

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертация за получаване на ОНС „доктор” по научната специалност 01.01.11
„Изследване на операциите”

на Владимир Йорданов Кръстев, гл.ас. в Стопанска академия „Д.Ценов”, Свищов

рецензент : доц.д-р Йордан В.Йорданов ,кат.Диференциални уравнения на ФМИ
при СУ”Св.Кл.Охридски”

Г-н Кръстев е станал задочен докторант в ИМИ при БАН по темата
„Достатъчни условия за оптималност за възрастово структурирани задачи на
оптималното управление” през 2008 г. с научен ръководител доц. д-р Цветомир
Цачев. Завършил е докторантурата си през 2012 г. Представил е дисертацията
си по темата, която се опира на три публикации, една от които в издание с
импакт-фактор.

При възрастово-структурираните задачи, възникващи при моделиране на
различни явления, основна роля играе участието на участници (или
икономически агенти, или величини и т.н.) на различна възраст, т.е. предполага
се, че фазовите променливи и управленията зависят от параметър, интерпретиран
като възраст. (В работата, цитирана като /18/, се посочват приложения като
оптимално използване на възобновяеми източници (риболов), оптимално
ваксиниране, контрол върху разпространение на епидемични
болести, икономически модели, социални модели и др.).

Хетерогенността на популацията се описва от системи от тип на McKendrick,
напр.

$$\begin{aligned} (\partial_t + \partial_a) y(t, a) &= S(t, a) \Phi(p(t, a)) - u(t, a) \Psi(y(t, a)), \\ p(t, a) &= \int_0^{\omega} m(a, a') y(t, a') da', \end{aligned}$$

където:

- $y(t, a)$ е брой на индивидите на възраст a , които принадлежат на специфична група в момента t (напр. заразени – в епидемичен контекст, или употребяващи дрога, или нарушители - в социален контекст);
- $p(t, a)$ измерва общото влияние на заразените (или употребяващите дрога, ...) на възраст a в момента t и върху цялата популация;
- $m(a, a')$ е функция, измерваща влиянието на групата на възраст a' върху индивидите, невлизащи в групата на възраст a ;
- $S(t, a)$ е групата от индивиди на възраст a в момента t , които не са членове на групата $y(t, a)$;
- $\Phi(\cdot)$ е функция, която трансформира общото влияние $p(t, a)$ в коефициент, с който членовете на $S(t, a)$ влизат в $y(t, a)$ (напр. – заразяват се);
- $\Psi(\cdot)$ измерва влиянието на управлението (напр. лечението) $u(t, a)$

върху $u(t,a)$.

Минимизират се напр. щетите от $u(t,a)$ и стойността $c(u(t,a))$ на u върху областта

Ще приведа още един цитат от /18/ - познатите условия за оптималност не са приложими към този тип проблеми поради наличието на нелокална променлива $p(t,a)$ и на типичната за тези проблеми функция $m(a,a')$, зависеща от a, a' , които не могат да се отделят една от друга. По-нататък в /18/ се разисква още един подобен пример (в икономически контекст) и едва след това се преминава към обща формулировка на проблема. В /45/ всичко това е значително обобщено.

Тези бегли бележки ми бяха необходими по две причини. Първо, актуалността на темата е несъмнена. Тя е интересна и от математическа гледна точка, и от гледна точка на приложенията. Второ, предварителните бележки в дисертацията, които би трябвало да пояснят използваните функции и смисъла на изследваните задачи, са твърде недостатъчни. (Напр., нито в § 1.2, нито в § 3.1 се говори за смисъла на a' , нито за нелокалните променливи, нито защо във формулировката (1.4) от гл. 3 пише $q(t)$ и в лявата страна и под интеграла. Може би трябва да се погледне отново /18/ на стр. 51? А липсата на обяснения води до липса на предположения и до липса на възможни приложения, които разглеждания правят тези задачи несамоцелни.)

Преди да направя обзор на получените резултати, ще посоча някои общи бележки. За третираните задачи се посочват достатъчни условия за оптималност и се доказва, че при тези условия решенията са оптимални. Формулирането им, както и самото доказателство, са сериозно постижение, което осмисля целия представен труд. Освен това, успех е и насочването в тази област, съдържаща разнообразни задачи за хетерогенни обекти.

Първата задача (гл. 2 от дисертацията, ст. /32/) е моделът на Фагиан и Гросет за оптимална рекламна стратегия. Задачата е сравнително проста (на фона на следващите), но за сметка на това решението на достатъчността е изчерпателно. Чрез смяна на променливите, задачата се свежда от ч.д.у. от първи ред до о.д.у. с параметър. Използват се достатъчни условия на Arrow от книгата на A. Seierstad и K. Sydsaeter. Задачата е разделена на две подзадачи с различни начални условия. По-нататък се намират явно спрегнатата променлива, оптималното управление и фазовата променлива.

