

## РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд за получаване на образователна и научна степен  
"доктор" в област на висшето образование 4. Природни науки,  
математика и информатика, професионално направление 4.5.  
Математика, докторска програма Математическо моделиране и  
приложение на математиката

**Автор на дисертационния труд:** Зоя Владимирова Кичева – Зафирова

**Тема на дисертационния труд:** „Изследване динамичното поведение на  
клетъчно нелинейни мрежи, описващи уравнения на математическата  
физика”

**Научен ръководител:** проф. дмн Анжела Славова

**Рецензент:** доц. д-р Анна Георгиева Розева,

Технически университет – София, Факултет по приложна математика и  
информатика

### 1. Документи, свързани с дисертационния труд и информация за докторанта

Докторантката е зачислена със заповед 573 / 18.07.2017г. на основание решение на Научния съвет на Института по математика и информатика при БАН (протокол 10.17.2017г.) с тема „Изследване динамичното поведение на клетъчно нелинейни мрежи, описващи уравнения на математическата физика” в секция “Диференциални уравнения и математическа физика” на ИМИ-БАН от 1.08.2017г. за срок от четири години. За периода на обучение са положени успешно изпити по: „Нелинейни клетъчно невронни мрежи. Динамично поведение и моделиране“, „Метод на хармоничния баланс и неговото приложение за изследване на динамиката на нелинейни клетъчни невронни мрежи“ и „Диференциални и интегро-диференциални уравнения“. Докторантката е преминала успешно курсове по MATLAB и Анализ на данни с езика R към центъра за обучение на БАН в рамките на учебна програма за докторанти и участва с доклад на втори интердисциплинарен докторантски форум „Изследване динамичното поведение на линейни модели CNN, описващи явления в биологията“, организиран от учебния център. Докторантката е отчислена с право на защита със заповед 617/30.06.2021 на ИМИ-БАН (на основание на Протокол 12 от 25.06.2021г. на НС на ИМИ-БАН).

Рецензията е изготвена на основание заповед 312/21.10.2021г. на директора на ИМИ-БАН, както и на решенията от първото заседание на Научното жури по процедурата и въз основа на Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ), на Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и на Правилниците за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в БАН и ИМИ-БАН. Всички изискуеми от правилника документи за защита на дисертационен труд за придобиване на ОНС доктор са предоставени от докторантката на електронен носител.

### 2. Общо описание и оценка на дисертационния труд и приложенията към него

Представеният дисертационен труд решава научноизследователски задачи върху **изключително актуален обект** – нелинейни клетъчни невронни мрежи и негови

**приложения** за решаване на частни диференциални уравнения на физични процеси. Резултатите са изложени в 134 страници с увод, декларация за оригиналност, списъци на фигури (36) и съкращения, пет глави, списък на приноси, приложение с програмен код на симулация на MATLAB, библиография от 111 литературни източници, списък от шест авторски публикации и форуми, на които са представени. Като обем, структура и разпределение на съдържанието по глави дисертационният труд отговаря логически и композиционно на изследователската цел.

Библиографската справка от 111 източника включва 97 на латиница и 14 на кирилица. От тях 40 книги, 52 статии в специализирани научни списания, 3 интернет източника. Забелязва се повторение на 8 източника и 3 с непълни описания. Издадени след 2000 година са 32 източника, от тях 10 са от последните 10 години. Всички източници в библиографията са непосредствено свързани с изследваната проблематика, особено тези от последните години. Така оформената библиографска справка показва много добро навлизане на докторантката в изследваната област, усвояване на теоретичните ѝ основи и запознаване със съвременните достижения, изследователски интерес и резултати в нея. Много добро впечатление прави уместното им цитиране в текста, което дава възможност за отличаване на авторските приноси.

Направените в дисертационния труд изследвания на динамичното поведение на клетъчни невронни мрежи (КНМ) на частни диференциални уравнения на физични процеси е с насока определяне на условия за устойчивост и свързани с нея периодични решения, гранични цикли, решения от тип „бягаща вълна“ и граница на хаоса. Използва се като основен методът на хармоничния баланс за изследване на периодични процеси в нелинейни системи. В дисертационния труд са изведени уравнения, създадени са модели на НКНМ, решени са няколко вида уравнения, получени са резултати и са проведени изследвания за тяхната динамика, направени са анализи и доказателства на твърдения за резултатите проектирани върху КНМ, направени са компютърни симулации и е анализиран техният вид, периодичност, устойчивост. Като насоченост, съдържание, фокус, представяне и анализ на значимост със съответни изводи, дисертационният труд съответства напълно на професионалното направление математическо моделиране и приложение на математиката. В **увода** са представени основите на КНМ от водещи публикации като уравнения за описание, начин на конструиране, клонинг темплейти на взаимодействие и свързани с тях области на приложение с изтъкване на тяхната актуалност и значимост за фундаментални и приложни изследвания. Посочена е **целта на изследването**, която е зададена непосредствено в темата, методът на хармоничния баланс като **основен метод на изследване**, заедно с метода на локалната активност и 4 типа уравнения, които са **обект на изследване**: на Фиц Хю Нагумо за разпространение на импулсите в аксон, на син-Гордън за описание на тунелен ефект в диелектрик, на Бургерс за описание на конвекция при флуиди и на Мейнхард – Гиерер за реакция дифузия. Така формулираните задачи са предпоставка за пълнота и разностранност на изследването с ясно изразена практическа полза за изучаване на физични явления в различни области.

