

## РЕЦЕНЗИЯ

от проф. д-р Димитър Георгиев Мекеров (ФМИ – ПУ)  
на дисертационен труд  
за присъждане на образователна и научна степен „Доктор”  
в област на висше образование *1. Педагогически науки,*  
професионално направление *1.3. Педагогика на обучението по ...,*  
научна специалност *05.07.03 Методика на обучението по математика*  
Автор на дисертационния труд:  
Масаюки Ватанабе – докторант на самостоятелна подготовка към секция  
„Образование по математика и информатика” в ИМИ – БАН  
Тема на дисертационния труд:  
*Възможност за обучение по съвременна геометрия чрез арбелоси и Васан*  
Научен консултант:  
проф. д.п.н. Сава Иванов Гроздев, ИМИ – БАН

### 1. Предмет на рецензиране

Със заповед № 239/09.09.2011 на Директора на ИМИ на БАН съм включен в състава на Научното жури във връзка със защитата на дисертацията „Възможност за обучение по съвременна геометрия чрез арбелоси и Васан” за присъждане на образователната и научна степен „Доктор” на Масаюки Ватанабе, зачислен като докторант на самостоятелна подготовка в секция „Образование по математика и информатика” в ИМИ – БАН с научен консултант проф. д.п.н. Сава Гроздев. На първото заседание на Научното жури бях определен за рецензент и като такъв получих дисертационния труд, автореферата и други необходими за рецензирането материали.

### 2. Авторът на дисертационния труд

Масаюки Ватанабе е роден в гр. Маебаши (Япония) през 1954 г. Завършил е специалност Математика – бакалавърска степен през 1978 г. и магистърска степен през 1980 г., като дипломната му работа е публикувана в научното списание Tokyo Journal of Mathematics. От 1983 г. е лектор по математика в Технологическия институт на гр. Маебаши, а от 1988 г. до сега е доцент по математика в същия университет. Освен това преподава от 1985 г. и в Университета на Гумна.

### 3. Цели на дисертационния труд и актуалност на тематиката

В дисертационния труд са реализирани две основни цели.

Едната основна цел, реализирана в дисертацията, е чисто математическа. С нея се цели получаване на нови факти, свързани с геометрията на изучаваната още в древногръцката математика фигура *арбелос*, както и изграждане на *теория на обобщен арбелос*. Фигурата *арбелос* (известна още под названието *обущарски нож*) е заградената област от три полуокръжности с колинеарни центрове, като две от тях се допират вътрешно до третата и външно помежду си. Геометрията на тази класическа фигура и различни нейни обобщения представляват интерес за много математици и в наши дни. Ще отбележа, че в реномираното математическо списание Results in Mathematics (с импакт фактор и с MCQ) е публикувана статия върху 3-мерно обобщение на арбелоса, в която са цитирани 5 статии на Масаюки Ватанабе.

Другата основна цел, реализирана в дисертацията, е свързана с една много актуална проблематика в съвременната методика на обучение, а именно с теорията на така нареченото *развиващо обучение*. Съществен принос в тази теория, възникнала в периода 1960 г. – 1980 г., има известният руски психолог В. В. Давидов. В основата на развиващото обучение стои хипотезата за водещата роля на теоретичното знание и в частност на съдържателното обобщение. От тази гледна точка дисертантът е реализирал педагогически експерименти, при които прилага една нова методология в математическото образование на базата на изградената от него теория на обобщения арбелос. Целева група на тази методология са ученици от горния курс, чието обучение е с природоматематическа насоченост, и най-вече студенти от специалности с подобна насоченост.

#### 4. Кратка характеристика на изложението

Дисертационният труд е представен на английски език. Оригиналното му заглавие е „*A Possibility of the Study on Contemporary Geometry through Arbelos and Wasan*”. Текстът в труда е разпределен в кратко въведение, четири глави и списък на използваната литература, състоящ се от заглавията на 73 публикации (в това число и тези на автора). Основният текст на дисертационния труд (общо 178 страници, около 50 реда по 80 знака на страница) се съпровожда от множество геометрични чертежи, фигури и таблици, илюстриращи съответното съдържание на изложението.

Съдържанието на първа глава обосновава някои от мотивите на автора за избор на арбелоса като основен математически обект на разглеждане в дисертацията. Фигурата арбелос е била обект на изучаване в математиката *Васан*, което на старояпонски означава японска математика. Васан се развива в периода 1603 г. – 1867 г. на изолацията на Япония (периода Едо). Авторът прави кратък обзор на историята на някои от най-популярните геометрични задачи във Васан. През онова време много от математическите задачи и резултати се регистрирали върху дървени плочки, наречени *сангаку*, които се принасяли като дарове на боговете в религиозни храмове. Масаюки Ватанабе посочва редица геометрични сангаку задачи, имащи аналог в западната математика. Някои от сангаку задачите той преразглежда от гледна точка на развитата от него във втора глава теория на обобщения арбелос, при което дава нови решения чрез прилагане на тази теория.