Глава 3 е посветена на възрастово-структурирани задачи без фазови ограничения (ст. /30/). Разглеждат се два случая – в краен и в безкраен интервал от времето. В някои частни случаи (ст. /26/) са известни достатъчни условия, а също и необходими (вж. ст. /18/). Спрегнатите променливи удовлетворяват системата на стр. 17, която е взета от /18/. В теорема 2.1 са посочени условия за оптималност на допустими двойки фазови променливи и управление. Въпреки, че идеята за оптималност идва от достатъчните условия от тип Arrow от цитираната книга /41/, доказателството на теорема 2.1 изисква преодоляване на трудности, свързани със сложността на проблема. На стр. 23 се посочват някои частни случаи, когато намерените условия са и необходими.

В § 3.3 е разгледан случаят на $T = \infty$. Избран е подходът, при който се намират решения в ограничен интервал, който, обаче, расте неограничено. Това е по-удобно, тъй като напр. се използват някои необходими условия от /18/, намерени в краен интервал. В този случай дефиницията за оптималност може да бъде дадена по различни начини. На стр. 25 са посочени три дефиниции, за които са формулирани резултати чрез

спрегнатите променливи (теор. 3.1,стр.25),тъй като условия за трансверсалност сега липсват.

Разгледани са два модела,за които са посочени достатъчни условия за оптималност.Задачата за оптимално обучение е взета от ст./38/ на Пърскавец,Цачев и Вельов.Установява се,че при съвършена заменяемост по възраст и квалификация,достатъчните условия от теор. 2.1 са изпълнени.После (тв. 4.1,стр.30) се доказва,че при несъвършена заменяемост въпросната теорема е неприложима.

В тези разсъждения авторът показва добро владение на о.д.у.,наред с познаване на различни резултати от оптималното управление.

В 3.4.2 е разгледан моделът на Хартл,Корт и Файхтингер /24/ за противодействие на нарушения,свързани с употребата на дрога.Задачата е описана малко по-подробно,но не напълно – вж. стр. 34 (както и стр. 28),където читателят се препраща към оригиналната статия за повече сведения.

В твърдение 4.3 ,стр.37, се установява достатъчно условие за решение от тип настигащо оптимално.Интересен детайл е доказателството на наличие на решение на двуточковата задача (4.30)-(4.31),стр.37.За целта едно о.д.у. се заменя с еквивалентно интегрално уравнение,което се използва за установяване на твърдението.

Гл.4 (ст./31/) е посветена на достатъчни условия с фазови ограничения.В параграф 4.2 се разглеждат достатъчни условия от тип на Мангасарян (вж. книгата /40/) в краен времеви интервал и без фазови ограничения. (1.9).За функциите,задаващи смесените ограничения (1.8),стр.40, се предполага квазивдълбнатост.

Случаят с чисти фазови ограничения е по-сложен,защото за спрегнатите променливи би трябвало да се допусне наличието на скокове.Затова в теорема 2.2 (стр. 49) се формулира известно отслабване на теор. 2.1,за да се получат достатъчни условия (вж. усл.(2.18)-(2.21) на стр. 49).Получените резултати се прилагат за модел на оптимална инвестиционна програма на фирма с цел да максимизира печалбите си (вж. /15/-/16/).В случая фазовото ограничение е наличие на физически капитал

$$K(t, a) \geq 0, \quad (t, a) \in [0, T] \times [0, \omega].$$

В дисертацията моделът от стр. 51 се третира с метода на стрелбата ,който поражда редица от двойки управление-фазова променлива,която клони към оптимално решение.Прилага се теор.2.2 от стр., 49. Целта е да се намери спрегнатата фазова променлива ξ ,която е абсолютно непрекъсната по характеристичното направление и може да има скокове само в началната и крайна точка.На стр. 55 е формулирана въпросната двуточкова задача.По-нататък следват твърдения 3.1 и 3.2 за нейното решение,дефиниция на изстрел и алгоритъм за намиране на решението. Те са още едно доказателство за доброто познаване от автора на въпроси от о.д.у. и оптималното управление.Струва ми се,че именно в тези разглеждания г-н Кръстев се изявява като зрял изследовател,който може да се справя с трудни задачи.Той е вникнал подробностите на разглеждания проблем и прилага разнообразни средства за решаването му.

Накрая искам да отбележа,че представената справка за научните приноси на дисертацията ги отразява правилно.Освен направените критични бележки,изложението е добро и информативно.

Заключение. Представените научни публикации и текстът на дисертацията, показаните задълбочени познания по оптимално управление и обикновени диференциални уравнения, както и познаването на литературата в една модерна област ми дават основание да препоръчам на почитаемото Жури да присъди на гл.ас. Владимир Йорданов Кръстев **общообразователната и научна степен доктор**.

21.10.2013 г.
София

Рецензент :
/ доц. Й. Йорданов /