

РЕЦЕНЗИЯ

върху дисертационен труд за получаване на образователната и научна степен “Доктор” по научната специалност
01.01.11 Изследване на операциите

Автор на дисертацията: Владимир Йорданов Кръстев

Тема на дисертацията: „Достатъчни условия за оптималност на възрастово-структурирани модели”

Рецензент: проф. д-мн Михаил Иванов Кръстанов, ИМИ-БАН

1. Общо описание на дисертацията

Представеният дисертационен труд на тема: „Достатъчни условия за оптималност на възрастово-структурирани модели” е представен на 70 стандартни машинописни страници, като съдържа 4 чертежа. Библиографската справка показва, че са използвани 47 литературни източници, като 40 са на английски език, 6 на руски език и 1 на немски език. От тях 3 са публикации по дисертацията. Материалът е структуриран в увод, три глави и заключение, в което се резюмират приносите на дисертацията.

2. Актуалност на разработвания проблем

Дисертацията е посветена на едно перспективно направление в приложната математика - изучаване възрастово-структурирани задачи на оптималното управление. При тях фазовите и управляващите променливи зависят от един допълнителен параметър, който често се интерпретира като възраст на изучаваните обекти. Такива задачи възникват при изучаване на икономически процеси, на различни популации в биологията и в демографията. За много популации, между които и човешката, е характерно, че те са възрастово структурирани и това оказва съществено влияние в тяхното развитие. Ето защо, за получаване на по-адекватно описание на динамиката на една популация, трябва да бъде отразена нейната възрастовата структура. А това налага изследване на по-сложни възрастово-структурирани оптимизационни задачи. Понастоящем възрастово-структурирани модели намират широко приложение в епидемиологията, в изследването на инвестициите в средства за производство и в човешки капитал, за изследване на начините за противодействие на обществени нарушения и планирането на социални услуги, както и в много други обществено значими проблеми. Получените с помощта на методите на оптималното управление качествени резултати за поведението на изследваните системи, както и на съответните числени симулации, могат да се използват за откриване на нови, неизвестни досега, механизми на поведение. А това би спестило разходите за различни скъпо струващи реални експерименти (в случаите когато такива експерименти са възможни).

3. Познаване на състоянието на проблема

Най-общо дефиниран, проблемът на дисертационния труд се състои в запознаване с получените резултати за възрастово-структурирани модели, изучаване на методите на оптималното управление, които са приложими за изследването на такива модели и получаване на нови резултати за тях.

Докторантът е показал в увода на дисертацията добро познаване на научната литература, посветена на изучаването на възрастово-структурирани модели: от първите работи на Шарп и Лотка от 1911 г. и на Маккендрик от 1926 г. докато се стигне до уравнението на Маккендрик - фон Фьорстер в статията на фон Фьорстер от 1959 г. Отбелязана е появата на нелинейни възрастово-структурирани модели в статиите на Гуртин и Макками от 1974 г. и на Хопенщет от 1975 г. Цитирана е монографията на Файхтингер и Хартл от 1986 г., в която се обръща внимание на прилагането на методи на оптималното управление за изследване на възрастово-структурирани модели. Обърнато е нужното внимание на статиите на Брокате от 1985 г. и на Файхтингер, Траглер и Вельов от 2003 г., където се доказват необходими условия за оптималност за възрастово-структурирани системи от тип на максимума на Понтрягин.

4. Характеристика на избраната методика на изследване

Основната цел на настоящата дисертация е получаването на общи достатъчни условия за оптималност за възрастово-структурираните задачи на оптималното управление, които да могат да бъдат прилагани за намиране на решение и на задачи с безкраен времеви интервал, както и на задачи с фазови ограничения.

За да докаже достатъчни условия за оптималност от типа на Ароу при краен времеви интервал (Теорема 2.1 на стр. 18) и при безкраен времеви интервал (Теорема 3.1 на стр. 25 и Теорема 3.2 на стр. 26), както и достатъчни условия за оптималност от типа на Мангасарян при краен времеви интервал и наличие на фазови ограничения (Теорема 2.1 на стр. 43 и Теорема 2.2 на стр. 49), докторантът удачно е използвал идеите за доказателство на аналогични достатъчни условия за задачи на оптималното управление, чиято динамика се описва с обикновени диференциални уравнения. По-конкретно авторът е следвал статия на Сайерстад и Сидсетер от 1977 г., както и тяхната обща монография от 2002 г.

5. Характеристика на резултатите

Следвайки препринт на статия на Фагиан и Гросет, авторът разглежда във втора глава задача на възрастово-структурираното оптимално управление за намиране на оптимална рекламна стратегия на фирма. Но за разлика от Фагиан и Гросет, които решават тази задача чрез метода на динамичното оптимизиране, авторът предлага друг подход за решаване на същата задача. Същността на този подход се състои в свеждане на разглежданата задача до еднопараметрична фамилия от задачи на оптималното управление, чиято динамика се описва чрез обикновени диференциални уравнения. За решаването

на всяка една от тези задачи са използвани достатъчните условия от статия на Сайерстад и Сидсетер от 1977 г., както и тяхната обща монография от 2002 година.

В трета глава са доказани достатъчни условия за оптималност от тип на Ароу. В Теорема 2.1 на стр. 18 е доказано достатъчно условие за оптималност при краен времеви интервал. Това условие е приложено за да се докаже оптималността на управлението, получено от Пръскавец, Цачев и Вельов през 2012, за един модел, в който съвкупният продукт зависи от предлагането на труда, разграничено по възрастта и по квалификацията на работниците.