**В първа глава** е разгледана теорията за описание и изследване на процеси чрез КНМ - математически модел, уравнения за описание, темплейти за осигуряване на устойчивост, метод на Ляпунов за анализ на динамичното поведение, области на поведение. На базата на формулирани и доказани твърдения за съществуване и единственост на решение на операторни уравнения с метода на Ляпунов, е **формулирана и доказана теорема за асимптотична устойчивост на динамична система** многосвързана мрежа. Посочено е

представянето на уравнението на процес чрез схема на Луре като условие за приложимост на метода на КНМ за изследване на процеса. Направен е еквивалентен запис на система уравнения, представени чрез схемата на Луре с линейна и нелинейна част и динамика определена от линейната част. Анализирани са предавателната функция и са установени области на динамично поведение на КНМ от гледна точка на устойчивост. Теоретичният апарат е приложен за изследване на двуклетъчна мрежа. **Формулирана е и доказана теорема за условия за ограниченост на състоянията на КНМ**, дефинирана е функция, за която е доказано, че е ограничена отдолу и монотонно намаляваща, и че е функция на Ляпунов. На тази база е направен извод за устойчивост по Ляпунов на разглежданата КНМ. Посочени са 3 възможни състояния на клетките на мрежа – ограничено, извън единичния квадрат и периодична / непериодична ограничена функция. Доказването на устойчивост на КНМ е свързано с доказване ограниченост на всичките ѝ състояния. Направено е подробно разглеждане на устойчивостта и вида на равновесните точки във всички дефинирани области на динамично поведение. Представен е методът на хармоничния баланс за изследване на частни диференциални уравнения. Избран е като основен метод на изследване, тъй като третира периодични процеси в нелинейни системи, представени в схема на Луре. Съответно е **доказано твърдение** за възможност за **представяне на всяка нелинейна динамична система**, описана с дадени уравнения, **чрез схема на Луре**. Показан е и начинът на изчисляване на коефициентите на хармонична линеаризация чрез ред на Фурие поради неразглеждане на висшите хармоници. Представена е и методика за изследване на периодични решения в нелинейни системи. **Изведено е уравнението на хармоничния баланс** и е показано, че чрез него може да се откриват гранични цикли. Посочена е процедура за прилагане на метода на хармоничния баланс за изследване динамиката на КНМ. Представените в тази глава теоретични постановки, целенасочено формулирани твърдения и извършени доказателства, илюстрацията на техники за приложение на избраните методи за анализ на динамика на КНМ, подходящо формулираните изводи, изведените уравнения имат **необходимата теоретична и практическа значимост** като основа на следващите изследвания на конкретни уравнения на физични процеси.

**Във втора глава** е изследвана динамиката на КНМ на частно диференциално уравнение на реакция дифузия. Определена е равновесна точка като решение на нелинейно диференциално уравнение, анализирани са случаи на възникване на осцилации и отрязване на пространствени честоти. Дефинирана е КНМ с антисиметрични темплейти и решение от тип бягаша вълна. Чрез модела на КНМ на реакция дифузия е моделирано интегро-диференциалното уравнение на Фиц Хю Нагумо и е изследвано неговото динамично поведение. Направено е превръщане в схема на Луре и е търсено периодично решение на КНМ модела от определен вид. В резултат на проведени изследвания е установен резултат формулиран като теорема. Той потвърждава наличие на периодично решение с крайно множество от пространствени честоти. С разработена на MATLAB програма изследването и анализът на разглежданото уравнение се симулира и визуализира графично. Резултатите от изследванията на динамика на КНМ в тази глава са приложение на създадения теоретичен фундамент за определен вид уравнение, за което е установено периодично решение.

**В трета глава** е представено изследване на солитонно – поддържащо уравнение на син-Гордън. Решенията са флуксони, произхождащи от магнитен поток. Моделирано е взаимодействието флуксон – антифлуксон чрез КНМ. Направени са компютърни

симулации. Изследван е КНМ на уравнението с няколко синуса в дясната част и е установено наличие на периодично решение с краен брой пространствени честоти.

