Добри практики в образованието по математика и ИТ за развиване на **ключови компетентности**

Тони Чехларова, Евгения Сендова
(редактори)

Със съдействието на програма "Учене през целия живот" на Европейския съюз

Lifelong Learning Programme

Developing Key Competences by Mathematics Education

Comenius Multilateral Project: Developing Key Competences by Mathematics Education Project
(Развиване на ключови компетентности чрез математическото образование)

www.KeyCoMath.eu

Редактори: Тони Чехларова, Евгения Сендова
Художник на корицата: Калина Сотирова
Графично оформление: Калина Сотирова

ISBN 978-954-561-389-0

Проектът *KeyCoMath* е финансиран със съдействието на
програма "Учене през целия живот" на Европейския съюз.

Lifelong Learning Programme

Developing Key Competences by Mathematics Education

Добри практики в образованието
по математика и ИТ
за развиване на
ключови компетентности

Тони Чехларова, Евгения Сендова
(редактори)

Lifelong Learning Programme

СЪДЪРЖАНИЕ

Предговор

Петър Кендеров

Координатор на проекта *KeyCoMath* от страна на ИМИ - БАН

Kenderovp@cc.bas.bg

Драги читатели, в ръцете ви е сборник от статии, в които авторите споделят свои идеи и добри практики за изграждане на различни ключови компетентности у учениците си чрез прилагане на изследователския подход в часовете по математика и информатика. Споделянето и разпространението на такива практики е една от целите на европейския проект KeyCoMath[1], с чиято подкрепа излиза сборникът.

Да припомним, че на 18.12.2006 г. Европейският парламент и Съветът на Европейския съюз приеха *Препоръки относно ключовите компетентности, необходими за удовлетворителна личностна и социална реализация в бъдещото общество, основано на знанието*. В този документ, известен като „Референтна рамка за ключовите компетентности", са обособени следните осем групи от умения, знания и способности, по-общо – компетентности (в курсив е дадена оригиналната формулировка на английски):

1. **Комуникация на роден език** - *Communication in the mother tongue*
2. **Комуникация на чужди езици** - *Communication in foreign languages*
3. **Математическа компетентност и основни компетентности в областта на природните науки и ИТ** - *Mathematical competence and basic competences in science and technology*
4. **Дигитална компетентност** - *Digital competence*
5. **Умение за самостоятелно учене** - *Learning to learn*
6. **Социални и граждански компетентности** - *Social and civic competences*
7. **Усет за инициатива и предприемачество** - *Sense of initiative and entrepreneurship*
8. **Усет и подобаващо отношение към културата и към изявяването** - *Cultural awareness and expression.*

Ясно е, че притежаването на тези компетентности е добра основа за реализация на пълноценен живот – и в обществен, и в личностен план. Умението за самостоятелно учене, придружено с математическа и дигитална грамотност, дава добра основа за професионална мобилност и за лесна адаптация към бързо променящите се нужди на пазара и производството. Това намалява опасността от безработица.

---

[1] Comenius Multilateral Project: Developing Key Competences by Mathematics Education Project (Развиване на ключови компетентности чрез математическото образование) Reference: 538319-LLP-1-2013-1-DE-COMENIUS-CMP.

Добавянето и на комуникационните и на социалните компетентности открива възможност за пълноценна обществена реализация на личността като активен и отговорен гражданин с рационално поведение в обществото.

Формирането и развиването на тези компетентности е продължителен процес. Той обхваща целия съзнателен живот, но училищното образованието има основополагаща роля в него. Характерната особеност тук е, че усвояването на тези компетентности не става пряко, чрез изучаване на отделен учебен предмет по всяка компетентност, а е по-скоро резултат от наслагването на редица образователни и възпитателни въздействия, разпръснати във всички учебни предмети, както и в цялостния процес на учене (в училище и извън него).

Основната цел на проекта *KeyCoMath* е да покаже как образованието по математика може да допринесе за формирането, развитието и затвърдяването на шест от тези компетентности у отделния ученик (погледнете внимателно слънчевите лъчи на задната корица, илюстрирана от *Калина Сотирова*).

Проектът е насочен предимно към разпространение на такова образование по математика, което се основава на изследователския подход, на самостоятелната работа на учениците, на връзката с природните науки и технологиите, на активното участие на ученика в учебния процес, на развиването на математическо мислене и на правилното интерпретиране на числовата и графична информация, която ни съпровожда в ежедневието и влияе върху поведението ни. Всичко това допринася за развиване на математическата компетентност. Предвижда се изучаването на математиката в такъв стил да е съпроводено с интензивна комуникация между учениците (в устен и писмен вид), в процеса на която да се представят и обсъждат математически идеи, да се предлагат и отхвърлят хипотези, да се събират и организират данни и наблюдения, да се развива критично мислене и способност да се представят аргументи, да се убеждават другите със силата на логиката. По такъв начин се развиват и укрепват комуникативните умения и способността за работа в екип, която е една от важните съставки на социалните и граждански компетентности.

Доколкото този стил на образование по необходимост включва образователни среди, наситени със (и основани на) дигитални медии – софтуер за динамична математика, за електронни таблици, за компютърна алгебра, за компютърни симулации – учениците неусетно развиват сериозна дигитална компетентност с по-дълбоко разбиране за възможностите, както и за ограниченията на съвременните дигитални технологии. Нещо повече, неусетно се развива и алгоритмичното мислене, което е в основата на програмирането и на цялата информатика. Резултатността на изследователския подход в образованието произтича от самостоятелната работа на учениците (индивидуално или на групи). По такъв начин те развиват умения за самостоятелно учене с разбиране на същността на нещата, с критично отношение към наученото. Едновременно с това, укрепва и навикът човек сам да достига до ново знание, до нови умения, било като използва досегашните си знания, било като се допита до някого – интернет търсачка, специалист или други членове на социалните групи, в които участва. Ученето в изследователски стил развива и инициативността.

Новите образователни среди, основани на съвременните софтуерни системи, позволяват и поощряват проучването и изследването чрез експериментиране, чрез изпробването на нови и нови възможности. Те подтикват към новаторство, към желание да се проверят и реализират идеите, а тъкмо подобно поведение е характерна черта на инициативността и предприемчивостта.

По този начин се изграждат навици за планиране, организиране и управление на дейности, което е от полза при професионалната реализация във всяка сфера на дейност.

Макар това да не е поставено като задача в проекта *KeyCoMath*, култивирането и на останалите две компетентности (комуникиране на чужд език и подобаващо отношение към културата) също може да получи положителен импулс чрез математическото образование. В момента светът разполага с огромно разнообразие от достъпни образователни среди на различни езици, като английският език е най-застъпен. Усвояването, използването и създаването на такива среди неусетно и неминуемо подобрява познанията по чужди езици и допринася за разширяването на културния кръгозор. Редица произведения на изкуството дължат въздействието си в значителна степен на закодираните в тях математически факти и явления (симетрия, перспектива, композиция и др.). Има много примери на влияние и в обратната посока – чрез произведенията на изкуството да се представят и възприемат математически факти и явления. По този начин се постига и положителна промяна в обществените нагласи спрямо образованието по математика като цяло.

Интересни идеи за съчетаване на математическите и дигиталните компетентности с усета към изкуството могат да се видят в добрите практики, представени от *Даниела Кунчева, Елисавета Стефанова, Иван Петков, Кремлина Черкезова, Нели Христозова, Румяна Ангелова, Руска Илиева*.

Изследване на функции като резултат от интересни експерименти в реална и виртуална среда предлагат в разработките си *Боряна Куюмджиева* и *Динко Цвятков*.

Един проект, в който се очаква учениците да приложат усета си за инициатива, планиране, математическа и дигитална компетентност и не на последно място – социални умения, е подготовката на „парти“, предложена чрез серия задачи в статията на *Нели Стоянова* и *Радослав Раданов*.

Как може да използваме софтуер на професионално равнище споделят *Монка Коцева, Цветелина Зарева* и *Дарина Вълкова*.

Стелиана Кокинова доказва за пореден път, че и в езиковите гимназии компетентностите на учениците не се ограничават до общуване на роден и чужд език, а включват способности за генериране на несрещани досега хипотези в контекста на интересна геометрична задача.

Не са забравени и най-малките ученици – за работата с тях в изследователски дух и за развиване на математическите им компетентности споделят идеи *Галя Пенчева, Йорданка Горчева, Мария Браухле, Николина Цветкова.*

Накрая да споменем компетентността на редакторите в прилагане на съвета на *Дьорд Пойа*: „Действайте като „акушерки на идеи“.

И така, приятно четене, изпробване и адаптиране на предложените добри практики!

Надяваме се техният списък да се обогатява благодарение и на вашите усилия!

Паркетиране на равнината или диалози на математиката с изкуството

Румяна Ангелова
antika_rumi@abv.bg
ПГИМ, Пазарджик
ИМИ-БАН

Резюме: Статията представя изучаването на проблема „паркетиране на равнината" като проект, реализиран чрез класна и извънкласна работа в Професионална гимназия по икономика и мениджмънт, гр. Пазарджик. Описани са различни форми на работа – динамична математика, учене чрез театър, пърформанс, панаир на природните науки, с които се повишават математическата и дигиталната компетентност на учениците, техния усет за инициатива и се изгражда подобаващо отношение към културата и изявяването.

Ключови думи: *паркетиране на равнина, учене чрез театър, изследователска задача, математическа компетентност, дигитална компетентност, усет за инициатива, отношение към културата и изявяването*

1. Увод

Организирали ли сте някога изучаването на сериозен математически проблем чрез творчески драматични дейности? Ако е така, как успяхте да предизвикате интереса на учениците, да ги мотивирате, да организирате актьорски дейности? Как проведохте обучителните събития? Оправдаха ли се очакванията – вашите и на учениците? Отпаднаха ли предварителните ви страхове? Какви възможности получават учениците, практикувайки директно актьорско майсторство, когато изучават или описват математически сюжет? Това са въпроси, които ме вълнуват и търся отговора в преподавателската си дейност. По-долу споделям няколко практики, които могат да ви бъдат от полза.

2. Паркетиране на равнина

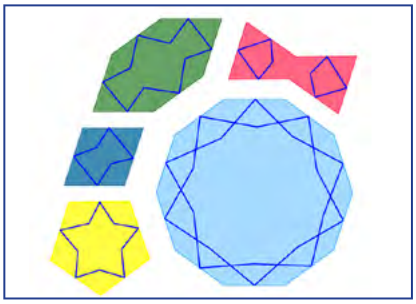
Навсякъде около нас има изобилие от мозайки, паркети, плочници, зидарии, облицовки, тапети, платове и покривала от всякакъв тип с десени върху тях, в които са вложени математически идеи. Те съдържат мотиви, които се повтарят през равни интервали или са получени чрез завъртане. Напълно естествено е да се насочи вниманието на учениците към откриване на начина на получаването на различните мозайки и достигане до извода, че всъщност мотивите са подложени на геометрични преобразувания, които се изучават по математика в осми клас. Уточнява се, че периодични мозайки са такива, които покриват равнината само чрез транслиране на определен елемент (модул), без ротация и осева симетрия. Непериодични мозайки се получават чрез ротация или осева симетрия и при тях липсва елемент, който може да покрие цялата равнина само с транслация. Сега вече сме готови да стартираме проекта „Паркетиране на равнината" [1].

Важен момент за успешността на този проект е поставянето на предварителни изследователски задачи. Те помагат на учениците по естествен начин „да влязат" в проблема. Чрез насочващи въпроси учителят по математика възлага така любимото за всички ученици търсене в мрежата. След изследването учениците оформят галерия от образци на природни мозайки.

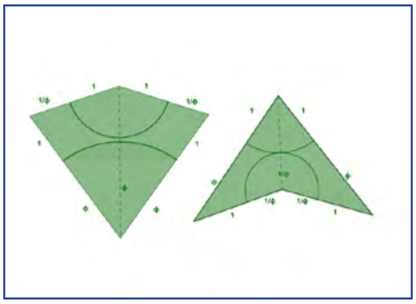
Споделят, че е забавно сами да открият математическите модели - мозайки при пчелна пита, кожа на риба, кожа на боа, кора на дърво, шарки на жираф, крокодил, слон, опашка на паун, напукана земя и какви ли още не. Освен природните мозайки галерията се допълва със снимки на паркети и стени от дворци, християнски и ислямски храмове. Въз основа на търсенето учениците формират хипотези за вида фигури, които могат да покрият равнината периодично и непериодично, предоставят доказателствен материал към тях. Дискутираме въпроси от типа: А дали има набор от фигури, които могат да покрият равнината само непериодично? От колко най малко фигури се състои този набор? Интересни въпроси, водещи след себе си интригуващи сценарии за чертежи, открити в древни папируси, за мозайки в дворци, за романтични истории на изследователи, търсещи красотата и хармонията в произведенията на старите майстори.

3. Учене чрез театър - какво е това?

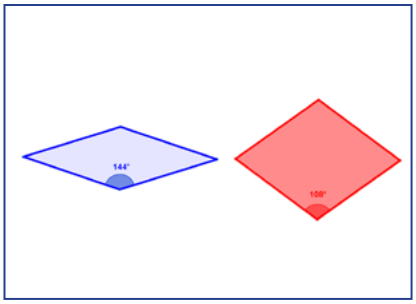
Предложихме на учениците от VIII „а" и VIII „б" клас да паркетираме равнината по време на *математически* пърформанс [2], който организирахме и проведохме, интегрирайки математиката и изкуството. Така го и нарекохме – „Диалози на математиката с изкуството". Как го осъществихме? Учителят по литература направи въведение за ислямските мозайки не просто като форма на изкуство или занаят, а и като форма на поклонение и духовно преживяване през вековете. Бяха представени мозайки от Алхамбра [3], мавърски дворец в Гранада, построен около 1300 г. Учителят по математика водеше пътешествието в математически контекст – изследвахме мозайки с най-малко 13 от 17-те възможни групи на симетрия. Последва запознаване с набора от пет плочки – наречени *girih* (Фигура 1), които украсяват в периодични и непериодични конфигурации стените на ислямски храмове и обществени сгради. За авторите им четем в [4]: "Това е абсолютно зашеметяващо. Те са създали мозайки, които са толкова сложни, че отразяват математика, която ние не сме можели да разберем до неотдавна". Учениците активно участваха с допълнения и коментари, формирани при реализиране на търсенето в мрежата. Учителят по математика постави въпроса за двете двойки плочки, за които професор Роджър Пенроуз доказва, че могат да покрият равнината, създавайки непериодични модели: „стрела" и „хвърчило" (Фигура 2) и два типа ромбове - „тесен" и „широк" (Фигура 3) [5].



Фигура 1. Плочките "Girih"



Фигура 2. "Стрела" и "Хвърчило"



Фигура 3. "Тесен" и „широк ромб"

Интересен момент е да се открие връзката между двата типа мозайки на Пенроуз и златното сечение φ. Запознаването с красиви образци на мозайките, важни и определящи за визуалния ритъм при паркетирането на равнина, има за цел да надгради математическата компетентност на учениците и да провокира усета им към културата и изявяването [5]. В хода на пърформанса учителите по математика и литература организират следните творчески дейности:

- Канят и мотивират учениците да създадат истории, насочват ги, отбелязват важността на слушането, на речника, на движенията;
- Предлагат на учениците да изразят "историите" в кратки етюди чрез телата си и чрез шаблоните на паркетиращите плочки;:
- Насърчават учениците да изразят собствените си чувства, преживявания и впечатления чрез драматични дейности и да създадат театрални етюди. Това помага да се осигури по-добро разбиране на собствените чувства и тези на другите, води до лесно разбиране на геометричния материал и формиране на трайно знание.

Звучи подходящо избрана музика, персонализираните плочки от различните мозайки - правилен десетоъгълник, правилен петоъгълник, ромб, диамант, папийонка - представят себе си чрез своите свойства – големини на ъгли, оси на симетрия, отношение на дължините на различните си страни: „Аз съм диамант, имам две оси на симетрия, ъглите ми са с големини 72° и 144°, отношението на по-дългата ми страна към по-късата е равно на 1,618…". „Ние – girih плочките (Фигура 4), можем да се подреждаме и образуваме различни периодични мозайки. А можем ли да образуваме непериодични мозайки?!" Създалата се творческа обстановка предразполага учениците към развихряне на фантазията и креативността им – подреждат се различни мозайки. Актьорите се състезават, радват се от крайния продукт, творят в сътрудничество.

Ученето чрез театър всъщност е педагогически метод, който развива:

- социални компетентности (себепознание, самооценка, сближаване, работа в екип);
- умствените способности (език, математика, физика, мислене, изобретяване, въображение и т.н.)
- художествени умения (изразяване чрез езика на тялото, импровизации, изпълнение, с други думи - подобаващо отношение към изявяването).

Този тип учене се основава на необходимостта на хората (деца и възрастни):

- да игрят;
- да изразят чувства;
- да комуникират с останалата част от групата.

Фигура 4. „Ние сме плочките *girih*!"

Впечатляващ елемент по време на пърформанса е разнообразието от геометрични фигури, създадени чрез движенията на всички актьори, танцьори и участници в него. След театралните етюди и танците учителите насочват участниците към обобщения и рефлексия.

4. Проектът "Tilings in Europe"

Водейки диалозите на математиката с изкуството, достигнахме до необходимостта да споделим наученото за паркетиране на равнина и да го доразвием. Разработихме изследователския проект „Tilings in Europe" в платформата e-twinning в партньорство с училища от Франция, Румъния, Италия, Гърция, Турция, Белгия и Исландия. В проекта участваха активно около 60 ученика от клуб „Процент и половина". Дейността се разви в няколко основни направления:

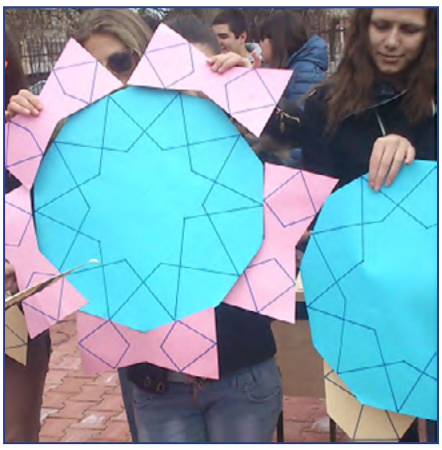
- Изследване и проучване на геометрични модели в облицовките и декоративната украса в архитектурата;
- Систематизация на видовете геометрични модели;
- Разработка на авторски мозайки в динамичната среда *GeoGebra*.

