

## Рецензия

По конкурс за академична длъжност "професор", по област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 "Математика", научна специалност Математически анализ (Специални функции).

от проф. дмн Цвятко Рангелов, член на Научно жури, назначено със заповед N: 321/02.09.2018 г. на Директора на ИМИ, утвърдено от НС на ИМИ на 19.07.2019 г. (протокол N: 8).

1) Конкурсът, със срок 2 месеца, е обявен в ДВ бр. 52 от 02.07.2019 г. за нуждите на Института по математика и информатика, БАН. За участие в него документи е подала доц. дмн Йорданка Добрева Панева-Коновска. Тя е завършила Висшия педагогически институт (ВПИ)- Шумен, специалност "математика" през 1977 г. През 1999 г. е защитила дисертация за образователна и научна степен доктор, след докторантура в ИМИ БАН на тема "Базисност и пълнота на изброими системи от функции и полиноми на Бесел". През 2018 г. е защитила дисертация за доктор на математическите науки в ИМИ, БАН, на тема "Функции на Бесел и Митаг-Лефлер и обобщения".

Доц. Й. Панева е работила като асистент от 1977г. до 1987 г. в Природо-математическия факултет на ВПИ - Шумен, от 1987г. до сега като асистент и доцент в Техническият университет - София, Факултет по приложна математика и информатика. От 2012 до 2014 тя работи като асоциирана, а от 2014 на допълнителен трудов договор като доцент в Института по математика и информатика, секция "Анализ, геометрия и топология".

2) Научната дейност на доц. Й. Панева е в областта на реалния и комплексния анализ, специални функции: функции на Бесел, функции на Митаг-Лефлер, дробно смятане, сходимост на редове от специални функции и др. Ре-

зултат от тази научна дейност са съвременни публикации, част от които са и подадените за участие в настоящия конкурс.

Представен е общ списък на публикациите съдържащ 69 заглавия (в това число 2 монографии и 4 учебника), от които 26 (включително 1 монография) за участие в конкурса и не участвали в конкурса за доцент през 2008 г. Статиите са публикувани след 2008 г. в реномирани списания по математика и приложна математика, като например: в *Fract. Calc. Appl. Analysis* - 2; *J. Appl. Math.* - 1; *Int. J. Appl. Math.* - 2; *Compt. rend. Acad. bulg. Sci* - 2; *Adv. Math. Sci.* - 1; *Math. Balk.*- 1; *Math. Maced.* - 1; *AIP Conf. Proceed.* - 9 и 6 в материали на конференции. С импакт фактор (ИФ) са 3 публикации [2, 4, 24], а с SJR са 10 публикации [6, 7, 12, 14, 16, 17, 22, 23, 25, 26], като 25 публикации са самостоятелни и 1 е в съавторства с Я. Николова.

Представен е списък с общо 69 цитирания (без автоцитирания), от които 45 в издания с ИФ или SJR. Ясно е, че са изпълнени изискванията на чл. 3(1),3. от Правилника на ИМИ за поне 10 публикации с ИФ или SJR. Във връзка с чл. 2 от Правилника на ИМИ за "минималните изисквани точки по групи показатели" за кандидата за професор доц. Й. Панева се получава следното: А - 50 т.; Б - 100 т.; В - 104 т.; Г - 314 т.; Д - 342 т.; Е - 321 т., което означава, че това изискване е изпълнено.

**3)** Авторската справка правилно отразява съдържанието и приносите в трудовете на доц. Й. Панева.

Представените трудове за участие в конкурса биха могли да се разпределят в следните групи:

**3а)** Асимптотични формули и представяния, тук са работи [2 - 6, 10].

**3б)** Сходимост на редове, тук са работи [5, 7, 9, 12 - 20, 23].

**3в)** Дробно смятане - интегрални и производни, тук са работи [11, 24, 25, 26].

Представената от доц. Й. Панева монографията [1] е посветена на функции на Бесел и техните обобщения, както и на асимптотични формули за тях. Написана е на достъпен език с въведени в началото понятия и твърдения за специални функции, необходими за разбиране на материала свързан с интег-

рални представяния и асимптотични формули, редове от функции на Бесел, както и нули на преобразование на Ханкел. В последната глава е представено интересно приложение за намиране на нестационарни температурни полета чрез използване на крайна интегрална трансформация на Ханкел.

Преди да се спра на работите разпределени в горните групи, няколко думи за темата на конкурса. Специалните функции са функции, които не се изразяват чрез елементарни функции, това са решения на уравнения на математическата физика, дефинират се с интеграли или редове. Специалните функции са включени в монографии, справочници, а в последно време са като вградени функции в компютърни програми като Математика, Матлаб и др. Всичко това е възможно поради наличието на теоритични изследвания отразени в монографии напр. на Ердей, Бейтман, Уотсън и др., както и в огромно количество публикации в последно време, част от които са и представените в настоящия конкурс.

**3а)** В [2, 3] са получени резултати за редове

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n J_n(z), \quad (1)$$

където

$$J_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{2k+n}}{k! \Gamma(k+n+1)}, \quad z \in C \setminus (-\infty, 0)$$

са Беселови функции, а също и за редове на Бесел–Мейтланд. Доказани са нови резултати за сходимост на реда (1). Получена е точна оценка на представянето на Беселевите функции

$$J_n(z) = \frac{1}{n!} (z/2)^n (1 + \theta_n(z)), \quad \theta_n(z) \rightarrow 0, \quad \text{при } n \rightarrow \infty, \quad (2)$$

от вида  $|\theta_n(z)| \leq \frac{C}{n+1}$  и оценка от подобен вид за функциите на Бесел–Мейтланд.

