Японска и Кувейтска научна фондация (Приложение 16).

- Участник в организацията на конференции с международно участие у нас като член, секретар, председател на оргкомитет (Приложение 17).

- Член на международни програмни комитети на повече от 20 конференции в чужбина състояли се през последните 10 години (Приложение 17)

- Член на: Съюза на учените в България, Съюза на математиците в България, American Mathematical Society, Edingburgh Mathematical Society.

- Лектор като гост-професор в университети и други научни институции. Участник в повече от 50 международни конференции след хабилитацията й през 1989 г, от които на 29 по покана с пленарен доклад (Приложение 18).

- Главен редактор и издател от 1998 и досега на Fractional Calculus and Applied Analysis, първото и засега единствено българско научно списание, което от 2011 г излиза под егидата на Springer and Versita. Редактор от 1995 г на Mathematica Balkanica и от 1999 г на International Journal of Applied Mathematics. Член на редколегиите на 10 международни математически списания издавани в чужбина. Редактор и издател на 7 сборника от трудове на научни конференции (Приложение 15).

- Член на СНС по математика при ВАК (2004-2007, 2007-2010), на Атест. Комисия при НС на ИМИ-БАН (2003-), на експертни съвети в чужбина. Автор на рецензии за хабилитации и на докторски тези у нас (3 броя) и в чужбина (11 броя), на НИП на НИС в български ВУЗове (ФМИ на СУ, ХТМУ, РУ и др.), на проекти за монографии представени за публикуване от международни издателства като Springer, World Sci., Imperial College Press, Gordon and Breach и др. Анонимен рецензент за редица пеждународни математически списания и издания на чуждестранни университети (Приложение 19).

Учебно-преподавателската дейност на Кирякова е отразена на стр. 25 от авторската й справка:

- Хоноруван асистент (1976-1981, 1993) по Теория на аналитичните функции и Математически анализ във ФМИ и ФФ на СУ.

- Хоноруван асистент по математически анализ (1986-1992) във Факултета по приложна математика и информатика на ТУ.

- Изготвяне на английски език на: програми на лекционни курсове, конспекти за докторанти, курсове на семинари в чужбина (Приложение 14).

- Специализиран докторантски курс „Обобщено дробно смятане, хипербеселови оператори и свързани с тях специални функции и интегрални трансформации„ в Испания (май-юни 1993): Department of Mathematics - Universitai de Las Palmas de Grand Canaria.

- Участие в подготовката и провеждането на интензивен курс по линия на европейски проект на DAAD на тема "Fractional Calculus with Applications in Mechanics" и цикъл лекции на тема "The special functions of fractional calculus" в Университета в Нови Сад, Сърбия (16-24 Септември 2007).

- Гост-професор на специализирани колоквиуми, учебни и изследователски семинари в чуждестранни Университети в Испания, Великобритания, Япония, Кувейт, Ливан, Тунис, Холандия, Сърбия, Полша, Русия, Беларус (1992-2011, Приложение 18).

Научната дейност на Кирякова през изминалите повече от три десетилетия оказа и продължава да оказва съществено влияние върху изследванията в областта на съвременното дробно смятане и неговите приложения. Нейни идеи и резултати са цитирани и използувани в 23 научни монографии на чуждестранни автори публикувани от престижни издателства като Springer, Kluwer, World. Sci., Acad. Press, North Holland и др., в 7 дисертации от които 5 в чужбина и в 3 учебни пособия. Много автори използват по същество въведени от нея понятия и нови класове от оператори и функции, както и резултатите й за тях, като основа за техни публикации.

По сведения на Кирякова общият брой цитати на нейни трудове досега е 668, от които 221 са на монографията й и 447 са на статии. Цитиранията в статии, повечето на чуждестранни автори, са основно в авторитетни списания с висок ИФ (импакт-фактор), за което говори факта, че до 2010 г сумарният им ИФ е надхфърлил 100.

От научните статии на Кирякова 20 са в списания с общ ИФ 12.394. От представените за участие в конкурса, 11 статии са също в списания с ИФ, сумарният ИФ на които е 9.427. Тя е представила и сведения от източници като ScHolar index и Quad Search, които анализират цитируемостта на публикации налични в Google Scholar. Според тях 71 нейни труда от тази база от данни са получили много повече цитирания от споменатите, като средният брой цитати е 10.07, а т. нар. H-индекс и G-индекс са съответно 13 и 24. Това означава, че поне 13 нейни публикации са получили поне по 13 цитирания, а 24-те най-често цитирани нейни трудове са получили $24^2 = 576$ цитата.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. От прегледа на документите представени от Кирякова става ясно, че са удовлетворени всички изисквания на Правилника на ИМИ за условията за заемане на академичната длъжност „професор„ с изключение на това за наличието на защитили докторанти. То обаче многократно се компенсира от другите й постижения. Благодарение на нейните десетилетни усилия се „роди„ ново научно направление в математическия анализ наречено от нея ОДС. Безспорните й приноси й спечелиха висок международен научен авторитет, отредиха й място на водещ специалист в областта на дробния анализ и неговите приложания, станаха основа на изследванията на други автори. Венец на неуморната й научно-организационна дейност е че вече има българско научно списание излизащо под егидата на едно от най-престижните световни издателства. Всичко това води до категоричното ми мнение, че доц. дмн Виржиния Стойнева Кирякова безапелационно заслужава да заеме академичната длъжност „професор„ в ИМИ на БАН.

София, 6 декември 2011 г

Рецензент:

(Проф. П. Русев)