В края на този едногодишен проект се наложи изводът, че в изкуството идеята за хармония се въплъщава във вид на строго разработени геометрични системи.

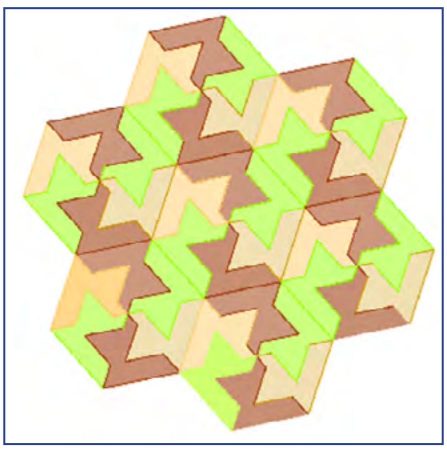
Защо дейностите с танци, театър и изкуство са стратегия за успешното учене? Общуването с изкуството стимулира усета за инициатива на учениците, води до развитие на тяхното мислене. Чрез повтарящи се движения, танци и игри се изграждат математически компетентности (за моделиране, алгоритмизиране, броене). Използвайки музика и движения, учениците могат да изразят емоциите си, да изразят себе си и едновременно с това да бъдат членове на ансамбъл. Това помага за засилване на емоционалното им развитие, насърчава ги да се научат да правят разлика между фантазия и реалност. Споделената интеграция, която предполага свързване на две дисциплини чрез използване на припокриващи се понятия, успешно може да се извършва от двама учители в екип. Осъществява се и творческа дейност – самостоятелен пренос на знания и умения в нова ситуация.

Организираният *Панаир на природните науки* предостави големи възможности на желаещите ученици да се запознаят с всяка плочка *girih*, с двойките паркетиращи плочки от мозайките на Пенроуз, да подредят своята периодична или непериодична мозайка. Звучаха ключови въпроси: „Покажи как?". „Подайте една папийонка, къде е петоъгълникът?

Трябва ми един диамант!" (Фигура 5). В импровизираната *Палата на математиката* всеки имаше възможност да пипне, да усети, да конструира – да паркетира равнината.



Фигура 5. Непериодична мозайка



Фигура 6. Динамична мозайка

Естественото продължение на дейностите по проекта премина през развиване на дигиталната компетентност на учениците.

Те успяха да осъществят динамично паркетиране на равнината с помощта на инструментите на *GeoGebra,* предложиха свои авторски разработки на паркетиращи плочки (Фигура 6), а чрез тях - на периодични и непериодични мозайки.

5. Заключение

Изучаването на паркетиране на равнината чрез периодични и непериодични мозайки послужи като интригуващ мост между ислямската архитектура от епохата на Средновековието и съвременната епоха. Тази интересна историческа и културна връзка осигури основа за по-нататъшни изследвания и дискусии сред учениците и прерастна в разработката на проект „Диалозите на математиката с изкуството продължават“, с който екипът на клуб „Процент и половина“ спечели Отлична диплома в конференцията „Динамична математика“, 2014 г.

Обобщението на резултатите от проведените анкети с ученици и учители след тези дейност показаха, че предложените форми на изучаване на паркетирането на равнината:

- дават възможност за напредване в конкретните учебни области;
- осигуряват преносимост на знанията и уменията към нови условия;
- развиват ефективни методи на класна и извънкласна работа по математика;
- прилагат модерни методи на преподаване и структура на уроците;
- осигуряват специфичен стил на математическото образование – в изследователски дух;
- изискват гъвкаво съчетание и допълване на знания и педагогическо майсторство и на двамата педагози;
- включват богати възможности за обратна връзка.

Накратко, разглеждането на паркетирането на равнината като проект, обединяващ математиката и изкуството, е интригуващ и мотивиращ начин за голяма част от учениците. Такъв подход разкрива пред нас нови възможности за изграждане и развиване на различни ключови комптентности у учениците и ги поставя в ролята на експериментатори и творци заедно с нас, техните учители.

Литература

1. Чехларова, Т., Сендова, Е. (2011) Динамично паркетиране, Математика и информатика, кн. 6, с. 5-18
2. Чехларова, Т., Сендова, Е. (2013) Математическият пърформанс – социална игра или образователна технология, 42 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., с. 159-166
3. Tennant, R. F., (2004) Islamic Tilings of the Alhambra Palace: Teaching the Beauty of Mathematics, Teachers, Learners and Curriculum, Vol. 2, pp. 21-25
4. Lu, P. J., Steinhardt, P. J. (2007) Decagonal and Quasicrystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture, Science, http://www.sciencemag.org/content/suppl/2007/02/20/315.5815.1106.DC1/Lu.SOM.pdf (последно посещение 1.11.2015)
5. Weisstein, E. W. Penrose Tiles. From MathWorld--A Wolfram Web Resource. http://mathworld.wolfram.com/PenroseTiles.html (последно посещение 1.11.2015)
6. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath*. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105

Всичко започна с едно стихотворение и завърши с много усмивки

Мария Браухле
brauchle21@yahoo.de
ИМИ – БАН

Резюме: В статията се разглежда един резултат от курс с учители в град Банско на тема „Изследователски подход в образованието по математика“, който се проведе през месец март 2015 г. В курса взеха участие 15 учители от Банско и Добърско, които се запознаха с ресурсите на Виртуалния училищен кабинет по математика [1, 2] и с начините да ги използват в изследователски стил с учениците си. В края на курса учителите трябваше да напишат курсова работа, представляваща разработка на учебен урок за преподаване на дадена тема в изследователски стил и да демонстрират придобитите си нови ключови компетентности [3]. Една от курсовите работи бе на тема „Числата до 20. Събиране на числата до 20.“ На 22.04.2015 г. урокът бе проведен в НУ „Св. Климент Охридски“ - с. Добърско с първи клас. Основните ми впечатления от този урок са предмет на настоящата статия.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер , числата до 20, математическа компетентност, дигитална компетентност, комуникационни умения*

1. Увод

Образователните цели на урока бяха откриване на зависимостта между променливото събираемо и сбора, както и изграждане на представа за промяната на сбора при промяна само на едното събираемо. Възпитателните цели бяха развиване на познавателен интерес и умения за откриване на сбора без пресмятане, както и създаване на положителна мотивация за овладяване на новите знания. Използването на компютъра имаше за цел наред с подпомагане изграждането на математически компетентности да се постави началото на създаване и на дигитални компетентности [4, 5].

Компютърният кабинет на училището е оборудван с компютърна система, използваща технологията Windows MultiPoint Server и разполагаща с шест работни места. Отделните монитори са разположени в редичка и са обърнати към стената. Тази подреба на терминалите дава възможност за добра комуникация между учениците.

2. Всичко започна с едно стихотворение...

Развълнувани, учениците влязоха в компютърната зала. Това беше първият им час с компютри в училище. Те нетърпеливо задаваха въпроси: „А, какво ще правим сега?“, „Как ще учим с компютър?“, „Какво ще учим?“. За да ги успокои, учителката им ги накара всички заедно да кажат гатанката:

На патето, ако свалим крилцата,
после човката - да не яде,
ще получим лесно - цифра... две.

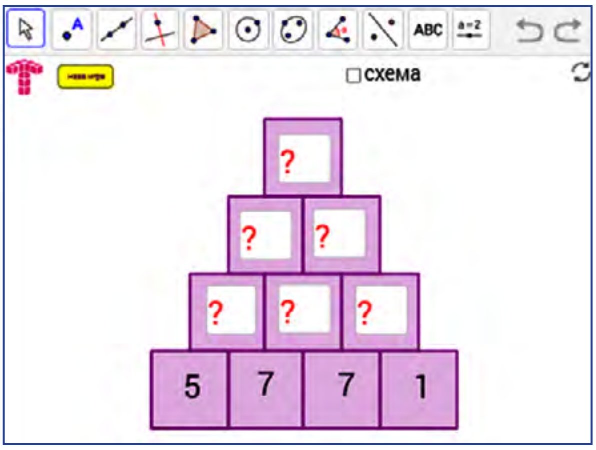
След това продължи с:

Има шийка и коремче,
а на шийката перчемче.
На ръката пръстите броя по ред
те са точно... 5

С помощта на тези гатанки децата са изучавали образно начина на изписване на цифрите. Гатанките учителката е взела от Интернет [6]. Успокоени учениците започнаха да пресмятат устно задачи от сбор на две числа. След краткия преговор учителката премина към подготовка на децата за работа с компютър.

3. Пирамиди

За целта тя беше избрала пирамидите за събиране във Виртуалния училищен кабинет (Фигура 1). Съответните прозорци бяха предварително отворени на екраните на работните места.



Фигура 1. Игра от *Виртуалния училищен кабинет*

Тази първа среща с компютрите изправи учениците и пред първото им предизвикателство, а именно как да изтрият въпросителния знак. За помощ те се обърнаха към учителката си, която веднага откликна и показа на две от тях как става това, а те обясниха на останалите. Тази ситуация показа колко е трудно, но полезно за един учител, който свикнал да бъде водеща фигура по време на урок, да предаде „кормилото" на децата и да ги остави сами да открият отговорите на въпросите си.

Динамичният софтуер оцветяваше верните отговори в зелено, а грешните в червено. Този път децата се ориентираха сами в значението на цветовете. В процеса на смятане се оказа, че при някои от задачите събираемите или отговорът бяха по-големи от 20. Учителка реши в такива случаи децата да преминават към следващ пример, тъй като фокусът на урока бе върху сбора на числа до 20 [7].

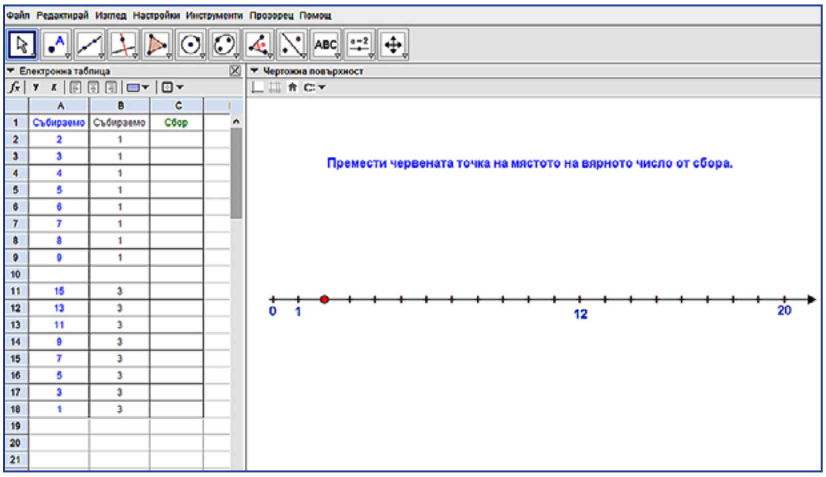
Увлечени в смятане. учениците се радваха на верните отговори и с желание започваха да смятат отначало, когато отговорът им бе грешен. Те гледаха какво правят техните съседи и при нужда ги поправяха или им помагаха. Тази възможност за комуникация помежду им бе нова за тях (Фигура 2).

Фигура 2. Съсредоточени пред компютрите

Още с тази първа задача децата започнаха да изграждат нови дигитални и комуникационни умения, а учителката – да навлиза в новата си роля на „модератор".

4. Същинската работа

Едва след тези няколко подготвителни стъпки учениците започнаха работа с динамичен файл (Фигура 3), който бе създаден в *GeoGebra* от тяхната учителка като част от нейната курсова работа.



Фигура 3. Наблюдаване на промяната в сбора

Първата задача на учениците бе да попълнят колонката със сбора в табличката.

И този път децата имаха нужда от техническа помощ при попълването.

Главният проблем се състоеше в това, че табличките бяха вертикално разположени, а учениците познаваха само такива, които са хоризонтално разположени. И тук учителката се притече на помощ с обяснения. След втория сбор вече всички бяха разбрали какво трябва да правят и се съсредоточиха върху смятането.

Втората задача бе да преместват червената точка на мястото на вярното число на сбора. Техническите трудности тук бяха много по-малко.

Децата гледаха едно от друго и откриваха грешки при съседите си.

Този път учителката навлезе в новата си роля на „напътстващ" и даде възможност на учениците сами да изследват зависимостите в задачите. Децата първо откриха, че за сборовете от горната част на таблицата е необходимо да преместват червената точка винаги с едно надясно, а за долната част на таблицата с две наляво. Учителката ги попита защо се получава така. Децата отначало се затрудниха. Елица се сети, че числата от първата колонка се променят по същия начин както сбора: „Когато тези числа са през едно, и другите в третата колонка са през едно, а когато са през две, и другите са през две."

Учителката помогна на децата да формулират правилно твърдението: „Когато увеличаваме едното събираемо с дадено число, сборът се увеличава със същото число." и „Когато намаляваме едното събираемо с дадено число, сборът се намалява със същото число."

Образователните цели на урока бяха постигнати.

Елица стана и усмихната повтори още веднъж за всички какво са научили в този урок (Фигура 4).

Фигура 4. "Днес научихме, че..."

4. Заключение

Децата нямаха желание да напуснат компютърния кабинет. Излизайки, питаха кога ще имат отново такъв час. Те отнесоха в къщи новите знания и разказа за урока в компютърния кабинет.

За учителката това беше първият учебен час в изследователски стил. Той показа, че само ресурсите не са достатъчни за провеждането на такъв урок. От една страна е необходимо децата да привикнат да комуникират помежду си, а от друга е необходимо и преподаващият да промени своя стил на работа. Опитът от този урок ми показа на какво е необходимо да наблегна в курсовете с учители, които водя, а именно – по-засилена работа на учителите за внедряване на изследователския стил.

Освен ценния опит аз отнесох със себе си и усмивките на децата.

Нека тези усмивки в училище бъдат повече.

Литература

1. Виртуален училищен кабинет по математика - http://www.math.bas.bg/omi/cabinet (последно посещение: 1.11.2015)
2. Chehlarova, T., Gachev, G. , Kenderov, P. , Sendova, E. (2014) A Virtual School Mathematics Laboratory. В: V Национална конференция по електронно обучение. Русе, pp.146-151
3. Gotz, C., Ulm, V. (2014) EU-Projekt “KeyCoMath” – Developing Key Competences by Mathematics Education. In: UBT aktuell 3, S. 15
4. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105.
5. Кендеров, П., Чехларова, Т., Сендова,. Е. (2015) Европейският проект KeyCoMath и ориентираното към усвояване на ключовите компетентности образование по математика, Математика и математическо образование, т. 44, с. 155–157
6. Любознайко, Стихотворения за цифрите - http://www.lyuboznaiko.com (последно посещение: 1.11.2015)
7. Богданова, М., Никова, К., Димитрова, Н. (2000) Математика за 1. клас, Булвест

Визуални феномени - интерактивно приложение на динамичен софтуер в училище

Даринка Вълкова

valkova_darina@abv.bg

ПМГ "Нанчо Попович" - Шумен

Резюме: В настоящата статия представяме изследване с различни динамични софтуерни продукти, чрез които могат да бъдат реализирани занимателни изображения, поставящи на изпитание нашите възприятия. Динамичният софтуер позволява да се експериментира с движението на обектите, взаимното им разположение и цветовете, което би могло да допринесе за развиването на различни ключови компетентности.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер , дигитална компетентност*

1. Увод

Визуалните феномени са предмет на изключителен интерес от дълбока древност до наши дни. Те са около нас и будят човешкото ни любопитство. Причините са в желанието ни да опознаем себе си и света около нас. Психологията е сравнително млада наука и изследванията й се базират предимно на материали от други научни области. Остават неизучени много проблеми, а един от най-важните е как възприемаме обозримия свят и нашето място в него.

В секциите с проекти на *GeoGebra* и *Wolfram Mathematica* има немалко материали, свързани с оптическите илюзии, но тази област е толкова обширна и в същото време е с неспиращ интерес от страна на хората, че трудно би могла да бъде изчерпена. Наименованието "Оптически илюзии" е заменено с "Визуални феномени" в настоящото изследване по ред причини.

Това не са илюзии, защото всичко представено съществува и не е резултат от човешки несъвършенства, а просто са феномени, които възприемаме с нашите сетива. Възприемаме ги визуално, резултатът зависи от нашата възраст, заобикалящата среда, времето, в което сме родени. Както няма двама души с едни и същи отпечатъци, така и спецификата на зрителната система определя уникалност на възприемането на света около нас.

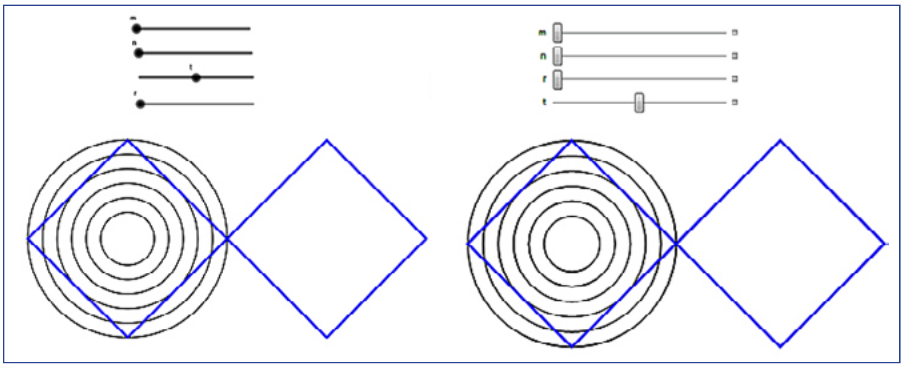
Изследването е насочено основно към аналогията на два продукта - *GeoGebra* и *Wolfram Mathematica*, както и представянето на изображенията чрез *PowerPoint*, с използване на *Visual Basic for Applications (VBA).*

2. Феномените и динамичните софтуери

Паралелното използване на двата динамични софтуера *GeoGebra* и *Wolfram Mathematica* е интересна задача и предизвикателство. В същото време резултатите могат да се представят с *PowerPoint*, където можем да използваме VBA. Комбинацията от време, движение, цветове и т.н., в резултат на което да се получат атрактивни изображения, провокира използването на изследователския подход. Идеята да се използват *GeoGebra* и *Wolfram Mathematica* е съвсем логична - те предлагат много възможности. *GeoGebra* е безплатен софтуер, а *Wolfram Mathematica* е лицензирана и изисква заплащане, но има и безплатна версия: *Wolfram Mathematica - Alfa.*

Едни от най-популярните зрителни изкривявания са представени на Фигура 1.