Изследвана е и динамиката на уравнението на Бургерс като е моделирано с КНМ и е добавена вискоеластичност с модел на Максвел с цел установяване на влиянието ѝ върху решения от тип бягаща вълна. Чрез изследвания на решения бягаща вълна със специален вид RTD КНМ са получени резултати, формулирани като теорема с направено доказателство. В нея се определят стойности на параметри за различни случаи решение: гладко, частично гладко с два скока или с един пик, които са илюстрирани със симулации. Направено е аналитично изследване на решенията от тип бягаща вълна за КНМ модела на уравнението на Бургерс. Изследванията в тази глава са с научно-приложен принос и резултатите от тях са модели на КНМ за различни уравнения, взаимодействия на флуксони и формулировки на твърдения за тяхната динамика.

**В четвърта глава** е изследвана динамиката на КНМ с хистерезис. Направено е математическо описание на 2 типа хистерезисни отношения чрез модел на динамична система с диференциални уравнения, свързани с хистерезисен оператор. Конструиран е операторът и са посочени неговите характеристики. В изследването на устойчивостта на КНМ с хистерезис са определени равновесните точки. Приложена е теорията на локалната активност като е създаден алгоритъм за определяне границата на хаоса. Алгоритъмът е приложен за КНМ и са получени резултати. Формулирана е и доказана теорема за условията, при които КНМ моделът оперира в границата на хаоса. Направена е симулация на MATLAB, резултатите от която потвърждават теоретичните изследвания. Чрез метода на хармоничния баланс са намерени периодични решения на НКНМ с хистерезис. За квазилинейни хиперболични уравнения. Формулирана е и доказана теорема за условията за съществуване на периодични решения за КНМ модела на уравнението и тяхната устойчивост. Получените резултати в тази глава са с научно-приложен характер, свързани с областта на хаоса и алгоритъма за определянето му.

**В пета глава** е изследвана динамиката на КНМ на модела на Мейнхард – Гиерер на морфогенеза. Изследвани са стойностите на параметрите на системата, при които равновесното ѝ състояние е неустойчиво. Изследвани са два вида неустойчивост и са направени изводи за условията, при които се получават. Динамиката на КНМ модела е изследвана и с метода на хармоничния баланс като резултатите са обобщени в теорема за съществуване на периодично решение с определен период и амплитуда. Направена е симулация на MATLAB, която потвърждава аналитично получените резултати.

В края на дисертацията са обобщени основните научни и научно-приложни приноси.

**Общата оценка** на представената дисертация е, че поставените цели и задачи са изпълнени. Тя съдържа богат и творчески използван и развит теоретичен материал, сложни модели и изводи, които са и с практическа стойност за развитието на научните и приложни изследвания в изключително актуална област на изучаване на природни явления както и за развитието на съвременни нано, компютърни и изчислителни технологии. Подготвена е на високо ниво, стилът е логичен, последователен, целенасочен, което допринася за обосновката на получените приноси.

### **3. Научни и научно-приложни постижения в дисертационния труд**

#### **Научни приноси:**

1. Доказано е, че всяко нелинейно диференциално уравнение може да се изследва с метода на хармоничния баланс.
2. Изведено е уравнението на хармоничния баланс за нелинейни системи.

3. Създаден е модел с КНМ на взаимодействие на флуксони в солитонно-поддържащи уравнения.

#### **Научно-приложни приноси:**

1. Създадени са **модели** с КНМ на 4 вида уравнения на математическата физика – на реакция дифузия, на Бургерс с добавена вискоеластичност с модел на Максвел; на хистерезисни отношения; на Мейнхард – Гриер и са доказани твърдения за условия за устойчивост и периодични решения.

2. Създадени са **алгоритми** за изследване на уравнения на реакция дифузия с КНМ модел и за определяне граница на хаоса.

3. Изведени и доказани **условия и зависимости** за определяне на областта „ръб на хаоса”. Получените приноси са резултат от задълбочени познания в разглежданата област, умения за творческо прилагане на сложен съвременен математичен апарат за създаване на модели с КНМ, техния анализ и качествено обобщаване на получени резултати.

#### **4. Качества на автореферата**

Авторефератът отговаря на изискванията на ЗРАСРБ и отразява правилно основните резултати, получени в дисертацията като структура, съдържание, обем и оформление. От него може да се състави ясно мнение за дисертацията. Списъкът на фигурите може да не бъде включван.