В [4, 5, 10] са изследвани функциите на Митаг–Лефлер

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0, \quad (3)$$

и са получени нови оценки за поведението на остатъчния член  $\theta$  в представянето на  $E_n(z)$ ,  $E_{n,\beta}(z)$ ,  $E_{\alpha,n}(z)$  при  $n \rightarrow \infty$ . Функциите на Митаг–Лефлер имат

съществено значение в последните години при изследване решенията на диференциални уравнения с дробни производни, поради което е важен всеки нов резултат за тях.

Подобно на публикации [2, 3] в [6] за функции от Беселов тип (обобщени функции на Бесел–Мейнланд - с 3 индекса) са получени нови оценки за асимптотичното им поведение при големи стойности на индексите.

В тази група от резултати на доц. Й. Панева бих отделил резултатите получени в работа [10], където за дефинираното от Прабхакар 3-параметрично обобщение на функциите (3) на Митаг–Лефлер са получени асимптотични формули при големи стойности на параметрите.

**3б)** Част от тази група от публикации [14, 16], [17], [23] се отнасят за сходимост на редове от Беселов тип, докато [7-9], [11], [12, 13], [15], [18], [19, 20], [21] за редове от Митаг–Лефлеров тип. Основните въпроси, които доц. Й. Панева разглежда в тези публикации са намиране на радиуса на сходимост и оценка на поведението на реда върху границата на кръга на сходимост. Доказани са нови теореми от Абелов тип (ако реда е сходящ в точка от границата  $z_0$ , то съществува граница на сумата му при  $z \rightarrow z_0$  в ъглова област с връх  $z_0$ ); от Тауберов и Литълудов тип (при условие върху ръста на коефициентите на реда, то ако съществува граница на реда при  $z \rightarrow z_0$  в радиално направление, то реда е сходящ и в точка  $z_0$ ); от тип Фату (за сходимост на реда върху дъга на единичната окръжност при условие, че точките на тази дъга са регулярни за сумата на реда).

В публикации [17], [18, 20] доц. Й. Панева обобщава понятието свръхсходимост за степенни редове за редове на Бесел в [17] и редове на Митаг–Лефлер в [18, 20]. Степенен ред с краен радиус на сходимост  $R$  е свръхсходящ ако съществува подредица  $\{s_{pk}\}$  на редицата от частични суми и област  $G$  съдържаща отворения диск с радиус  $R$  и имаща ненулево сечение с границата му, така че  $\{s_{pk}\}$  е равномерно сходяща в  $G$ . В статиите се обобщава също и резултата на Островски за степенни редове за редове от функции на Бесел и редове от функции на Митаг–Лефлер. Тези обобщения не са тривиални, изискват прециз-

ни оценки на остатъците на редовете, използващи оценки от вида (2) в 3а) за Беселеви редове.

В тази група от резултати ще отбележа [11], [15, 19] където са получени нови резултати обобщаващи такива за мултииндексни функции на Митаг–Лефлер и за  $3n$  параметрични функции на Митаг–Лефлер. Също там са дадени дробни производни и интеграли от тези функции, както и са доказани теореми от Абелев, Тауберов, Литъгудов и Фату тип за тях.

**3в)** В последните години активно се развива област от анализа изучаваща дробни интеграли и производни. Стимул за това са многобройните приложения на диференциални уравнения с дробни производни при моделиране на процеси в математическата физика, механиката, биологията и др. В статиите [11], [24 - 26] доц. Й. Панева изучава дробни производни и интеграли на функции от Беселев и от Митаг–Лефлеров тип, включително мултииндексни. Има различни дефиниции на дробни интеграли и съответно дробни производни. Една от тях е дробен интеграл на Риман–Луивил:

$$R^\lambda f(z) = \frac{z^\lambda}{\Gamma(\lambda)} \int_0^1 (1-\tau)^{\lambda-1} f(z\tau) d\tau$$

и съответно дробна производна от ред  $\lambda \in \mathbb{C}$ ,  $Re\lambda > 0$  е  $D^\lambda f(z) = D^n R^{n-\lambda} f(z)$ ,  $n$  е естествено число.

Получени са редица нови резултати за изразяване на производната от ред  $n$  на функции на Бесел–Мейтланд с 2 индекса чрез такива с 3 индекса в [25]. Аналогични зависимости са доказани в [11], [24, 26] и за мултииндексни функции на Митаг–Лефлер, както и за интеграли и производни от дробен ред.

**4)** Активно е участието на доц. Й. Панева в научни проекти финансирани от ФНИ, както и в проекти между БАН и СНИ и БАН и МНИ.

**5)** Преподавателската дейност на доц. Й. Панева е в бакалавърската и в магистърската програми на ТУ София по Математически анализ, Комплексен анализ и др. Представени са 4 учебника, 2 в съавторство, по изучавани математически дисциплини във Факултета по приложна математика и информатика, ТУ София. Тя е била консултант на един защитил докторант на самостоятелна

подготовка.

6) Нямам критични бележки. Познавам доц. Й. Панева като трудолюбива и активно работеща в актуална област от математиката.

7) **Заключение:** Давам положителна оценка на трудовете на доц. дмн Йорданка Панева-Коновска и считам, че тя напълно удовлетворява изискванията на ЗРАСРБ за конкурсната длъжност, също така в представените за конкурса статии няма плагиатство.

Препоръчвам на научното жури да предложи на Научния съвет на Института по математика и информатика да избере доц. дмн Йорданка Панева-Коновска за професор по професионално направление 4.5 "Математика", научна специалност Математически анализ (Специални функции).

24 октомври 2019 г.

Подпис:

Ц. Рангелов