Фигура 1. Зрителни изкривявания, реализирани на *GeoGebra* (ляво) и Wolfram Mathematica (дясно)



Във *Wolfram Mathematica* можем да създадем обектите чрез `Table`:

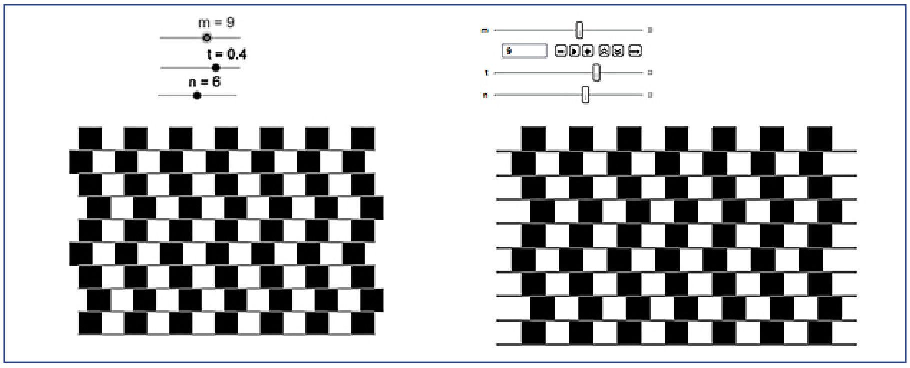
```
s = N[(1/2 - Sqrt[2]/4)/2];
Manipulate[ Graphics[{Table[Table[Table[{Black, Circle[{a, b}, 1/2 - i*s]}, {i, 0, 5, 1}], {a, 1, m}], {b, 0.5, n}], Table[Table[{Thick, RGB[0.05,0.00,0.95], Line[{{1 + i, 0 + j}, {1.5 + i, 0.5 + j}, {1 + i,1 + j}, {0.5 + i, 0.5 + j}, {1 + i, 0 + j}}]}, {i, 0,  t}], {j, 0, r}] }], {{m, 1, "m"}, 1, 3, 1}, {{n, 0.5, "n"}, 0.5, 2.5, 1}, {{r, 0, "r"}, 0, 2, 1}, {{t, 0, "t"}, 0, 2, 1}]
```

За създаване на обектите в *GeoGebra*, използваме `Sequence`:

```
s = (1/2 - Sqrt(2)/4)/2;
Sequence[Sequence[Sequence[Circle[(a, b), 1 / 2 - i s], i, 0, 5, 1], a, 1, m], b, 0.5, n]  Sequence[Sequence[Polygon[(1 + i, 0 + j), (1.5 + i, 0.5 + j), (1 + i, 1 + j), (0.5 + i, 0.5 + j)], i, 0, t], j, 0, r]
```

Феноменът„Кафене“ (Фигура 2*)* е забелязан от професор Грегъри в любимото му кафене в Бристол, където стенните плочки са били подредени по доста нестандартен начин.

Основният фактор са сивите контури, които обхващат редовете и черните квадратчета[1].



Фигура 2. Феноменът Кафене, реализиран на *GeoGebra* и Wolfram Mathematica

В *PowerPoint* е *необходимо* да се придвижват съвкупността от бели и черни квадратчета, както са обединени на ивици.

[1] **Бел.ред.** Да отбележим, че фигурата *Кафене* е описана за първи път като Kindergarten illusion през 1898 и бива преоткрита от Грегъри през 1973 г. Използвана е в Учебното помагало по ИТ за 5. клас Компютърът в моя свят (изд. Анубис) като задача от темата„Създаване и обработка на графично изображение“.

За тази цел може да се използва макросът *DragandDrop* (VBA), който да приплъзва хоризонтално ивиците. *Кафене* може да се реализира с *GeoGebra* чрез:

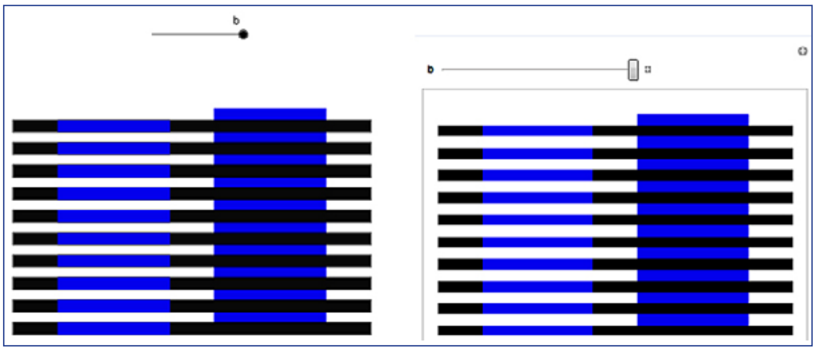
```
Sequence[Segment[(0, a), Point[Circle[(0, a), 2n + 1]]], a, 0, m - 1]
Sequence[Sequence[Polygon[(2b + t sin(4π / 8a), a), (2b + t sin(4π / 8a) + 1, a),
(2b + t sin(4π / 8a) + 1, a + 1), (2b + t sin(4π / 8a), a + 1)]
Sequence[Sequence[Polygon[(2b + t sin(4π / 8a), a), (2b + t sin(4π / 8a) + 1, a),
(2b + t sin(4π / 8a) + 1, a + 1), (2b + t sin(4π / 8a), a + 1)], a, 0, m - 1],b,0,n]
Number
    t,-1, 1, 0.1
    n, 2, 10, 1
    m, 2, 14, 2
```

Реализацията на изображението на *Wolfram Mathematica* е аналогично и `Table` се дефинира като `List` в *GeoGebra*.

В двата софтуера промяната на броя редове става чрез плъзгача m, увеличаването и намаляването на броя квадратчета на един ред - чрез плъзгача n, а t е плъзгач за хоризонталното приплъзване. В *GeoGebra* движенията се декларират с `Number`, а във *Wolfram Mathematica* още в началото се поставя `Manipulate`.

```
Manipulate[Graphics[{
   EdgeForm[{AbsoluteThickness[2], Gray}], AbsoluteThickness[3],
   Table[Rectangle[{a + t Sin[4 π/8 b], b}, {a + t Sin[4 π/8 b] + 1,
       b + 1}], {a, 1, 2 n - 1, 2}, {b, 0, m - 1}],
   Gray, Line[Table[{{0, b}, {2 n + 1, b}}, {b, 0, m - 1}]]},
  ImageSize -> {500, 400}],
 {{t, 0.4, "t"}, -1, 1},{{n, 7, "n"}, 2, 10, 1}, {{m, 8, "m"}, 2, 14, 1}]
```

Подобна задача може да бъде решена и за друго атрактивно изображение - това на Мюнкер (Фигура 3). Феноменът тук се разкрива чрез възприемането на цветовете и хоризонталното приплъзване на черни ивици [4].



Фигура 3. Изображението на Мюнкер, реализиран на *GeoGebra* и Wolfram Mathematica

В *GeoGebra* създаваме три редици, първата от които изобразяват черните ивици, а вторите две - двете колони цветни ивици. Чрез плъзгача b променяме дължината на черните ивици.

```
Sequence[Polygon[(0, 0 + 2i), (b, 0 + 2i), (b, 0 + 2i + 1), (0, 0 + 2i + 1)],
i, 0, 9]
Sequence[Polygon[(4, 2i), (14, 2i), (14, 2i + 1), (4, 2i + 1)], i, 0, 9]
```

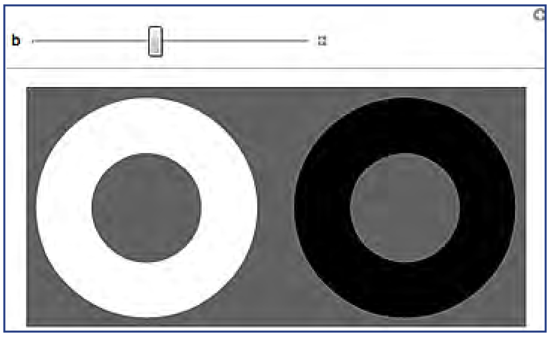
```
Sequence[Polygon[(18, 2i + 1), (28, 2i + 1),(28, 2i + 2), (18, 2i + 2)], i, 0, 9]
```

Във Wolfram Mathematica отново се създават трите списъка от данни.

```
Manipulate[
Graphics[{Black, Table[Rectangle[{0, i}, {b, i + 1}], {i, 0, 18, 2}],
RGBColor[0.05,0.00,0.95],
Table[Rectangle[{4, i}, {14, i + 1}], {i, 0, 18, 2}],
 Table[Rectangle[{18, i}, {28, i + 1}], {i, 1, 19, 2}]}, PlotRange -> {{0, 32},
{0, 21}}],
{{b, 32, "b"}, 0, 32}]
```

Друг феномен, който илюстрира казаното дотук, е този на *светещите кръгове*.

В *GeoGebra* (Фигура 4) особеност е работата с динамичността на цветовете, а във Wolfram Mathematica реализацията се извършва по следния начин:

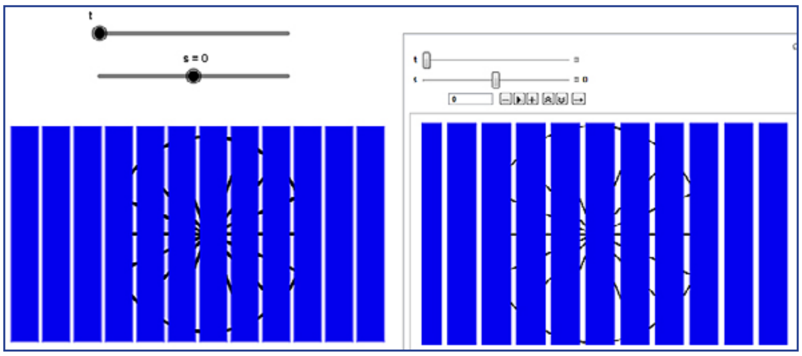


Фигура 4. Светещите кръгове, реализирани във Wolfram Mathematica

```
Manipulate[
Graphics[{White, Disk[{0, 0}, 6], GrayLevel[t], Disk[{0, 0}, 3], Black,
Disk[{14, 0}, 6], GrayLevel[t], Disk[{14, 0}, 3]}, PlotRange -> Automatic,
Background -> Gray],
 {{t, 0.5}, 0.1, 1, 0.1}]
```

Плъзгачът променя цвета на вътрешния кръг от бяло до черно и чрез неговата скорост се осъществява атрактивността на изображението.

При преминаването на колело зад ограда (или „палисада", както е наречена в [5] , спиците му се виждат по особен начин зад процепите на оградата следствие на движението на очите (Фигура 5).



Фигура 5. Феноменът на Роже, реализиран на *GeoGebra* и *Wolfram Mathematica*

Те се възприемат начупени и изкривени, в зависимост от посоката на движение. Благодарение на паразитните образи, които се създават, се получават изображения с изкривени форми. Това може да бъде забелязано, дори когато палисадата не се движи. При движение се наблюдава феномена на Погендорф [6], при който спиците "се начупват" (Фигура 5) при преминаване през палисадата [7].

В *GeoGebra* колелото със спиците се получава чрез командата:

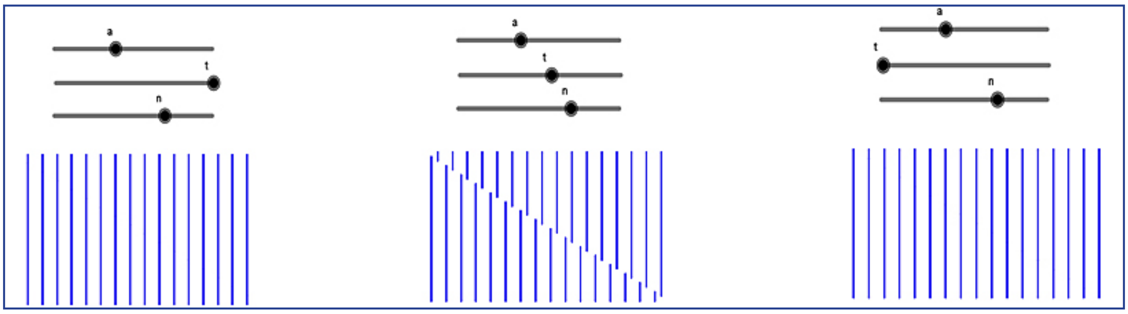
```
Sequence[Segment[(10, 0), (10 + 5cos(t + i π / 8), 5sin(t + i π / 8))], i, 1, 16, 1]
```

"Палисадата" се получава чрез командата:

```
Sequence[Polygon[(Mod[i + s t / (2π), 19.3], -5), (1.35 + Mod[i + s t / (2π), 19.3], -5), (1.35 + Mod[i + s t / (2π), 19.3], 5), (Mod[i + s t / (2π), 19.3], 5)], i, 0, 17.6, 1.6]
```

Съществуват и два плъзгача s и t, чрез които се извършва движението на колелото и оградата и тяхната скорост.

Известни са ни много геометрични парадокси, които започват с разрязване на фигура на части и от тях се съставят нови фигури. Този принцип е наречен "Принцип на скритото преразпределение" [8]. След преместването на плъзгача се "появява" още една линия (Фигура 6).

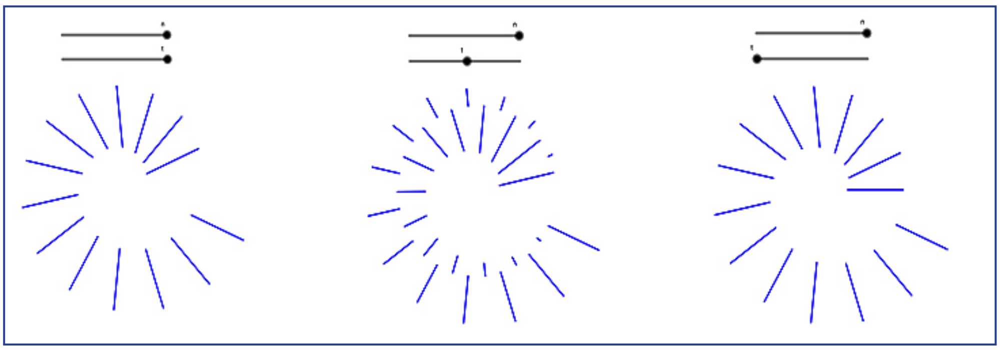


Фигура 6. Появяващи се и изчезващи линии чрез транслация, реализирани на *GeoGebra*

Използваме транслация чрез плъзгач, за да получим ново изображение, в което броят на сините линии се е увеличил с една. В *GeoGebra* линиите са реализирани чрез:

```
Sequence[Segment[((i - 1) / (n - 1), 0), ((i - 1) / (n - 1), a / (n - 1) (n - i))], i, 1, n - 1]
Translate[Sequence[Segment[((i - 1) / (n - 1), a), ((i - 1) / (n - 1), a / (n - 1) (n - i))], i, 2, n], Vector[t ((-1) / (n - 1), a / (n - 1))]]
```

В следващото изображение (Фигура 7) е използвана ротация и отново линиите са се увеличили с



Фигура 7. Появяващи се и изчезващи линии чрез ротация, реализирани на *GeoGebra*

една вследствие на трансформацията.

В *GeoGebra* линиите са реализирани чрез:

```
Sequence[Segment[(cos(i 2 π / n), sin(i 2 π / n)), ((1 + 0.05i) cos(i 2 π / n), (1 + 0.05i) sin(i 2 π / n))], i, 1, n - 1]
Rotate[Sequence[Segment[(cos(i 2 π / n), sin(i 2 π / n)), ((1 - 0.05 (n - 1) + 0.05i) cos(i 2 π / n), (1 - 0.05 (n - 1) + 0.05i) sin(i 2 π / n))], i, 0, n - 2], 2π / n t, (0, 0)]
```

3. Заключение

В училище настоящото изследване може да послужи за обучение в часовете по психология в 9. клас, по информационни технологии чрез съчетаването на различни възможности на програмите, с които са осъществени изображенията, по биология и здравно образование под формата на интерактивна игра, в часа на класа, за различни ролеви игри. По този начин се стимулира използването на изследователския подход в учебните часове и учениците активно участват в тях.

Основната идея е да се създадат паралелни реализации на един и същи феномен на трите продукта - *PowerPoint, GeoGebra, Wolfram Mathematica*. Задачата изглежда трудна, но учениците, увлечени в "играта на мозъка", могат да изследват обектите и в същото време да разширят дигиталната си компетентност и уменията си за представяне на идеи и резултати от работата си по проект [9].

Някои от визуалните феномени бяха реализирани и от петокласници. Те се забавляваха, докато работеха. Вместо светещи кръгове бяха направени очи на човече, което мига; бяха поставени на географска карта местата, обитавани от пингвини, и ред други невероятни идеи. По-големи ученици "преоткриха" някои от възможностите на *GeoGebra*, а някои дори експериментираха на *Wolfram Mathematica*, което за пореден път събуди техния изследователски дух.