#### **5. Статии и публикации, които отразяват дисертацията**

Според правилника на ИМИ-БАН за ОНС “доктор” в областта на математиката се изискват поне 3 публикации в рецензирани издания, едно от които да е списание. Докторантката е представила списък от 6 публикации по темата на дисертацията, едната от които [1] е в списание, а останалите са в трудове на специализирани международни конференции. Всички публикации са в съавторство с научния ръководител и на английски език, две от тях са по научни проекти и с чуждестранен съавтор. Предвид сложния апарат и обемните изследвания, включително по проекти, публикациите са резултат на екипна работа, в която приносът на докторантката е ясен и не подлежи на съмнение. Прегледът на представените публикации показва, че те са непосредствено свързани със съдържанието на глави от дисертацията и представят основните резултати с приносен характер в тях. Така публикации [1] (със съавтор от университета във Флоренция) и [2] от списъка са посветени на изследване динамиката на интегро-диференциални уравнения с КНМ, доказване на теорема за съществуването на периодични решения, изследване динамиката на уравнението на Фиц Хю Нагумо, алгоритъм на процедура за изследване с метода на хармоничния баланс и компютърни симулации на резултатите. В [4] се изследва динамиката на вискоеластичното уравнение на Бургерс с КНМ модел и с доказване на теорема е установен нов вълнов профил. Публикацията е по проект по ОП „Наука и образование за интелигентен растеж с финансиране по Европейския структурен и инвестиционен фонд. В [3] е изследван „ръб на хаоса“ на нано мемристорна КНМ описвана със силно нелинейни диференциални уравнения като е доказана теорема и е съставен алгоритъм за условията и определянето му. Публикацията е с участието на съавтор от ТУ - Дрезден и е по проект на немска изследователска фондация и БАН. В [5] е представен методът на хармоничния баланс за изследване на КНМ модел на Мейнхард – Гриер като е доказана теорема за съществуване на периодични решения и е съставен алгоритъм за изучаване на динамиката на КНМ с него. В [6] е моделирано взаимодействието на флуксони чрез КНМ, свързани с модификации на уравнението на син – Гордън като са представени компютърни симулации.

Публикации [2], [3], [4], и [5] са индексирани в Scopus, от тях [2], [4], и [5] са с SJR 0.177, а [3] с SJR 0,229; [6] е индексирана в IEEE Xplore, която е призната база данни с информация за ПН 4.5.

Забелязано е отражение на резултатите на дисертацията като цитирания в трудовете на други автори. В Scopus е отбелязано по едно цитиране на публикации [3] и [4] в издание с SJR 0.185, което е доказателство за значимостта на резултатите.

Ясно е, че представените публикации и цитирания отразяват по-голямата част от същностната част на дисертацията. Безспорни са по своето качество и представителност, напълно покриват и значително надвишават изискванията на правилника на ИМИ-БАН.

#### **6. Приложение, значимост и достоверност на изследванията в дисертационния труд**

Значимостта и приложимостта на постигнатите резултати от докторантката следват от тяхното оповестяване на специализирани форуми и публикуването им в известни издания със SJR). Характерът на форумите, където са докладвани резултатите свидетелства за тяхната приложимост и значимост – IEEE симпозиум по електрически вериги и системи ISCAS'19, ANNA'18 конференция по невронни мрежи и приложения, трудове на американския институт по физика AIP. За приложимостта им допринася и включването им в рамките на международни проекти, както и цитиранията им в специализирани издания по невронни мрежи и компютърен интелект Studies in Computational Intelligence с SJR. Тези факти потвърждават и достоверността на изследванията в дисертационния труд, и получените приносни резултати.

#### **7. Критични бележки и препоръки по дисертацията и автореферата**

Забелязвани са на някои технически и правописни грешки (пропуснати букви в думите, неправилен пълен член и др), които не намаляват научната стойност на труда. Оформянето на библиографската справка не е достатъчно прецизно – забелязват се повторения на източници и непълноти. Направеният анализ на решенията от тип „бягаща вълна“ с представени множество дефиниции, формулировки и доказателства на леми остават в известен смисъл встрани от целите и задачите на разработката. Приносите може да бъдат обобщени за засилване на тяхната значимост и да не са оформени като отделна глава. Посочените забележки не поставят под съмнение качеството на получените резултати.

**Препоръки:** Натрупаните знания и научен опит от разработването на дисертационния труд да бъдат продължени с бъдещи изследвания, както и в самостоятелни публикации.

#### **8. Заключение**

Дисертационният труд отговаря на съвкупността от критерии и показатели за придобиването на ОНС доктор съгласно ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилниците за прилагане на ЗРАСРБ на БАН и ИМИ-БАН. Поставените цели и задачи са постигнати. Направените изследвания, създадените модели, техния анализ и доказаните резултати, в научна област, която привлича изключителен изследователски интерес са значителни научни и научно-приложни приноси и са основно дело на докторанта, поради което оценявам дисертацията **положително**. Предлагам на уважаваното научно жури да присъди на Зоя Владимирова Кичева - Зафирова ОНС "доктор" в област на висшето образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика (Математическо моделиране и приложение на математиката).

София 17.11.2021

**Рецензент:**

/доц. д-р А. Розева/