Във втора глава Ватанабе детайлно и методично въвежда нови понятия и извежда нови факти от геометрията на арбелоса, при което обобщава тази класическа фигура и свързаните с нея архимедови окръжности-близнаци. Така изгражда една богата и съдържателна теория на обобщения арбелос. В секция 2.1 се разглежда коаксиална система окръжности, т.е. окръжности с обща радикална ос, и се въвежда едно ново понятие – *коаксиална система с фиксирана точка*. За окръжност от такава система се дефинира важната за следващите разглеждания характеристика  $\mu$ . Въвежда се понятието *обобщен арбелос* като фигура, заградена от три окръжности  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  с колинеарни центрове, като  $\alpha$  и  $\beta$  са вътрешни за  $\gamma$  и се допират до  $\gamma$  в различни точки. За породената от  $\alpha$  и  $\beta$  коаксиална система с фиксирана точка, която е центърът на  $\gamma$ , се дефинира *обобщен арбелос в  $n$ -кратни части*. Това е конфигурация от  $n + 2$  окръжности (в това число  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ ) от разглежданата система при определени условия за характеристиката  $\mu$  на окръжностите. Получени са многобройни резултати за геометрията на различни типове обобщени арбелоси. Обобщени са и свързаните с класическия арбелос *архимедови окръжности* и са изчислени техните радиуси в  $n$ -кратните части чрез радиуса на въведената от автора *радикална окръжност*. Прилагайки резултати от секция 2.1, в секция 2.2 са конструирани различни семейства от архимедови окръжности за арбелос от тангенциален тип (обичайния арбелос). Тук са обобщени теоремата на Шох (Schoch) – Теорема 2.2.3, окръжността на Бай (By) – Теорема 2.2.6, теоремата на Банков (Bankoff) – Теорема 2.2.9, окръжността на Повер (Power) – теореме 2.2.10 и 2.2.11. В секция 2.3 се изучава въведения от

автора *наклонен арбелос*. Установено е съществуването на забележителни окръжности-близнаци в такива арбелоси, които не са архимедови. С получените резултати в тази секция завършва изгражданата от автора теория на обобщения арбелос.

Теорията на обобщения арбелос на Масаюки Ватанабе дава възможност за прилагане принципите на развиващото обучение и е подходящ инструмент за изучаване на основни геометрични понятия и методи. Тази теория е в основата на изградената в трета глава нова методология за обучение по геометрия. Идеите за предложената методология са обосновани в секция 3.1. Тук е описан един педагогически експеримент на автора по тази методология, който се изразява в подготовка, изнасяне и анализиране на двучасова лекция върху теорията на арбелос в кратни части и архимедови окръжности. Лекцията е изнесена пред ученици от „*super science*” средното училище в гр. Такасаки (Япония), определено от японското Министерство на образованието, културата, спорта, науката и технологията да се грижи за таланти в областта на науката и техниката. Това училище, в което се ползва опитът на преподаватели от различни университети, е със засилено обучение по природоматематическите дисциплини. От отговорите в попълнените от учениците анкети се вижда, че много от тях намират лекцията за достъпна, интересна и биха желали да научат и други неща по темата. В секции 3.2 и 3.3 са описани два педагогически експеримента по методологията на Ватанабе, състоящи се от два цикъла лекции, изнесени от автора пред студенти от Технологичния институт в гр. Маебаши (Япония). Първият цикъл от 8 лекции върху арбелоси в кратни части е проведен три пъти пред различни студенти. В лекциите са включени сведения за геометрични трансформации и по-конкретно за инверсия. Вторият цикъл е от 9 лекции и е проведен пред част от студентите, прослушали първия цикъл, като материалът е върху коаксиални семейства окръжности и теорията на обобщения арбелос. Упражненията и контролните, проведени със студентите, са предимно върху задачи от Васан. Чрез помощта на контролните е установено, че студентите са придобили много добри умения при използването на инверсията за провеждане на различни доказателства, както и много добри познания по нелесните за усвояване геометрични понятия като тези, свързани с коаксиалните системи окръжности.

В четвъртата глава на дисертационния труд авторът описва резултатите от педагогическия си експеримент, при който за дипломни работи на студенти от Технологичния институт в гр. Маебаши е възложил за задача да програмират анимации на някои фигури, получени в теорията на обобщения арбелос, а именно: обобщена окръжност на Шох, обобщени окръжности на Повер, архимедова окръжност през фиксирана точка, архимедови окръжности-близнаци в арбелос, вписани вериги от окръжности, двойка окръжности на Повер, обикновена архимедова окръжност, архимедови окръжности в обобщен арбелос, неархимедови окръжности-близнаци. Така се демонстрира приложение на изградената теория и в обучението по информатика. Анимациите на съответни теореми от теорията илюстрират смисъла на тези теореми. Освен запознаване с теорията на Ватанабе, на програмирали анимациите студенти се е налагало да прилагат нови идеи и похвати. Осъществявайки такъв процес, студентите подобряват уменията си по програмиране, което пък съдейства за по-дълбоко вникване в математическата теория и дори до получаване на нови теоретични факти, които я обогатяват.