Литература

1. Кендеров, П. (2010) Иновации в математическото образование: Европейските проекти Innomathed и Fibonacci, Математика и Математическо образование, т. 39, с. 63–72
2. Чехларова, Т. (2012) Геометрични фигури – изследвания с динамични конструкции. Макрос. http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/book-geom_figuri.pdf
3. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath*. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
4. Munker illusion, http://www.michaelbach.de/ot/lum-white/index.html (01.09.2015)
5. Roget's 'Palisade' Illusion, http://www.michaelbach.de/ot/mot-Roget/index.html (последно посещение 01.10.2015)
6. Poggendorf illusion, http://www.michaelbach.de/ot/ang-poggendorff/index.html (последно посещение 26.08.2015)
7. Roget, P. M., Explanation of an Optical Deception in the Appearance of the Spokes of a Wheel Seen through Vertical Apertures, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. 115, pp. 131-140
8. Гарднер, М. (1986) Математические чудеса и тайны, Издателство "Наука", Москва, 1986, с. 73 - 74
9. Nikolova, N., Stefanova, E., Sendova, E., (2011) Op Art or the Art of Object-Oriented Programming. 5th International Conference on Informatics in Schools: Situation, Evolution and Perspectives, p. 26-29

Сечения и сенки с AutoCAD в дескриптивната геометрия

Цветослава Зарева
ci_zareva@abv.bg
Университет по архитектура, строителство и геодезия (УАСГ), София
Докторант на ИМИ - БАН

Резюме: Широкият спектър от възможности, който се предоставя от съвременните информационни технологии, намира все по-голямо приложение в различни области на техническите специалности, изучавани във висшите учебни заведения. Някои от ключовите моменти при работа с AutoCAD, даващи му преимуществено приложение пред използвания конвенционален начин на обучение по Дескриптивна геометрия, са бързото и лесно извършване на корекции и модифициране на модела, показване и скриване на отделни елементи в различни слоеве чрез контролиране на видимостта им, решаване на инженерни и архитектурни задачи. Те са и средство за мотивация у студентите за изучаване на Дескриптивната геометрия, като придобитите знания по-късно ще им бъдат от полза в професията. Приложението на AutoCAD в Дескриптивната геометрия дава възможност за изследване, намиране на оптимални решения и тяхното прилагане на практика за подобряване състоянието на градската среда и комфорта на нейното обитаване. В статията се представя вариант за обучение по Дескриптивна геометрия с използване на AutoCAD, който все още не се прилага в България, но в редица други страни това е факт с натрупан опит и показан положителен ефект.

Ключови думи: *AutoCAD, Дескриптивна геометрия, сечения и сенки*

Ако чертежът е езикът на техниката, еднакво разбираем за всички образовани народи, то дескриптивната геометрия служи като граматика на тоя световен език, тъй като тя ни учи правилно да четем чуждите и да излагаме нашите собствени мисли, като използваме в качеството на думи само линии и точки като елементи на всяко изображение

В. И. Курдюмов

1. Въведение в темата

Част от графичните програми за двумерни (2D) и тримерни (3D) изображения включват в названието си съкращението CAD (Computer Aided Design), което означава проектиране, подпомогнато от компютър. За да създават, разглеждат и управляват, да чертаят на плотер и обменят точни информативни чертежи, архитектите и инженерите използват графичната програма AutoCAD. Някои от основните операции с обекти, извършвани с помощта на този професионален продукт за чертане са създаване, внасяне, селектиране, оразмеряване, модифициране, начертаване на плотер [1].

Един от пътищата за подобряване на обучението по Дескриптивна геометрия (ДГ) е използването на информационните технологии (ИТ) и особено на онези от тях, пряко свързани с професионалното направление. Прилагането на AutoCAD в процеса на обучение по ДГ е свързано с очакването за успешно усвояване на учебния материал, повишаване на мотивацията у студентите чрез допълнително формиране на професионални умения и осмисляне на необходимостта от получаване на конкретни знания по геометрия, както и с възможностите за изследвания и намиране на оптимални решения.

В редица страни има натрупан опит за използване на специализиран софтуер в обучението по ДГ. Все по-широкото приложение в практиката на графичната програма за професионално чертане AutoCAD е основание да се предприеме изследване на възможностите за нейното използване в обучението на студентите по ДГ в Университета по архитектура, строителство и геодезия (УАСГ). Това начинание се илюстрира с разглежданата тема „Сечения и сенки с AutoCAD в Дескриптивната геометрия".

2. Приложение на графичната програма AutoCAD в ДГ

2.1. WCS, UCS и GPS

AutoCAD е обектно-ориентирана програма. За изработване на чертежи с тази програма и за изграждане на обекти с реални размери и точни координатни данни могат да се използват няколко координатни системи и методи за въвеждане на координати. Местоположението на даден обект се определя посредством *Глобална система за позициониране* (Global Positioning System - GPS) спрямо *Световната координатна система* (World Coordinate System - WCS). GPS дава възможност с голяма точност да се определя местоположението и времето, а WCS е координатна система на реалния свят. При необходимост в процеса на работа може да се използва и *Подвижна потребителска координатна система* (User Coordinate System - UCS). Тя се установява от потребителя ѝ според конкретните обект и чертеж [1, 2].

2.2. Хвърлена сянка на обект и визуализация в моделното пространство 3D

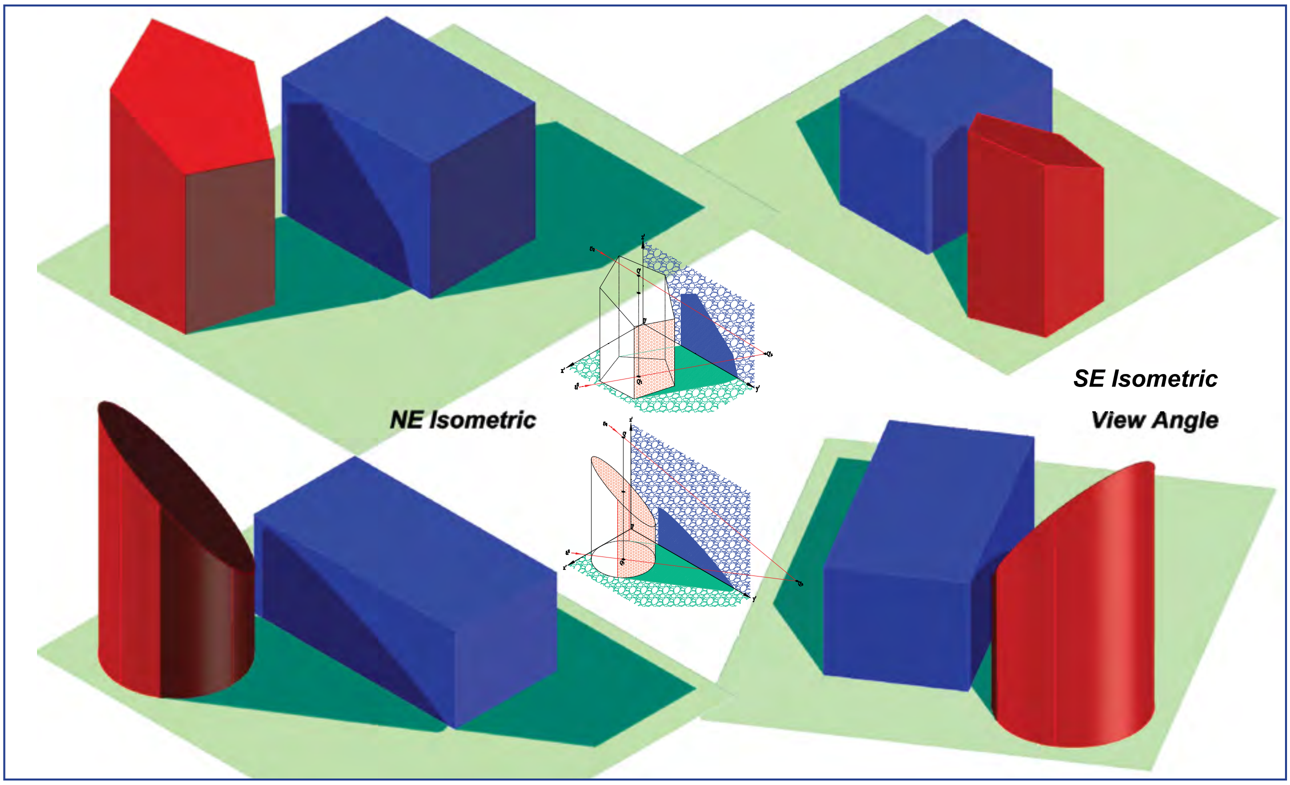
За предварителна преценка на влиянието на сянката, която хвърля по-висока сграда върху по-ниска, се използва съответно изображение. За илюстриране се представят два примера с тела (правилна петоъгълна призма и прав кръгов цилиндър, пресечени с равнина), хвърлящи сянка върху земята и околни на тях обекти (върху координатните равнини μ и π). При точни координатни данни, които са определени посредством GPS, първият пример показва възникнала ситуация в 09:30 ч. на 13.04.2015, а вторият – в 11:45 ч. на 02.03.2015. В случая става дума за моделно представяне едновременно на тези два примера - съответно модел в пространството 3D и модел в 2D.

Изобразяването на модела в пространството 3D има за цел предварително запознаване със ситуацията (онагледяване пред студентите), представляваща визуализиране в обемно-пространствено отношение в завършен вид, докато представянето на модела в 2D има друга цел. То е най-близо до учебната програма по ДГ, която се преподава посредством класическия начин на видима последователност в построяването на разглежданите обекти и сенки.

При модела в пространството 3D (Фигура 1) и модела в 2D (Фигури 2 - 5) примерите се разглеждат в NE Isometric (North-East Isometric) – Североизточен изометричен поглед (в ДГ е познат като поглед от първи октант в правоъгълна изометрия). При модела в 3D примерите се разглеждат също така и в SE Isometric (South-East Isometric – Югоизточен изометричен поглед (в ДГ е познат като поглед от втори октант в правоъгълна изометрия) и в произволен поглед.

Графичната програма AutoCAD в моделното пространство 3D дава възможност за използване на различни по вид светлинни източници: *Point* (точков светлинен източник), *Spot, Distant, Weblight* и създаване на светлосянка (*shadow*). Управлението на светлинните източници с тяхното разположение и ефектите им (с което се създава сценарий) се изпълнява с командите от подменю *Light* на подменю *Render*.

С командата *Geografical Location* могат да се определят географските координати на избрано място от картата на света, с оглед реалистично осветяване на архитектурни, ландшафтни и други обекти. При разгледания модел в 3D с командата Sun Properties могат да се установят параметрите на Слънцето като светлинен източник – интензитет, ъгъл, географска позиция и др. На определена дата, в определен час и в зависимост от техните промени хвърлената сянка и собствената сянка се изобразяват



Фигура 1. Сянка на тяло върху съседно при точно определени дата, час и поглед

автоматично в моделното пространство 3D от самата графична програма AutoCAD, но в 2D, както при чертането по конвенционалния начин, сянката се построява със способите на ДГ [1, 2].

Хвърлените сенки на телата, съответно върху земята и върху стената на съседното тяло (сграда), са хвърлените сенки в 2D на пресечените призма и цилиндър върху координатните равнини μ и π.

2.3. Двумерно изобразяване и представяне на модела в 2D на AutoCAD

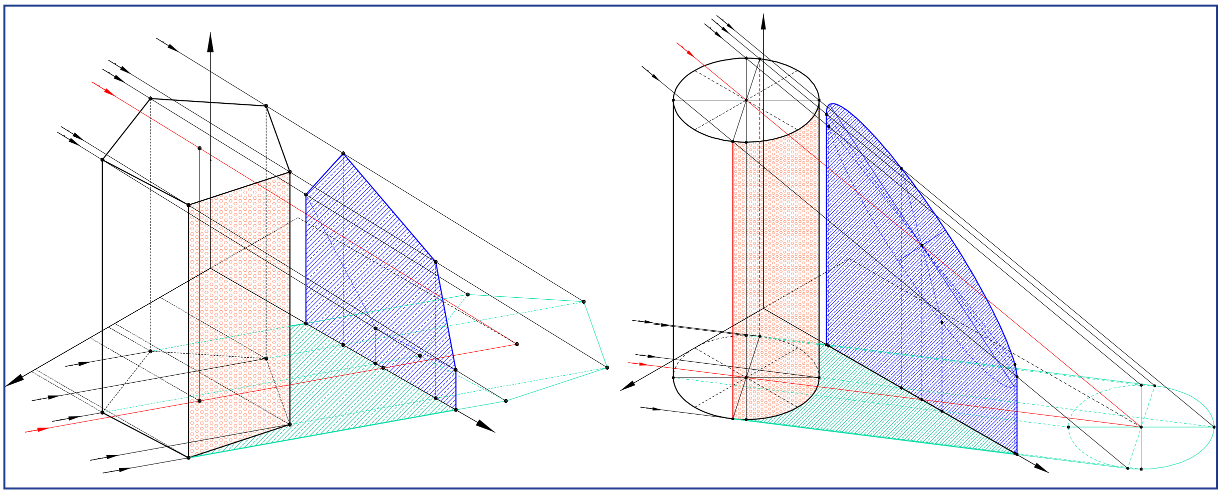
Като клон на геометрията ДГ изучава различни методи за изобразяване на тримерни геометрични фигури върху двумерна повърхнина (равнина). При зададено слънчево осветление и установени параметри на лъча за осветление се правят поредица от построения с цел намиране на сянката. Те не се извършват по въображение, а посредством логически разсъждения, подчинени на строги математически закони.

В AutoCAD могат да се създават слоеве за разпределяне на различните по вид и функция обекти в самостоятелни групи. С цел да не се натоварват чертежите определени слоеве (група от слоеве) се скриват (замразява се видимостта им). Това е много голямо предимство при изработване на чертежи с помощта на AutoCAD. В зависимост от видимостта на елементите и детайлите в различни слоеве се сформират три етапа на построение в процеса на решаване на тази задача по ДГ [3 - 5].

- При дадена сянка върху μ на центъра на горната основа и използвайки основната задача за намиране на прободите на права с координатните равнини, се намират хвърлените сенки на призмата и цилиндъра върху μ и π.

От това, че околните ръбове на призмата и образувателните на цилиндъра са успоредни и равни на оста, бързо и точно се построяват хвърлените им сенки върху μ – отсечки, успоредни и равни на сянката на оста. Използвайки, че призмата е правилна и цилиндърът е прав кръгов цилиндър, т. е. околните ръбове на призмата и образувателните на цилиндъра са успоредни на оста Oz, се построяват сенките им върху π – отсечки, също успоредни на оста Oz, като хвърлените сенки на точките от горните основи на телата лежат и на съответните лъчи през тях.

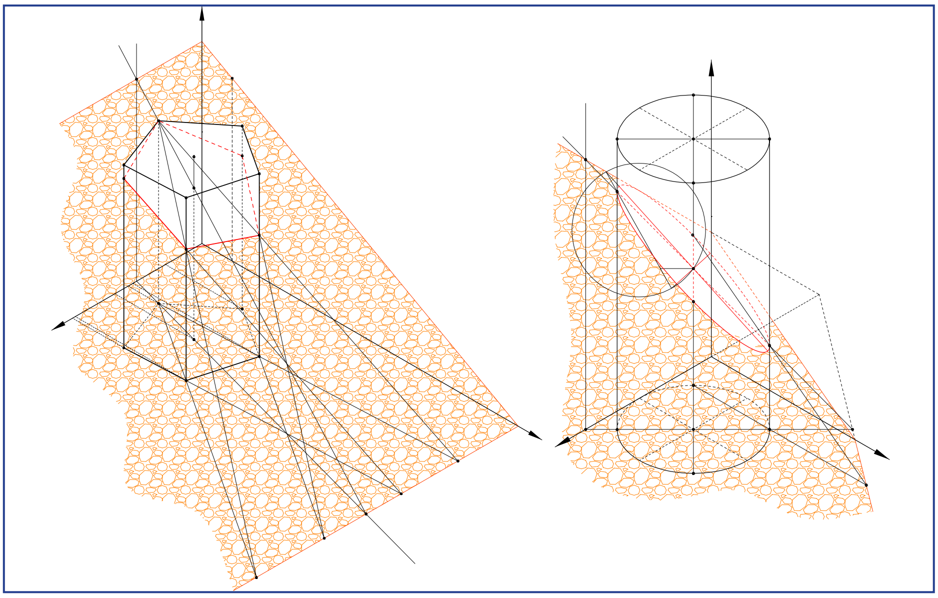
Проекцията на границата на собствената сянка на призмата и на цилиндъра съответства на границата на хвърлената им сянка върху μ и π (Фигура 2).



Фигура 2. В 2D сянката на призма и цилиндър върху μ и π

За по-голямо удобство при работа в следващия етап, елементите и детайлите, свързани с построяването на сянката, се скриват.

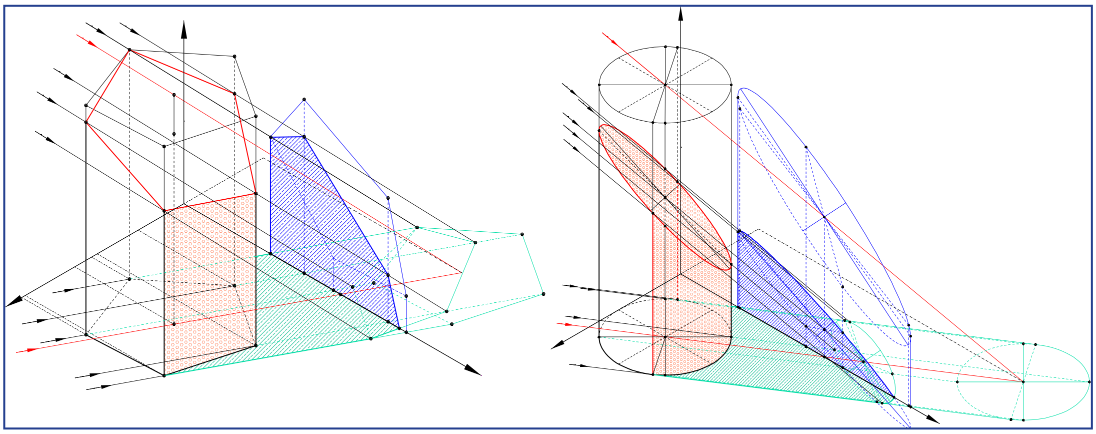
- При пресичане на призмата и цилиндъра с равнина се получават пресечените тела, които хвърлят сянка. Точките от сечението на призмата и цилиндъра са прободите на околните ръбове на призмата и образувателните на цилиндъра с равнината. Ако за двете тела са намерени прободите на оста със секущата равнина, характерни точки от равнинното им сечение се намират с помощта на съответствието *афинитет* между проекциите на основата и на сечението (Фигура 3).