Трябва да отбележа, че когато става въпрос за задачи на оптималното управление при безкраен времеви интервал, има различни понятия за решение на разглежданата задача даже когато динамиката се описва от система обикновени диференциални уравнения. В дисертационния труд са въведени аналогични понятия за изпреварващо оптимална (overtaking optimal) допустима двойка траектория-управление, настигащо оптимална (catching up optimal) допустима двойка траектория-управление и спорадично настигащо оптимална (sporadically catching up optimal) допустима двойка траектория-управление. В Теорема 3.1 на стр. 25 са доказани достатъчни условия за оптималност на решения (в смисъла на всяко едно от по-горе изброените понятия) за задачи с безкраен времеви интервал. Теорема 3.1 е приложена за да се докаже оптималността на управлението, получено от Хартл, Корт и Файхтингер през 2003 г. за един модел, в който целта е да се минимизира дисконтирания поток от социални разходи за възстановяване на вредите, причинени от нарушителите, както и превантивните разходи за предотвратяване на нарушенията.

В четвърта глава е разгледана една възрастово-структурирана задача на оптималното управление в краен времеви интервал при наличие на фазови ограничения. Доказано е едно достатъчно условие за оптималност при наличие само на смесени фазови ограничения (Теорема 2.1 на стр. 43). Оказва се, че ако в една възрастово-структурирана задача на оптималното управление са включени чисти локални фазови ограничения, то при нейното решаване трябва да позволим на спрегнатата променлива $\xi(t, a)$ да има скокове в крайните за характеристичните отсечки точки $t = T$ и $a = \omega$. Съответното достатъчно условие се дава от Теорема 2.2 на стр. 49.

Като приложение на получените в четвърта глава достатъчни условия е разгледан един възрастово-структуриран модел на новосъздадена фирма, която произвежда един продукт чрез използването на определени средства за производство (машини). Възрастовата структура на модела се определя от годината на производство на съответната машина. Целта на фирмата е да определи оптималната си инвестиционна стратегия за период от T години, при която сегашната стойност на потока от печалбите да е максимален. Наличността, т.е. броя на машините на възраст a в момента t е фазовата променлива в модела, която е означена с $K(t, a)$. Наложено фазово ограничение е тази променлива да бъде неотрицателна. Оказва се, че предположенията на

Теорема 2.2 от четвърта глава ще бъдат удовлетворени, ако при всяка фиксирана година на производство съществува решение на подходящо дефинирана двуточкова гранична задача за две обикновени диференциални уравнения. Свойствата на решенията на всяка от тези двуточкови задачи са резюмирани в Твърдение 3.1 на стр. 55 и в Твърдение 3.2 на стр. 57. Тези две твърдения позволяват да се направи извода за съществуване на решение на всяка една от тези двуточкови задачи. Нещо повече, показано е, че по принцип това решение може да се апроксимира с произволна точност. За тази цел е предложен алгоритъм за числено решаване тези двуточкови задачи въз основа на метода на стрелбите.

6. Оценка на приносите

Моето мнение е, че формулираните от дисертанта приноси правилно отразяват постигнатите резултати. Нещо повече, считам за изключително оригинален подхода на Кръстев за числено решаване двуточковите гранични задачи въз основа на метода на стрелбите.

7. Преценка на публикациите

Считам, че резултатите получени от докторанта са самостоятелни. Съществените части на дисертацията са публикувани в 2 статии, една от които е в списание с IF 0.405 от 2012 г. (Central European Journal of Mathematics), а втората е приета за публикуване в Serdika Mathematical journal. Резултати на докторанта са докладвани на международната конференция Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Созопол, 8–13 юни, 2011 г., и са публикувани в трудовете на тази конференция. Освен това, резултати от тази дисертация са докладвани на два семинара, организирани от секция “Изследване на операциите“ към Института по математика и информатика на БАН.

Всички публикации са самостоятелни. Смятам, че резултатите получени от докторанта са оригинални. Не са ми известни техни цитирания засега.

8. Оценка на автореферата

Авторефератът правилно отразява основните резултати и описва научните приноси на дисертационния труд. В авторската справка правилно са изброени приносите на докторанта.

9. Критични бележки

Докторантът не е положил усилия да обясни подробно идеите, стоящи в основата на представените доказателства и да мотивира формалните пресмятания. В самите формулировки на твърденията липсват основни предположения, при които те са доказани. В средата на стр. 4 от увода на дисертацията видях предположения, наложени върху разглежданите функции, но не е отбелязано, че тези предположения са изпълнени във всички твърдения по нататък. Няма единна номерация на формулите и твърденията: например, имаме Теорема 2.1 на стр. 18 и отново Теорема 2.1 на стр. 43. Формули (3.1)-(3.34) се

намират в секция 4.3 и т.н. Всичко това затруднява четенето на дисертацията, особено ако човек вижда такива резултати за първи път.

Разбира се, тези грешки в дисертацията имат технически характер и в никакъв случай не намаляват значимостта на крайните резултати и приносите на дисертационния труд.

10. Заключение

Представеният дисертационен труд напълно отговаря на изискванията на закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ) и правилника за неговото прилагане. Представените към дисертацията трудове са достатъчни по качество и количество, като няма съмнение относно значимостта на приносите в тях.

Това ми дава основание убедено да препоръчам на научното жури да гласува положително за присъждане на Владимир Йорданов Кръстев образователната и научна степен “Доктор” в област на висшето образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 Математика, по научна специалност „Изследване на операциите”.

Рецензент:

26.10.2013 г.

София

/проф. дмн Михаил Кръстанов/