Изложението на дисертацията е много добро – новите понятия са въведени коректно, доказателствата на твърденията и обобщенията са прецизни, подготовката на педагогическите експерименти, тяхното реализиране и анализиране са извършени професионално.

## **5. Научни и практически приноси на дисертационния труд**

В дисертацията са получени многобройни и съществени резултати в обем, според мен надхвърлящ обичайния обем на дисертация за образователна и научна степен доктор. Приносите са в две направления – 1) получени са нови математически факти и 2) изградена е но-

ва методология в математическото образование на базата на изградената от автора математическа теория.

Някои от по-важните приноси на дисертационния труд са следните:

- С обобщаването на понятието *арбелос* и свързаното с него понятие *окръжности-близнаци* съответно в *обобщен арбелос* и *архимедови окръжности в  $n$ -кратни части* авторът получава много нови и интересни геометрични факти, с които е изградена една завършена *теория на обобщения арбелос*.
- От гледна точка на така изградената теория са преразгледани някои сангаку задачи, като са представени нови решения с методите от тази теория. Като приложение на теорията са открити нови архимедови окръжности и нови семейства от такива окръжности и те са използвани в обучението по геометрия и програмиране. Чрез теорията на обобщения арбелос е създадена образователна среда за геометричните понятия *инверсия* и *коаксиална система*.
- Чрез теорията на обобщения арбелос е създаден инструментариум за развиващо обучение по геометрия, което е приложено в проведените педагогически експерименти.
- Посредством теорията на обобщения арбелос е изработено учебно съдържание за обучение по програмиране чрез създаване на съответни анимации и така се улеснява изучаването на геометрията и от студенти в нематематически специалности.

## 6. Публикации на автора по дисертационния труд

В списъка на литературата към дисертационния труд са включени 25 статии на Масаюки Ватанабе, публикувани в следните списания или сборници от доклади на международни конференции:

- Forum Geometricorum (In English) – 6 броя;
- Bulletin of Maebashi Institute of Technology (In English) – 1 брой;
- Journal for Geometry and Graphics (In English) – 2 броя;
- Proceedings of the 6th Mediterranean Conference on Mathematics Education (In English) – 1 брой;
- Proceedings of the Anniversary International Conference Celebrating Prof. Sava Grozdev's 60th Anniversary (In English) – 1 брой;
- Proceedings of the Fortieth Jubilee Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians (In Bulgarian) – 1 брой;
- Mathematics Plus (In Bulgarian) – 3 броя;
- Iwanami Science Library (In Japanese) – 1 брой;
- KAGAKU (In Japanese) – 9 броя.

От тези публикации 11 са на английски език, 4 – на български език и 10 – на японски език. От публикациите 1 е самостоятелна, 22 са в съавторство с Н. Okumura, 1 е в съавторство със С. Гроздев и 1 – в съавторство с Y. Fukaya и Y. Yoshikawa. Авторът е представил декларации от съавторите за равноправно участие в съвместните им работи.

Не ми е представена информация за цитирания от други автори на статии на автора, използвани в дисертационния труд, но аз открих 10 такива, половината от които са в списанието с импакт фактор и MCQ Results in Mathematics. Тези цитирания са следните:

- F. van Lamoen. *Archimedean Adventures*. Forum Geometricorum. 6 (2006), 79–96 (цитира [34]).
- E. Danneels, F. van Lamoen. *Midcircles and the Arbelos*. Forum Geometricorum. 7 (2007), 53–65 (цитира [35], [38]);
- S. Abu-Saymeh, M. Hajja. *The Archimedean Arbelos in Three-dimensional Space*. Results Math. 52 (2008), 1–16 (цитира [34], [35], [36], [39], [40]);

- M. Lahanas. *Archimedes Arbelos and Salinon*. Интернет страница: <http://www.mlahanas.de/Greeks/Arbelos.htm> (цитира [34], [35]);

Тези цитирания показват, че получените от автора математически резултати в разглежданата от него област имат висока математическа стойност и се прилагат от други автори.

**7. Авторефератът** е представен на английски и на български език. В него са отразени правилно съдържанието, основните резултати и приносите на дисертационния труд.

## **8. Заключение**

Представените документи към процедурата, дисертационният труд и авторефератът отговарят на изискванията на Закона за развитие на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), Правилника за прилагане на ЗРАСРБ, Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и съответния такъв правилник на ИМИ на БАН.

Дисертационният труд съдържа научни, научно-приложни и приложни резултати, които представляват оригинален принос в науката. Той показва, че Масаюки Ватанабе притежава задълбочени теоретични знания и способности за провеждане на качествени научни изследвания по научната специалност 05.07.03 Методика на обучението по математика.

Поради изложеното до тук **давам положителна оценка за качествата на представения дисертационен труд** и въз основа на това **предлагам Научното жури да присъди образователната и научна степен „Доктор” на Масаюки Ватанабе в област на висше образование 1. Педагогически науки, професионално направление 1.3. Педагогика на обучението по ..., научна специалност 05.07.03 Методика на обучението по математика.**

**12.09.2011 г.**

**Подпис:**

**/проф. д-р Д. Мекеров/**