Фигура 3. В 2D сечението на призма и цилиндър с равнина

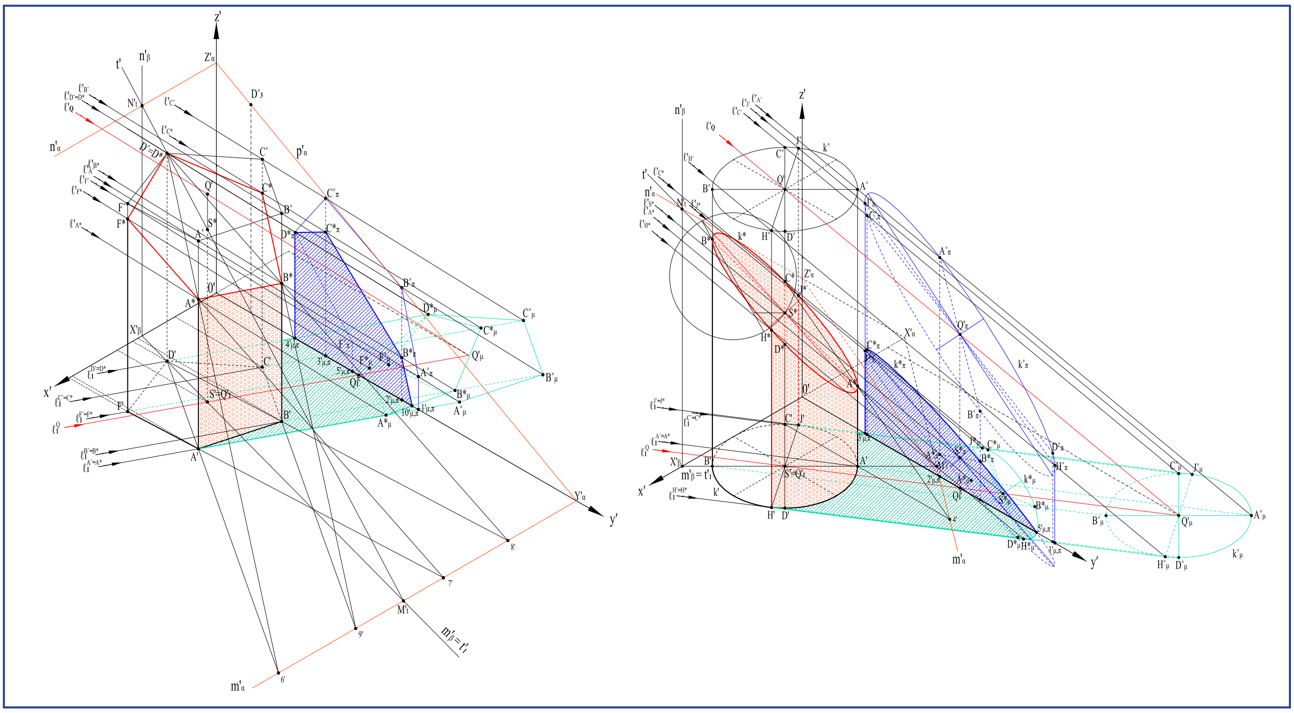
Сечението на призмата с равнина е петоъгълник и съответно сечението на цилиндъра с равнина е елипса. В сравнение с конвенционалния начин, голямо предимство при работа с AutoCAD е замразяването на слоеве. В следващият етап (при видими самото равнинно сечение, лъча за осветление и границата на хвърлената сянка върху μ и π на призмата и цилиндъра, получени от предните два етапа на построение) бързо и точно се намира границата на хвърлената сянка на пресечените тела върху μ и π.

- Сянка върху μ и π хвърля частта от тялото, което е под сечението. Сянката върху μ и π на всяка от точките от сечението на призмата и цилиндъра с равнина лежи на съответния лъч през тях и на сянката върху μ и π на съответния ръб на призмата или образувателна на цилиндъра, на който принадлежи (Фигура 4).



Фигура 4. В 2D сянката на пресечените призма и цилиндър върху μ и π

Граница на хвърлената сянка на пресечената призма върху μ и π е $A'A^*_{\mu}10'_{\mu,\pi}B^*_{\pi}C^*_{\pi}D^*_{\pi}4'_{\mu,\pi}D'$, а граница на собствената й сянка е A'B'C'D'D*C*B*A*. Граница на хвърлената сянка на пресечения цилиндър върху μ и π е $H'H^*_{\mu}5'_{\mu,\pi}B^*_{\pi}C^*_{\pi}J^*_{\pi}3'_{\mu,\pi}J'$, а граница на собствената му сянка е H'D'A'J'J*C*B*H*, като H'D'A'J' ∈ k' и J*C*B*H* ∈ k* (Фигура 5). Тук записът е традиционен за ДГ.



Фигура 5. В 2D сянката на пресечените призма и цилиндър върху μ и π с всички видими построения

Слоевете са основно организационно средство в AutoCAD. В тях могат да се определят тип, цвят и дебелина на линията, да се контролира видимостта им по всяко време.

Моделът в 2D на (Фигура 5) е с всички построения, направени в трите етапа, като видими са всички слоеве.

2.4. Констатации и изводи

2.4.1. Предимства и недостатъци на 2D и 3D версии на AutoCAD в обучението по ДГ

Тримерното моделиране дава възможност:

- да се види модела от няколко гледни точки (при това реално, а не симулирано) – отзад, отпред, отгоре, отдолу, под ъгъл и др.;
- да се генерират автоматично от модела стандартни и допълнителни 2D изгледи;
- да се създават 2D и 3D профили;
- да се премахват скритите линии и направи реалистично светлосенъчно изобразяване (shading);
- да се проверява дали детайлите не си пречат;
- да се експортира модела за последваща анимация;
- да се изпълнява инженерен анализ [1, 2]

При двумерното чертане, което се препокрива със заложения в учебната програма класически начин на работа по ДГ в УАСГ се създават, разглеждат, управляват, изчертават на плотер и обменят точни информационни чертежи, които могат да бъдат оразмерявани и модифицирани. Съществени предимства при преподаване на ДГ с AutoCAD в сравнение с конвенционалния начин са предоставените възможности не само за по-бързото и далеч по-качествено представяне на решаването на поставената задача, но и за нейното илюстриране на голям мултимедиен екран.

2.4.2. Необходими знания по AutoCAD за работа по ДГ

Съобразно учебната програма по ДГ, предвидена за студентите от първи курс на УАСГ, и с оглед на възможността за практическо осъществяване на свързаната с нея идея, която е насочена към успешното усвояване на преподаваната по тази дисциплина материя с помощта на AutoCAD, са необходими познания по тази програма. Част от тях се свеждат до боравене с основните команди за изчертаване, като: Line, Polyline, Spline, Rectangle, Poligon, Circle, Ellipse, Arc, Dimaligned, Dimlinear, Rotate, Copy, Trim, Extend, Break At Point, Join и Hatch и графични режими за работа, като: {Drawing coordinates}, {Display drawing grid}, {Dinamic Input}, {Ortho mode}, {Polar Tracking}, {Object Snap}, {Show/ Hide Lineweight}, {Selection Cycling}, {Allow/Disallow Dynamic UCS}, {Quick Properties}, {Isolate Objects / Hide Objects}. В противен случай, при липсата на тези и други познания, не би могло да се очаква ефективност от нейното прилагане в обучителния процес. По време на експеримента, едновременно с усвояването на материала по ДГ, част от студентите, мотивирани да работят с AutoCAD, постигнаха определени нива на знания за работа с тази графична програма. Това става с учене чрез задачи, използване на готови модели и учене чрез конкретни модели. Независимо от различните им познания по AutoCAD и от техния избор на работа (с тази програма или по конвенционалния начин), всички се справиха успешно с предложения им метод на обучение с AutoCAD по ДГ.

2.4.3. Хвърлена сянка и AutoCAD - модел на изследване

Прилагането на AutoCAD в ДГ при изследването на хвърлената сянка от едно тяло върху други тела, околни на него, е свързано с извършване на бърза и лесна корекция и транформация на модела, показване и скриване на отделни елементи в слоеве чрез контролиране на видимостта им.

Това изследване, с помощта на AutoCAD, дава възможност за сравнителен анализ между получените резултати след корекция и модификация на модела и намиране на оптималното решение. Внедряването на изследователския подход в обучението по ДГ съдейства за формирането на изследователски умения [6], което е продължителен процес и изисква специални усилия.

При решаване на тези конкретни задачи е подходящо да се проведе изследване с цел избиране на оптималност по отношение на хвърлената сянка върху околните сгради от сграда, т.е. да се изследва проектираната сграда относно височината и разположението в отредения й парцел.

3. Заключение

Мястото на ДГ в архитектурно-инженерното обучение е от съществено значение, което нараства, когато при нейното изучаване се прилагат адекватно ИТ. Пилотното обучение на студенти от първи курс архитектура и инженерни специалности на УАСГ по дисциплината ДГ с прилагане на AutoCAD и свързването му с практически задачи потвърди очакванията относно мотивацията и резултатите от обучението.

Литература

1. Shih, R. H. (2014) AutoCAD 2014 Tutorial - First Level: 2D Fundamentals, SDC publications;
2. Дойчева, А., Хаджийски, З., (2013-2014). ACAD_01, ACAD_02, ACAD_03 - AutoCAD 2D и 3D по проект BG051PO001 - 3.1.09 - 0016 „Кариерно израстване и повишаване на квалификацията на академичния състав в УАСГ"
3. Зарева, Ц. (2013). Учебно помагало по Дескриптивна геометрия „Сечения, сенки, отвори", изд. Университет по архитектура, строителство и геодезия
4. Зарева, Ц., Дичева, Н. (2006) Ръководство по Дескриптивна геометрия за специалност Архитектура, изд. Университет по архитектура, строителство и геодезия
5. Зарева, Ц., Данаилова, Н. (2009). Ръководство по Дескриптивна геометрия за специалност Архитектура, първо преработено издание, изд. Университет по архитектура, строителство и геодезия
6. Кендеров, П., Чехларова, Т., Сендова, Е. (2014). Изследователският подход в образованието по математика. В: Дидактически основи на изследователския подход в обучението. Университетско издателство "Неофит Рилски", т. 1, с. 11-17

Моделиране на калейдоскоп

Руска Илиева
ruska_ilieva@abv.bg
56. СОУ „Проф. К. Иречек“, София

Резюме: Представено е моделирането на калейдоскопи чрез използване на правилни многоъгълници и геометрични преобразувания, както и разкриване на свойства на симетричните фигури. Темата е подходяща при изучаване на “Правоъгълна координатна система“, „Еднаквости“ и „Подобие“.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер, дигитална компетентност, математическа компетентност, усет за инициатива*

1. Създаване на модел в алгоритмичен стил

Създаването на калейдоскоп може да се организира по традиционния начин – с даване на инструкции. Ето един вариант:

„Отворете файл на *GeoGebra* и го запишете с име kaleidoscope. Създайте два плъзгача: за броя на върховете с име n (от 3 до 5 със стъпка 1 и скорост[1] 0.25); за ъгъла на завъртане на фигурите с име α (от 0 до 360 и стъпка 3°). Създайте две точки с пройзволни координати A и B. С точка B ще променяте дължината на страната на правилния n-ъгълник. С движението на всяка една от тези точки ще се получават различни фигури на калейдоскопа. Влезте в *Настройки*, *Поставяне на етикет* и изберете *Не върху новите обекти*. Постройте пресечна точка O на абсцисната и ординатнат ос. Намерете образа A‘ на точката A при въртене около точката O на ъгъл α. Създайте правилен n–ъгълник със страна A‘B. За работния вариант изберете началните положения на плъзгачите – триъгълник без завъртане. Изключете показване на третия връх на триъгълника. Изберете следните настройки на многоъгълника: за *Цвят* – червен, *Прозрачност* - 100%, *Стил*: *Дебелина на линията* 2; *Плътност на линията* – 0; *Стил на правата* „....“; *Запълни с вълнички*, ъгъл 45°, *Постави разстояние* 5. Създайте три образа на работния триъгълник при хомотетия с център точка O и коефициенти 0.5; 0.25 и 0.125. Втория триъгълник оцветете в син цвят, а третия – в жълт. Постройте симетричните образи на фигурите спрямо осите Ox, Oy и спрямо точка O. Създайте нова точка S. Завъртете цялата конфигурация около точка S на ъгли от 60°, 120°, 180°, 240° и 300°. Включете анимация на плъзгачите и ако е необходимо, изберете подходящ слой на фигурите, за да се виждат.“

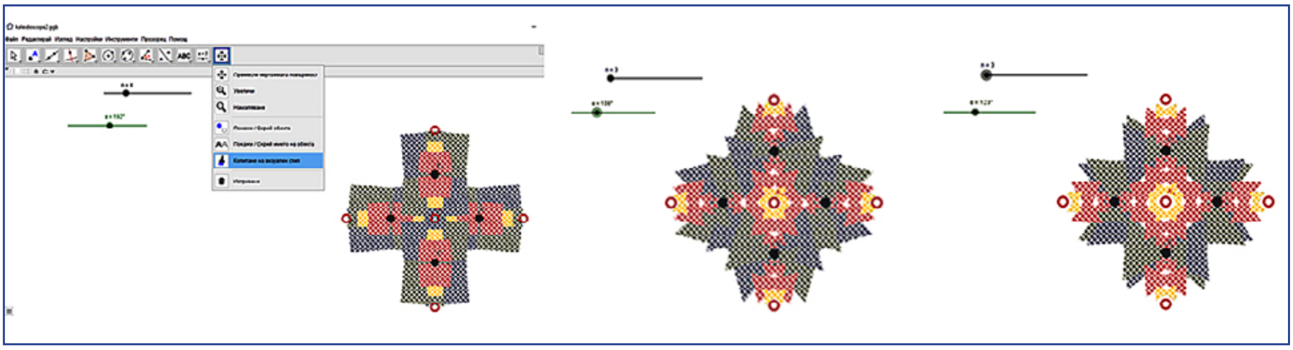
2. Създаване на модел в изследователски стил

За създаване на условия за развитие на ключови компетентности, свързани с изследване, модифициране и самостоятелно създаване на дигитални ресурси, подходящ вариант е да се предостави готов файл и организира изследване на конструкцията, като се насочват наблюдението и действията [1], [2].

[1] **Бел.ред.** „Скорост 1" в *GeoGebra* означава, че плъзгачът се придвижва от единия до другия край на интервала за 10 секунди.

Ето някои подходящи насоки:

„Наблюдавайте динамичните калейдоскопи (Фигура 1). В какви посоки се движат зелените и сините фигури? Как се движат една спрямо друга? Какви свойства откривате на симетричните фигури при симетрия спрямо Ох, Оу или спрямо точка О?" Включете конструктивния протокол и разгледайте стъпките на получаване на калейдоскопа.



Фигура1. Динамични модели на калейдоскопи
www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25303.html
www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25304.html
www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25305.html

От 1$^{-ви}$ до 6$^{-и}$ кадър се вкючва въртене на точка A', която е образ на точка A при ротация. Каква фигура описва точка A' при това въртене и защо? На 18$^{-ти}$ кадър, при $\alpha = 162$ и анимация на параметъра n се виждат образите на n–ъгълник при хомотетия с център O(0, 0) и коефициенти 0,5; 0,25; 0,125. В кои положения на точка B фигурите са концентрични и защо? От 22$^{-ри}$ до 33$^{-ти}$ кадър е приложена осева симетрия спрямо Оу. При спряна анимация на пъзгача n и пусната анимация на $-\alpha$ се вижда обратното движение на зелените и сините фигури.

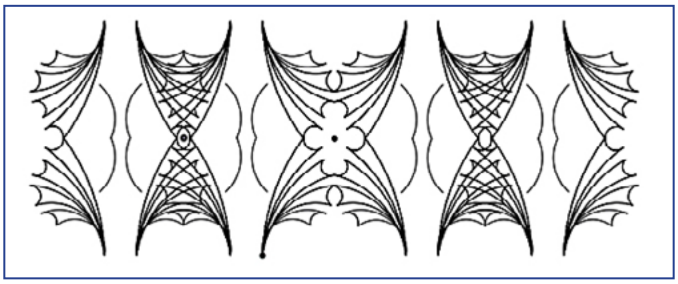
Зеленият многоъгълник на 22$^{-ри}$ кадър е симетричен образ на синия спрямо оста Оу. При включване на анимация на плъзгач α посоките на движение на двата образа са различни. Симетрията спрямо оста Оу сменя лява посока с дясна, защото на всяка точка от фигурата съответства точка от другата страна на оста, разположена на същото разстояние от оста.

От 35$^{-и}$ до 49$^{-и}$ кадър се включват симетричните образи спрямо Ох, които се движат както първообразите. Защо?

Когато точка А съвпада с точка О, няма движение. Защо?

Разгледайте калейдоскопа, когато точка В съвпада с точка О или точка А. Изследвайте как е получена „дантелата". Можете да използвате копиране на визуалния стил и приложите въртене около точка няколко пъти с различен ъгъл. Потърсете и други начини за създаване на калейдоскопи.

Може да използвате същия метод с геометрични преобразувания, но за дъги от окръжности (Фигура 2).



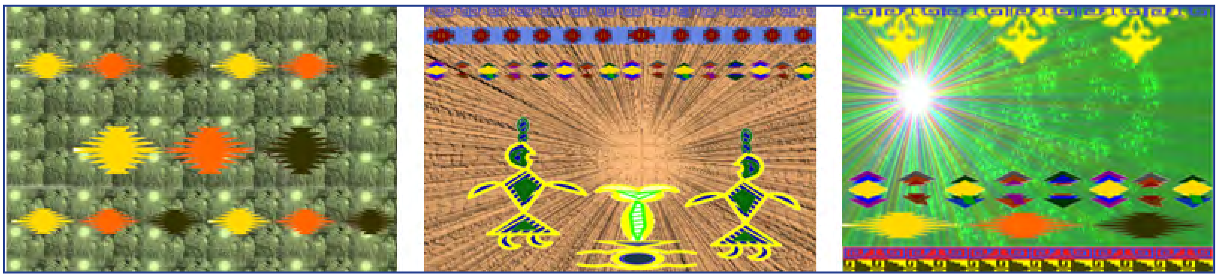
Фигура 2. Динамичен модел на орнамент
www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25306.html

3. Заключение

За създаване на динамичните модели учениците прилагаха както изучавани математически знания, така и геометрични преобразувания, които теоретично се изучават 8 клас.

Малките художници с лекота приемаха всички действия като игра. В проекта „Млад художник - фотограф с компютър" 2014/2015г. за ученици от трети клас от 56. СОУ „Проф. К. Иречек" – София бяха направени шевици от триъгълници (Фигура 3).

Шевиците беха вкючени и в грамоти.



Фигура 3. Компютърни модели на шевици чрез симетрични фигури, създадени от Екатерина Вълова, Любомир Иванов, Симеон Йорданов и Виктор Стефчев – 3б клас

Съчетаването на математика, информационни технологии и изобразително изкуство за пореден път се оказа ефективно за повишаване не само на математическата и дигиталната компетентностна учениците, но и на усета им за инициатива и социалните им умения.

Литература

1. Кендеров, П., Чехларова, Т., Гачев, Г. (2015) Изследователски подход в математическото образование (помагало за обучение на обучители). Макрос, София
2. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105

Предизвикателства в четириъгълник или експерименти по математика – защо не!

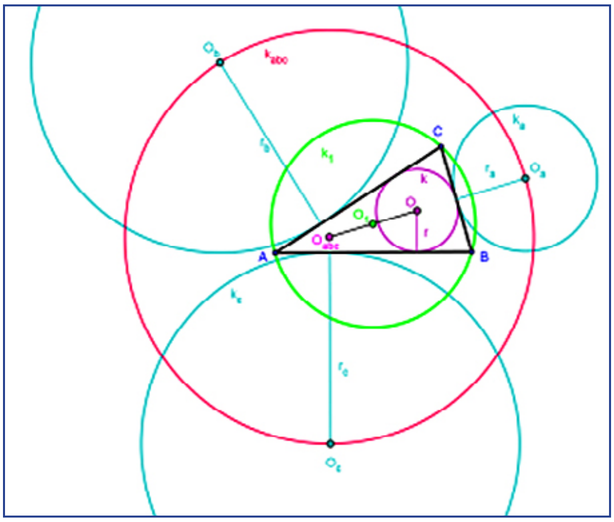
Стелиана Кокинова
skokinova@abv.bg
Първа английска езикова гимназия, София

Резюме: С тази разработка показваме как чрез използване на динамичен софтуер *GeoGebra* лесно може да бъде показано (и след това - доказано) едно познато твърдение и да бъдат генерирани две хипотези.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер , математическа компетентност, дигитална компетентност*

1. Увод

Известно е, че във всеки триъгълник може да се впише и около всеки триъгълник да се опише окръжност. Освен това се знае, че за всеки триъгълник има три външно вписани окръжности, чиито центрове са пресечните точки на две външни и една вътрешна ъглополовяща. Освен това се знае, че ако k (O, r) е вписаната в триъгълника окръжност, k_1 (O_1,R) - описаната около триъгълника окръжност и $k_{O_aO_bO_c}$ (O_{abc}, R_{abc}) - окръжността, която минава през центровете на външно вписаните окръжности, то O_{abc} е образ на O при централна симетрия с център точката O_1 (Фигура 1) [1].



Фигура 1. Външно вписани, описана и вписана окръжности за Δ *ABC*

2. Изследване

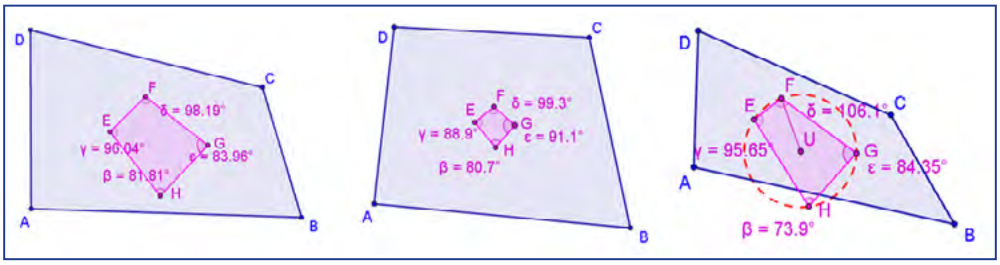
При разглеждане на аналогична ситуация в четириъгълник възникват следните въпроси:

Въпрос 1. Ако четириъгълник ABCD е произволен и в него не може да се впише окръжност, то какво можем да кажем за ъглите на четириъгълник с върхове пресечните точки на вътрешните ъглополовящи?

Въпрос 2. Ако четириъгълник ABCD е произволен и в него не може да се впише окръжност, то какво можем да кажем за ъглите на четириъгълник с върхове пресечните точки на външните ъглополовящи? (Не сме открили до момента такава формулировка.)

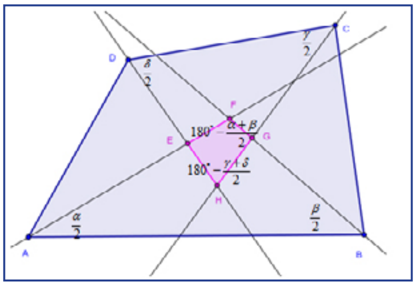
Въпрос 3. Ако ABCD е четириъгълник, в който може да се впише окръжност, то може ли да се намери аналогична симетрия (както при произволен триъгълник), при която центровете на окръжностите, описани около четириъгълника с върхове пресечните точки на вътрешните ъглополовящи и около четириъгълника с върхове пресечните точки на външните ъглополовящи, да са симетрични спрямо центъра на описаната около ABCD окръжност? (Не сме открили до момента такава задача.)

Въпрос 1 изследвахме с динамичен файл в *GeoGebra,* като проследихме как се изменят ъглите на четириъгълник EHGF (Фигура 2).



Фигура 2. Динамика на ъглите в EHGF
www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18421.html

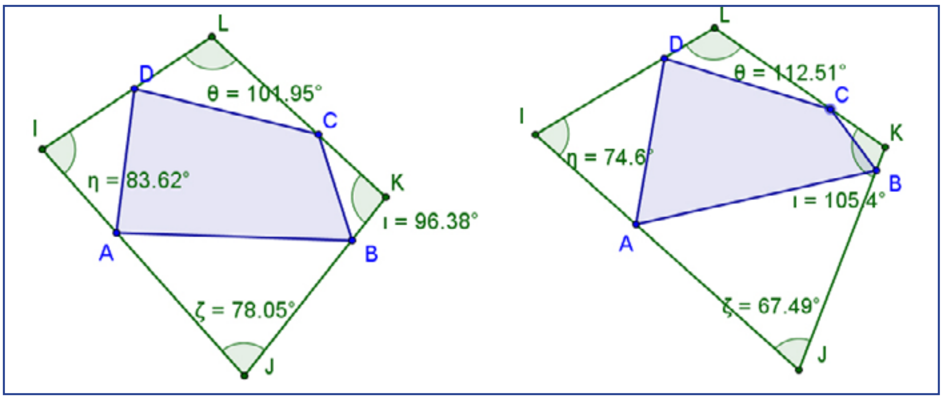
Забелязва се, че сумата от градусните мерки на срещуположните ъгли винаги е 180° и от това следва, че около EHGF винаги може да се опише окръжност. Верността на това предположение може да бъде лесно установена и по аналитичен път: От Δ *ABF* следва $\angle F = 180° - (\angle A + \angle B) = 180° - \frac{\alpha+\beta}{2}$ (Фигура 3).



Фигура 3. Визуализиране на едно свойство на ъглите в EHGF

Аналогично от Δ *CDH* следва $\angle H = 180° - (\angle C + \angle D) = 180° - \frac{\gamma+\delta}{2}$. Следователно е изпълнено $\angle H + \angle F = \angle E + \angle G = 180°$ и оттук заключаваме , че около EHGF може да се опише окръжност.

На Фигура 4 е проследено как се променят стойностите на ъглите на четириъгълник IJKL. От фигурите се забелязва, че сумата от градусните мерки на срещуположните ъгли винаги е 180° и от това следва, че около IJKL винаги може да се опише окръжност.



Фигура 4. Динамика на ъглите в IJKL
www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18421.html

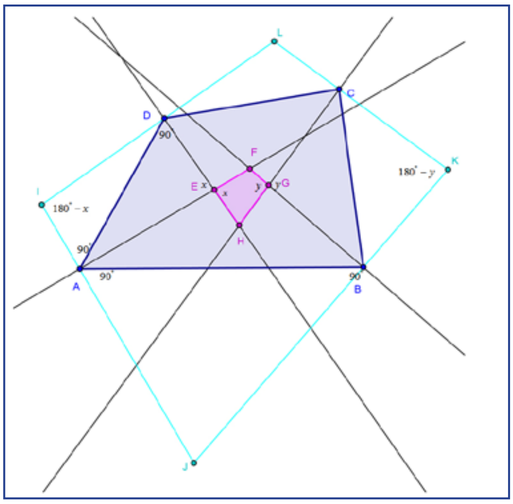
Отново верността на това предположение може да бъде установена и по аналитичен път:

За мерките на ъглите на четириъгълник AEDI получаваме $\angle A + \angle E + \angle D + \angle I = 360^\circ$.

Ако означим $\angle HEF = x$, то и $\angle AED = x$ (Фигура 5).

Освен това $\angle A + \angle D = 90^\circ$ (ъгли между вътрешни и външни ъглополовящи). Следователно $\angle I = 360^\circ - 180^\circ - x = 180^\circ - x$.

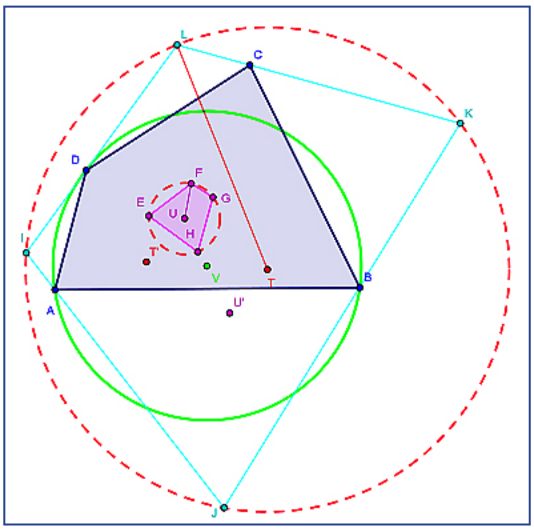
Ако означим $\angle HGF = y$, аналогично за GBKC получаваме $\angle K = 360^\circ - 180^\circ - y = 180^\circ - y$. Следователно, $\angle I + \angle K = 180^\circ - x + 180^\circ - y = 360^\circ - \underbrace{(x+y)}_{180^\circ} = 180^\circ$, т.е. около IJKL може да се опише окръжност.



Фигура 5. Визуализиране на едно свойство на ъглите в AEDI

При решаването на *Въпрос 3* отново използвахме *GeoGebra*. Като начало искахме да проверим дали условието ABCD да е вписан в окръжност четириъгълник, е съществено. За целта построихме окръжност K_{ABD} само около върховете A, B и D, с център V. След това намерихме образа на точка T - център на описаната около IJKL окръжност при симетрия с център точката V, и това беше точката T'; постъпихме по същия начин и с точката U - център на описаната около EHGF окръжност и получихме точката U' (Фигура 6).

Установихме, че точките са различни. Проследихме динамиката на точките T' и U. Така установихме, че $T' \equiv U$ и $T \equiv U$ само когато точката C лежи на окръжността K_{ABD}.



Фигура 6. Симетрични точки T и T' спрямо V и U и U' спрямо V
www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d18422.html

Постъпихме по аналогичен начин с окръжността K_{ABC}, описана само около ΔABC, и наблюдавахме динамиката на точките T'' и U'', които бяха съответни при централна симетрия с център точката W. Така установихме, че $T'' \equiv U$ и $T \equiv U''$ само когато точката лежи на окръжността K_{ABC}. От направеното наблюдение следва, че условието ABCD да е вписан в окръжност четириъгълник, е съществено.

Но това беше само началото. Проверихме дали има аналог от задачата в началото на статията за четириъгълник с описаните по-горе свойства, наблюдавахме още редица интригуващи свойства:

- Диагоналите на четириъгълник IJKL са перпендикулярни;
- Диагоналите на четириъгълник EHGF са перпендикулярни;
- Диагоналите на четириъгълник EHGF лежат върху диагоналите на четириъгълник IJKL;
- Центровете на описаните окръжности около най-външния и най-вътрешния четириъгълник са централно симетрични спрямо центъра на описаната около основния.

Предстои всички тези хипотези да се проверят с аналитично доказателство, но това ще е тема на друга статия.

3. Заключение

Настоящата статия акцентира върху една възможна методология за формулиране на интересни математически твърдения [3]. Тази методология всъщност показва, че в математиката може да се въведе идеята за експерименти, въпреки че това противоречи на класическите разбирания за математиката като откъсната от реалния свят и следователно – неподвластна на експериментална проверка. Тук идеята е, че с помощта на съвременните информационни технологии, предоставящи среди, в които хората могат да извършват „физически" действия и следователно да експериментират, експериментите могат да бъдат полезно средство за формулиране на нови математически твърдения, които след това да се доказват с традиционните логически средства. По този начин учениците могат да развиват и дигиталната, и математическата си компетентност [4].

Литература

1. Запрянов, З. и колектив, (2010) Сборник задачи и тестове по математика -10. клас, изд. Регалия 6
2. Jacobs, H. R. (2003). Geometry-Seeing,Doing,Understanding. New York, W. H. Freeman and Company, p. 721
3. Chehlarova, T., Gachev G., Kenderov, P., Sendova, E. (2014) A Virtual School Mathematics Laboratory. В: V Национална конференция по електронно обучение, Русе, pp.146-151
4. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105

Интерактивност чрез *Excel*

Монка Коцева
mkotseva@cc.bas.bg
Лаборатория по телематика - БАН
Докторант на ИМИ-БАН

Резюме: Електронните таблици са добре застъпени в училищните програми, но повече от изчислителната им страна. В статията акцентът е поставен върху друга черта на *Excel* – интерактивността, важно условие за успешното възприемане на материала от обучаемите. Интерактивността е постигната, без да се използва програмиране или макроси. Като пример са взети функции от категория Math&Trig. Представени са възможности за илюстриране на резултати и достигане на решения чрез бутони и плъзгачи. Представените разширени възможности на *Excel* имат за цел да провокират въображението за използване на програмата в изследователска и експериментална посока.

Ключови думи: *електронни таблици, Excel, бутони плъзгачи, интерактивност, експериментиране, дигитална компетентност*

1. Увод

Програмите за електронни таблици са намерили широко приложение в класните стаи на всички нива на образованието. От една страна те са залегнали в програмите за обучение, а от друга помагат на учителите за подготовка, организиране и отчитане на учебната дейност, т.е. могат да заемат разнообразно място в схемата на пилоните на образованието [1]. В годините на своето развитие основната парадигма на масив от редове и колони с автоматично обновяване и показване на резултатите е обогатен с библиотеки от математически и статистически функции, разностранни графики и диаграми, мощни добавки като аналитични инструменти и интерактивни възможности.

Когато говорим за електронни таблици, обикновено мислим за *Excel*, тъй като това е програмата, която се изучава и използва в нашите училища. Съществуват специални функции и инструменти на *Excel,* които са групирани в категория *Math & Trig,* с които могат да се извършват математически изчисления. В голяма част от тях алгоритъмът, по който се извършват изчисленията, остава скрит за потребителя, но дава възможност за спестяване на време при използване на различни начални данни.

Всеки е убеден, че с *Excel*, бързо се пресмятат често използвани функции, като сума, максимум, минимум, изброяване и др. Не така популярни, но много полезни са функциите от групата *Math&Trig* като:

GCD – greatest common divisor, която намира най-голям общ делител на произволен брой числа.

LCM – least common multiple, която намира най-малко общо кратно на област от числа.

LOG; LOG10; LN – намира логаритъм при произволна основа, основа 10 или натурален логаритъм.

FACT – връща факториела на число.

MOD – дава остатъка при деление на произволен делител [1].

2. Една малко по-различна страна на *Excel*

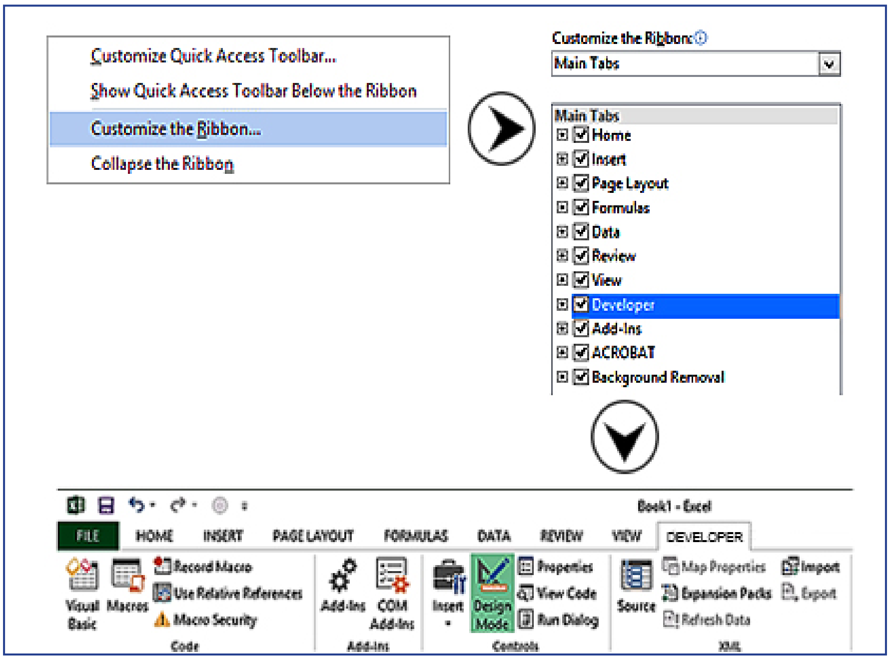
Това, че *Excel* е незаменима програма за изчисления, е безспорен факт, но тук ще говорим за малко по-различна страна на програмата – интерактивността.

[1] **Бел. ред.** В статията си в този сборник Елисавета Стефанова е показала интересно приложение на функцията MOD.

Случвало се е да видим електронни таблици, в които има движещи се обекти или бутони за промяна на данни или за придвижване между листовете, и сме си мислили, че вероятно това е направено чрез макроси. На всички ни е известна силата на макросите, но не всеки се престрашава да се гмурне в дълбоките води на *VBA* (Visual Basic for Applications). Всъщност можем да постигнем интерактивност, без да програмираме и това е темата на тази статия.

За да можем да стигнем до инструментите, които ще използваме, трябва да активираме раздела *Developer* (Разработчик) в лентата с инструменти.

Посочваме някъде на празно място върху лентата *Ribbon* и щракваме с десен бутон на мишката. Избираме от контекстното меню командата за модифициране на лентата *Customize the Ribbon*. В дясната част на прозореца *Excel Options* слагаме отметка пред лентата *Developer* и тя се появява в набора от раздели на лентата (Фигура 1).



Фигура 1. Раздел Developer в лентата с инструменти

В раздела има група Controls, която ще използваме, за да поставяме бутони и плъзгачи. Можем да ги използваме, когато искаме да покажем на учениците как се изменя резултатът при промяна на началните данни и по този начин самите те да откриват закономерности.

Нека най-напред да формулираме задачата, с която ще илюстрираме действието на тези плъзгачи. *Дадени са няколко числа. Да се покаже какви са остатъците при деление с различни делители.*

Нека определим една клетка, в която ще се променят делителите – това е клетката, подчертана с червено и нейното съдържание в момента е 1. Ще си направим таблица, в която въвеждаме дадените числа в колона Делимо, в колоните Частно и Остатък ще въведем функции:

Функцията *QUOTIENT* показва цялата част на резултат от деление. Тази функция се използва, когато искаме да пренебрегнем остатъка от делението. В нея трябва да се дефинира делимо (в случая даденото число) и делител (клетката, в която ще записваме делител с абсолютна препратка, за да не се променя адресът).

Функцията MOD има следния синтаксис:

=**MOD**(делимо; делител)

(Делителят отново е с абсолютна препратка, за да не се променя адресът при копиране.)

Ето как изглежда задачата, представена в *Excel* (Фигура 2).

	A	B	C
1		Резултати от деление на:	1
2			
3	Делимо	Частно	Остатък
4	9540153	=QUOTIENT(A4;C1)	=MOD(A4;C1)
5	2540156	=QUOTIENT(A5;C1)	=MOD(A5;C1)
6	12540156	=QUOTIENT(A6;C1)	=MOD(A6;C1)
7	1000000	=QUOTIENT(A7;C1)	=MOD(A7;C1)
8	151515151515	=QUOTIENT(A8;C1)	=MOD(A8;C1)
9	2079827144	=QUOTIENT(A9;C1)	=MOD(A9;C1)
10	9080435	=QUOTIENT(A10;C1)	=MOD(A10;C1)
11	51079827147	=QUOTIENT(A11;C1)	=MOD(A11;C1)
12	9080435	=QUOTIENT(A12;C1)	=MOD(A12;C1)
13	200300400500	=QUOTIENT(A13;C1)	=MOD(A13;C1)

Фигура 2. Съставяне на таблицата

Сега включваме плъзгач, с който ще променяме делителя и ще наблюдаваме резултатите. От *Developer* избираме *Insert* и от групата *Form Controls* един от бутоните, например плъзгача *Spin Button.*

Щракаме върху мястото на работния лист, където искаме да бъде горния ляв ъгъл на бутона, за да се появи. Дори и да не сме улучили точното място, няма да се притесняваме, защото можем да го местим и преоразмеряваме. По-важно е да го свържем с желаната клетка и докато все още е маркиран, да изберем бутон *Properties*, който се намира на лентата с инструменти в същата група или чрез използване на десния бутон на мишката. И по двата начина се отива на едно и също място – диалогов прозорец *Format Control*, където се правят основните настройки на динамичността на промяна на данните (Таблица 1).

Таблица 1. Основни настройки на контролите

Current value box	Стойността, която искате да се вижда по подразбиране
Minimum value	Най-ниската стойност, от диапазона, в който искате да се движат стойностите
Maximum value	Най-голямата стойност, от диапазона, в който искате да се движат стойностите
Incremental change box	Стойността, с която нараства или намалява числото в клетката при натискане на някоя от стрелките
Cell link	Препратка към клетка, в която искате да се записва текущата стойност

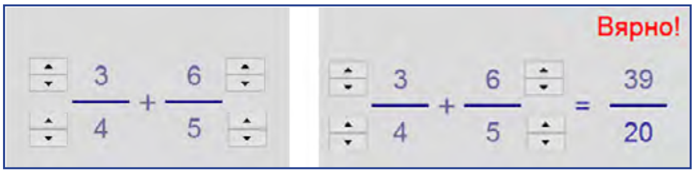
Има няколко несъвършенства, които трябва да се отбележат. Тези бутони работят само с положителни стойности - за да използваме отрицателния диапазон, трябва да включим някъде умножение по (-1); горната граница също има ограничение до 30000.

Накрая трябва да съобразяваме и спецификата на данните, които включваме, например в нашия случай ограничението идва от това, че числото, което променяме, е делител в задачата и не може да приема стойност 0.

3. Още няколко примера

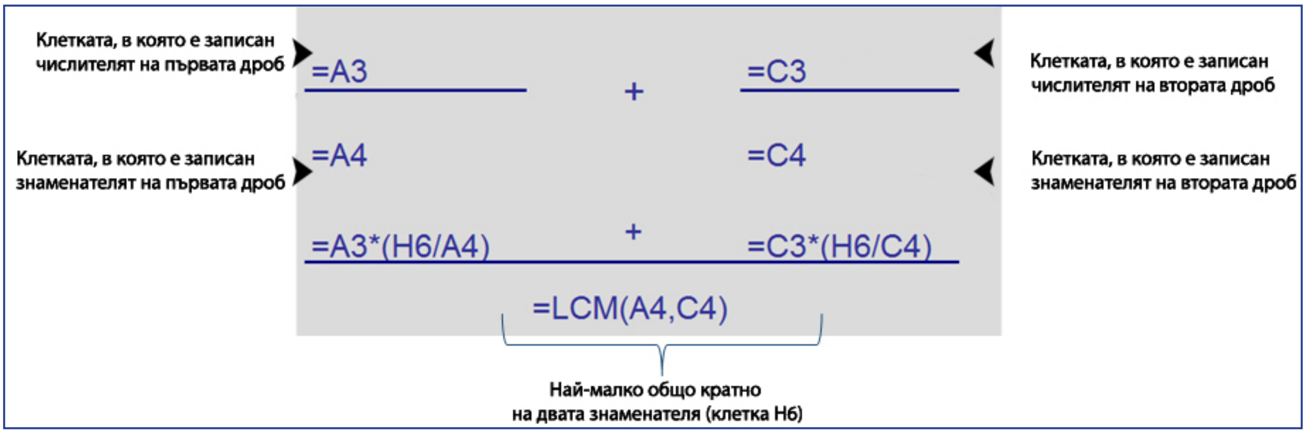
С помощта на плъзгачи можем да генерираме множество задачи от различен вид.

Тук давам пример (Фигура 3) за задачи от събиране на дроби.



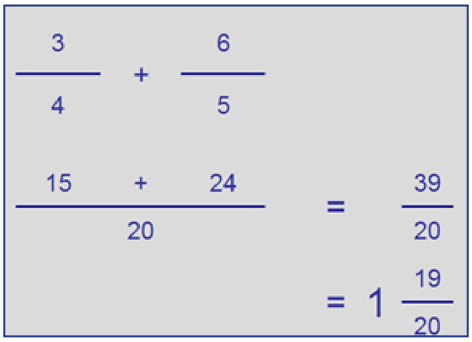
Фигура 3. Примерна задача от събиране на дроби

С помощта на функция IF може моментално да се направи проверка на резултатите (Фигура 4):



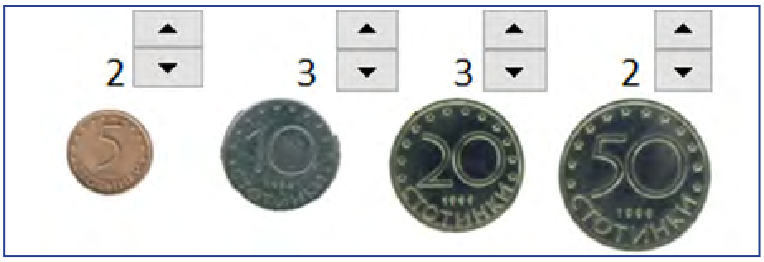
Фигура 4. Формули за проверка на резултата

Ако е допусната грешка, чрез интерактивен бутон може да се покаже решението (Фигура 5).



Фигура 5: Визуализиране на правилото за събиране на дроби

И накрая ще предложа задача, подходяща за експериментиране, например с плъзгачи (Фигура 6).



Фигура 6. Интерактивна среда за изследване на задача с монети

Имаме произволен брой монети от 5, 10, 20, 50 стотинки. По колко различни начина може да се представи сума от 2 лева?

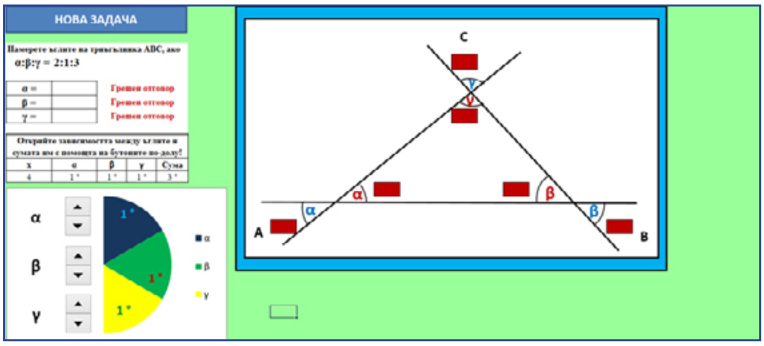
Чрез експериментиране и записване на отговорите могат да се разиграят различни варианти.

4. Заключение

Интерактивните методи изискват партньорски взаимоотношения, диалогов вид комуникация между обучаван и обучител. В резултат на това се раждат и затвърждават добри практики в обучението, подпомагащи развиването на различни ключови компетентности – в случая не само математически и дигитални, но и социални [2,3]. Вариантите за представяне на задачи, при които се дава възможност на учениците да променят бързо началните данни и по този начин да откриват закономерности, са още по-обширни, ако освен таблиците с формули включим и представяне в графичен вид. Това може да стане чрез диаграми, които отразяват всяка промяна на стойностите. Изразявам своята убеденост, че като повишаваме дигиталните компетентности на учениците с инструменти за интерактивност, ще станем свидетели на неподозирани експерименти и решения, които надявам се ще споделяте с мен и колегите.

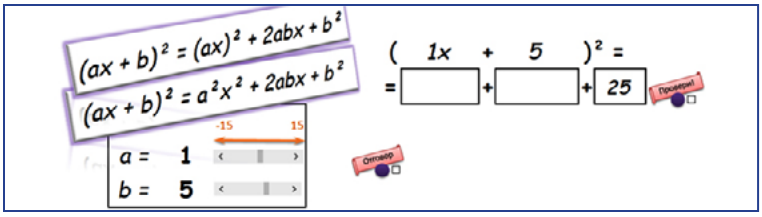
Ето приложения на бутони и плъзгачи, разработени от колеги учители, по време на обучение:

Иван Петров от Пловдив представя задача за намиране на ъглите на триъгълник, които са в дадено съотношение (Фигура 7).



Фигура 7. Интерактивност в контекста на геометрична задача

Нели Шипковенска от София е визуализирала формулите за двучлен на квадрат (Фигура 8).



Фигура 8. Интерактивност в контекста на алгебрична задача

Литература

1. Йошинов, Р. Технологични пилони на образованието. (2015) ИКТ в библиотечно-информационните науки, образованието и културното наследство. с.184-194
2. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
3. Кендеров, П., Чехларова, Т., Сендова, Е. (2015) Европейският проект KeyCoMath и ориентираното към усвояване на ключовите компетентности образование по математика, Математика и математическо образование, т. 44, с. 55–157

С мишка в ръка

Даниела Кунчева
dida_kuncheva@abv.bg
ОУ"Н.Й.Вапцаров", с.Селановци

Резюме: Представеният опит е свързан с математически занятия в две компютърни среди, в които учениците развиват няколко основни ключови компетентности – математическа (в контекста на декартови координати и ротационни тела), дигитална (в контекста на динамичния софтуер *Geonext* и приложението *Bottle Design* на *Elica*, както и уменията си за работа в екип, общуване на роден език (в контекста на едно литературно произведение) и проявяват усет за инициатива.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер, математическа компетентност, дигитална компетентност, социални компетентности, усет за инициатива, 3D въображение*

1. Увод

Ще споделя опита си от две занятия по математика с използване на *Geonext* и *Elica*, при провеждането на които учениците ми демонстрираха подобряване на дигиталната и математическата си компетентност.

2. С разместване на точки в *Geonext*

Урокът бе проведен в VI и VIII клас на ОУ"Н.Й.Вапцаров" с. Селановци в часове по ЗИП математика с малка разлика в началната задача. Почти едновременно в двата класа по учебен план трябваше да разгледам темата „Координатна система". За VI клас в темата беше застъпено начално запознаване с координатите на точки и описание на координатна система, а в VIII - преговор на началните знания. Прецених, че осмокласниците ми нямат голям натрупан опит при работа с координатна система, така че реално започвах почти от едно и също място - от началото. В редовния час и в двата класа запознах учениците с координатна система и координати на точки и чертахме в тетрадките, върху квадратна мрежа. В часа по ЗИП учениците вече бяха пред компютрите със заредена нова страница на програмата *Geonext* (Фигура 1).

Фигура 1. В час по ЗИП математика в VIII клас

Тъй като учениците ми познават в общи линии програмата, след актуализация на знанията за координатна система им поставих следните задачи:

Задача 1 (за VI клас).

В координатна система изобразете точките A(-8; 3), B(-5; 4), C(-5; 5), D(-4; 7), E(-2; 7), F(-1; 6), G(-1; 5), H(-2; 4), I(0; 2), J(6; 2), K(8; 4), L(5; -2), M(3; -3), N(-1; -3), O(-4; -2), P(-5; 0), Q(-5; 1), R(-4; 3). *Свържете последователно точките. Оцветете в подходящи цветове.*

Задача 2 (за VIII клас).

В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати:

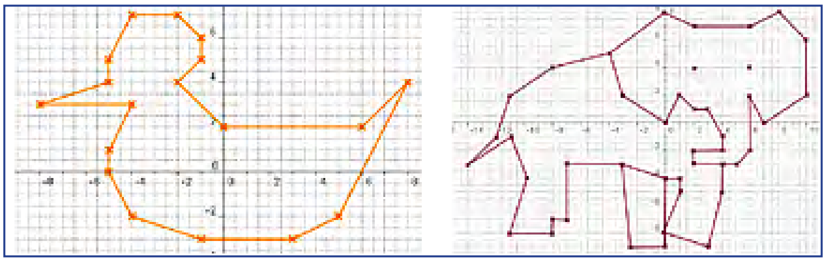
а) (2; -3), (2; -2), (4; -2), (4; -1), (3; 1), (2; 1), (1; 2), (0; 0), (-3; 2), (-4; 5), (0; 8), (2; 7), (6; 7), (8; 8), (10; 6), (10; 2), (7; 0), (6; 2), (6; -2), (5; -3), (2; -3)

б) (4; -3), (4; -5), (3; -9), (0; -8), (1; -5), (1; -4), (0; -4), (0; -9), (-3; -9). (-3; -3), (-7; -3), (-7; -7), (-8; -7), (-8; -8), (-11; -8), (-10; -4), (-11; -1), (-14; -3), (-12; -1), (-11; 2), (-8; 4), (-4; 5)

в) Отбележете точките (2; 4) и (6; 4)

Оцветете по подходящ начин получената фигура.

Фигурите, които се получават, са *пате* (за VI клас) и *слон* (за VIII клас) (Фигура 2).



Фигура 2. Стилизирани изображения на пате и слон

По-голямата част от учениците сравнително бързо се справиха с поставената задача, като представиха и интересни цветови решения на рисунката. А ето и условието на новата задача за всички ученици:

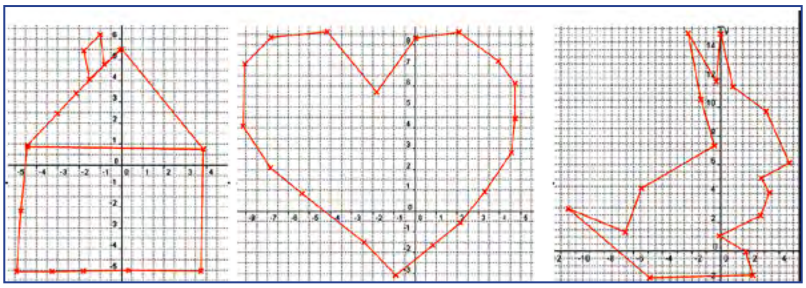
Задача 3.

Като използвате възможностите на програмата Geonext, разместете точките така, че да получите нова фигура. Оцветете. Запишете новите координати на точките, като оформите условие на нова задача.

В началото учениците приеха задачата като много лесна, но в процес на изпълнение на задачата се сблъскаха с различни трудности:

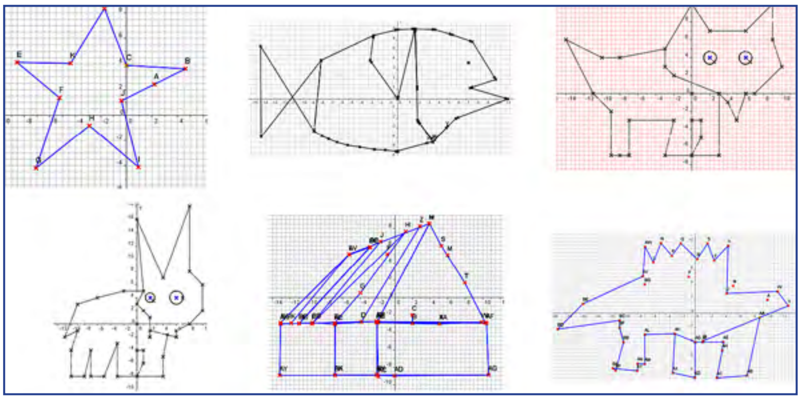
- Освен свободни точки върху чертежа се появяват и плъзгащи се точки, които не могат да се местят свободно.
- Точките не могат да се свързват с отсечки и фигурата не е заоблена.
- Има натрупване на точки, където е излишно прекалено гъстото им разположение.
- Необходима е добре развита фантазия, за да оформиш нова фигура.
- Има затруднения при записване на координатите.

В края на първия час на екраните на компютрите имаше рисунки с доста излишни елементи, но все пак с грубо оформени нови фигури (Фигура 3).



Фигура 3. Стилизирани изображения на къща, сърце, заек

Часът свърши и трябваше да спрем. Съжалението, че звънецът бие, беше голямо. Как се справиха с трудностите през втория учебен час? Ето няколко примера (Фигура 4).



Фигура 4. Различни фигури, генерирани от *GeoNext*

Повечето ученици бяха премислили рисунките си и след коментари помежду си бяха стигнали до идеята, че за да получат красива нова фигура, трябва да махнат всичко излишно.

Премахнаха плъзгащите се точки, за да получат хубав затворен контур. Решиха, че фигурите повече трябва да приличат на чертеж, отколкото на рисунка. Натрупаните точки просто трябваше да се изтрият, ако не носят в себе си информация за специфична извивка на линията. Само липсата на фантазия не можеше да се компенсира с нищо и учениците се прегрупираха по компютрите.

Относно координатите на новите точки се оформи дълъг коментар с крайни изводи:

- трябва да се преместят точките, така че да попаднат на пресечни линии на координатната система;
- координатите по възможност да са цели числа, за да е по-удобно да се нанасят;
- при затворена линия началната и крайната точка трябва да съвпаднат;
- желателно е да е изключен надписът за име на точките.

Новите фигури бяха оцветени и координатите на точките им записани като нова задача, но имаше още работа. Предстоеше проверка на новите задачи. Част от най-активните учениците я извършиха вкъщи. Почти липсваха грешни координати, което е мерило за усвоени знания за координати на точка.

Когато си поставих задачата, имах идеята учениците ми да станат автори на нови задачи от координати на точки (специално свързани с интересна фигура[1]). Това, на което станах свидетел, беше нещо по-различно. Учениците работеха като малки колективи по отделните компютри.

Преместваха се от фигура на фигура, споделяха идеи, всеки участваше с нещо в общия процес.

В VIII клас имам петима ученици със СОП, които за два часа успяха да начертаят *name* и да го оцветят подходящо. Това им донесе голямо удовлетворение. *Geonext* не е страшна програма за тях.

Размножихме авторските задачи, за да се ползват и от други класове. Удовлетворението на учениците ми е огромно. Ако ги попита човек за процеса на съставяне на задачите, най-вероятно ще отговорят, че са си поиграли в *Geonext*. И е точно така, защото те играейки, откриха собствена технология за съставяне на задачи от координати на точки:

Лисица: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-3; 5), B(0; 10), C(2; 7), D(6; 7), E(9; 10), F(9; 6), G(10; 3), H(6; 0), I(5; -2), J(2; 0), K(-2; 2), L(-3; 3), M(-3; 5), AA(-8; 3), AB(-14; 6), AC(-14; 3), AD(-9; 1), AE(-9; -7), AF(-7,5; -7), AG(-7,5; -2), AH(-6,5; -2), AI(-6,5; -7), AJ(-5; -7), AK(-5; -2), AL(-2; -2), AM(-2; -7), AN(-0,5; -7), AO(-0,5; -2), AP(0,5; -2), AQ(0,5; -7), AR(2; -7), AS(2; 0) **Очи**: A(2; 4) и B(6; 2) **Нос**: *Свържете с отсечка точките* A(4; 1) и B(5; 1)

[1] **Бел.ред.** Конкурс за най-интересно стилизирано животно е организирано от сп. "Квант" преди 30-ина години

Куче: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-7; 3), B(-7,5; 4), C(-5; 5), D(-4; 8), E(-2; 9), F(0; 7), G(0; 5), H(-2; 4), I(0; 1), J(6; 2), K(8; 4), L(7; 0), M(3; -7), N(-1; -3), O(-6; -6), P(-5; 1),Q(-4; 3), R(-7; 3)

Динозавър: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-20; -2), B(-15; 0), C(-8; 5), D(-7; 9), E(-6; 7), F(-5; 10), G(-4; 8), H(-2; 10), I(-1; -7), J(1; 10), K(2; 7), L(4; 9), M(5; 5), N(9; 3), O(11; 0), P(2; -3), Q(2; -6), R(3; -8), S(1; -8), T(1; -3), U(-1; -5), V(0; -8), W(-2; -8), X(-2; -3), Y(-3; -3), Z(-5; -6), AA(-4; -8), AB(-6; -8), AC(-6; -3), AD(-8; -3), AE(-9; -6), AF(-8; -8), AG(-10; -8), AH(-10; -3), AI(-11; -1), AJ(-20; -2); **Око**: A(5; 3)

Лодка: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-3; 1), B(-10; 1), C(-6; -3); D(2; -3), E(6; 1), F(-2; 1), G(-2; 2), H(4; 2), I(-2; 8), J(-2; 2), K(-3; 2), L(-3; 7), M(-7; 2), N(-3; 2), O(-3; 1)

Риба: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-13; 4), B(-8; 1), C(-4; 3), D(-1; 4), E(4; 5), F(8; 3), G(5,5; 1), H(8,5; 1), I(5; -2), J(1; 3), K(-4; -3), L(-8; -2), M(-12; -6), N(-10; 0), O(-13; 4); **Око**: A(6; 2)

Риба-сом: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-14; 7), B(-11; 3), C(-8; 6), D(2; 8), E(5; 7), F(9; 6), G(12; 3), H(15; 1), I(15; 0), J(12; -1), K(9; -3), L(6; -4), M(3; -5), N(-7; -3), O(-11; -1), P(-14; -5), Q(-14; 7); **Око**: X(7; 3); **Горна перка**: A(-8; 6), B(-7; 9), C(-5; 8), D(-4; 10), E(-2; 8), F(-1; 10), G(2; 8); **Долна перка**: A(-7; -3), B(-6; -6), C(-4; -5), D(-3; -7), E(-1; -5), F(0; -7), G(3; -5); **Мустаци**: *Свържете* A(13; 1) с B(12; -3) и C(14; 1) с D (13; -2)

Котка: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-2; 3), B(0; 10), C(2; 7), D(6; 7), E(9; 10), F(10; 3), G(8; 0), H(4; -1), I(0; 0), AA-2; 3), AB(-9; 3), AC(-11; 4), AD(-15; 8), AE(-11; 0), AF(-13; -7), AG(-11; -7), AH(-9; -3), AI(-8; -7), AJ(-6; -7), AK(-7; -3), AL(-3; -3), AM(-2; -7), AN(0; -7), AO(0; -3), AP(1,5; -3), AQ(1; -7), AR(3; -7), AS(4; -3), AT(4; -1); **Очи**: A(2; 4) и B(6; 4); **Ляв мустак**: *Свържете с отсечки* A(0; 1) с D(2; 2), B(0; 2) с D(2; 2) и C(0; 3)с D(2; 2); **Десен мустак**: *Свържете с отсечки* A(6; 2) с B(8; 1), A(6; 2) с C(8; 2) и A(6; 2) с D(8; 3); **Уста**: *Свържете последователно с отсечки* A(3; 2), B(5; 2), C(4; 1), A(3; 2)

Сърце: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-1; 6), B(0; 8), C(2; 8), D(4; 7), E(5; 5), F(5; 3), G(4; 2), H(2; 0), I(-1; -3), J(-3; -1), K(-6; 2), L(-7; 4), M(-6; 7), N(-5; 8), O(-3; 8), P(-1; 6)

Пеликан: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-9; 2), B(-5; 4), C(-4; 6), D(-2; 6), E(0; 5), F(0; 3), G(6; 2), H(12; 4), I(5; 0), J(4; -6), K(2; -1), L(0; -6), M(-1; 0), N(-2; -3), O(-4; -3), P(-9; -1), Q(-3; 1), R(-9; 2)

Звезда: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-9; 4), B(-4; 4), C(-2; 8), D(0; 4), E(4; 4), F(0; 1), G(1; 4), H(-3; -1), I(-9; -4), J(-5; 1), K(-9; 4)

Супер зайче: *В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати* A(-5; -1), B(3; -1), C(2; 0), D(0; 1), E(2; 2), F(2,5; 3,5), G(2; 5), H(4; 6), I(3; 9), J(1; 10), K(0; 14), L(0; 10), M(-3; 14), N(-1; 7), O(-5,5; 4), P(-6,5; 2), Q(-11; 4), R(-5; -1)

3. Като грънчарите и не съвсем

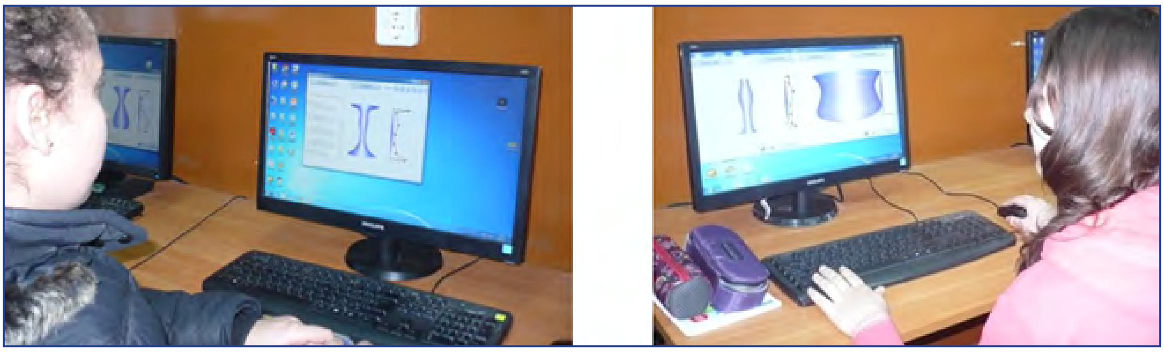
Темата за визуализация на съдовете от баснята „Лисицата и щъркелът" бе вдъхновена от обучение, в което бе представен сценарий за развиване на пространственото въображение на учениците в изследователски стил [1].

Предложих темата на учениците си от VI клас и им пуснах прочит на баснята.

В клипа имаше звук и снимка само на началната страница на книгата, което не позволи на учениците да добият визуална представа за съдовете, които трябваше да конструират.

Програмата, с която работихме, е *DALEST-Elica Bottle Design* [2]. Учениците ми познават пакета приложни програми *DALEST-Elica* [3], но тази използваха за първи път (Фигура 5).

Да работят с динамични точки, да имат възможност за 3D ефект и да могат да следят стойностите



Фигура 5. В час по ЗИП математика в VIII клас

на обема на тялото напълно отговаряше на нуждите им. Оставаше само да приложат изследователския подход в действие и да решат задачата. Учениците поставяха различни въпроси:

Колко трябва да е обема на телата? Как да видят и двата съда едновременно? Съвсем точно ли трябва да съвпадат обемите? На кого са по-красиви съдовете?

След направените снимки до края на часа имаше още малко време. Поставих нова задача – *да направят ваза с възможно най-голям обем и съответно с най-малък обем*. Условието усложних с искането да е красива и да се каже за какви цветя е предназначена. Имаше и спорове: *Коя е най-малката по обем ваза и може ли в нея да се сложат цветя. Кое е по-важно – дали вазата да е с най-голям възможен обем или да е малко по-малка, но по-красива?*

4. Заключение

Съчетаването на математиката с компютърни среди, в които децата могат да проявяват и артистичните си заложби, е особено важно за изграждането на положително отношение към математиката. А развиването на дигитална компетентност позволява на учениците да увеличат спектъра на изразните си средства, да бъдат изследователи, да проявяват инициативност и да се докоснат до нови за себе си области на науката и изкуството [4].

Литература

1. Сендова, Е., Т. Чехларова, П. Бойчев (2007) Еврика с Елика (примерни сценарии за стимулиране на откривателския дух в часовете по математика). сп. Математика и информатика, бр.3, с. 33 – 48
2. Сендова, Е., Т. Чехларова, П. Бойчев, Ч. Лозанов. Пространствено въображение «без праг и без таван». сп. Математика и информатика, бр.3, 2007. с. 3 – 18
3. Christou, C. et al. (2007) Stereometry Activities with Dalest.University of Cyprus: Nicosia
4. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath*. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105

Така го усещам

boryana_ak@abv.bg
Боряна Куюмджиева
МГ "Баба Тонка", Русе
Докторант на ИМИ- БАН

Резюме: Ключово звено между теоретичните знания и уменията за тяхното използване в практиката е системата от методически похвати, чрез които ние учителите поднасяме информацията в училищния курс. Балансът между теория и практика е задължителен за всяка методична единица. В практиката си съм използвала най-различни похвати – динамичен софтуер, аксесоари към графични калкулатори, създаване на сценарии на етюди, представящи математически факти и др. Стремяла съм се да разнообразя сухата материя с „жив” пример, ако така мога да обясня положителното си отношение към необходимостта от експерименти и извличане на хипотезите от учениците чрез набори от естествени и насочващи към нея въпроси. Споделям един такъв пример.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер, практически проблем, експеримент, математическа компетентност, усет за инициатива, социални умения*

Който сам не се убеди, никой не може да го убеди
Платон

1. Изследване на зависимости

Проблемът се поставя от учителя, но с доминиращо участие в изводите на учениците и е по тема „Пропорционални отсечки”. В конкретната практическа обстановка се извършват наблюдения върху обекти, които запазват признак при изменение на условията на тяхното съществуване. Целта е търсене на закономерности и тяхната математическа обосновка. Занятието е проведено с ученици от девети клас. Според мен, този опит би бил полезен и с ученици от шести или осми клас, защото и там понятията права и обратна пропорционалност са част от учебния материал.

Условия на опита: Необходими са: фенерче, плосък, непрозрачен предмет, милиметрова хартия (разчертан лист хартия), линия.

Уточнение: Използваме подръчни материали – например осветяване може да се получи чрез вграден прожектор в GSM апарат.

Условия на експеримента: прожекторът стои неподвижно и осветява предмет с фиксирани размери.

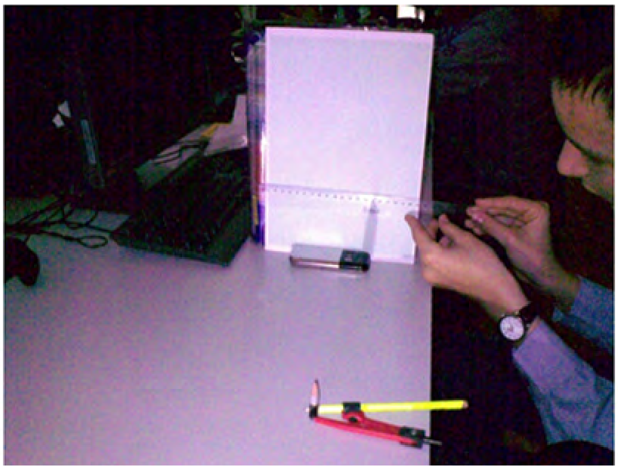
Един от екипите споделя:

- Приготвихме материалите за работа;
- Поставихме милиметровата хартия перпендикулярно на работния плот;
- Сложихме фенерчето на GSM-а срещу милиметровата хартия. Ние решихме на 50 см; Измерихме височината на предмета;
- Сложихме предмета на разстояние 10 см от фенера и измерихме височината на сянката;
- Записахме резултата в таблица и повтаряхме опита, като променяхме разстоянието, със стъпка 2,5 см между фенера и предмета.

Разглеждаме зависимост на две величини при експеримента – дължина на сянка на предмета и разстоянието му до листа.

Опит 1: Наблюдава се изменението на дължината на сянката върху листа, когато предметът се отдалечава от фенера.

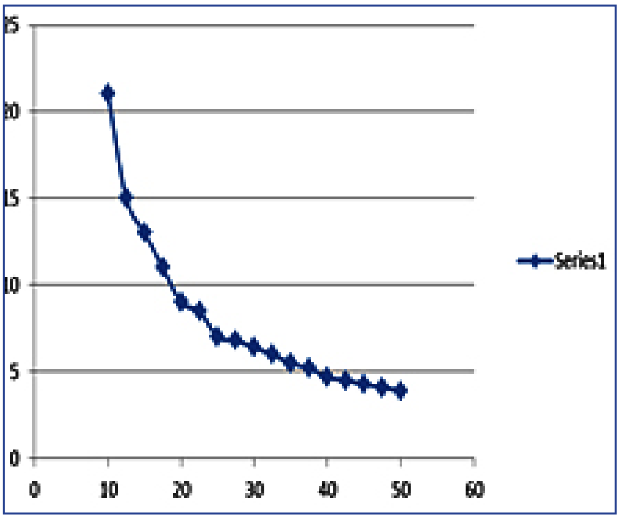
Опитните резултати се въвеждат от учениците като данни в електронна таблица (Фигура 1). При един от екипите е известно, че предметът е с височина 3,9 см. (данните в таблицата са от неговата работа).



Фигура 1. Експериментът

Когато предметът се долепи до листа, дължината на сянката му е равна на неговия размер. Данните от от Опит 1 са представени на Фигура 2.

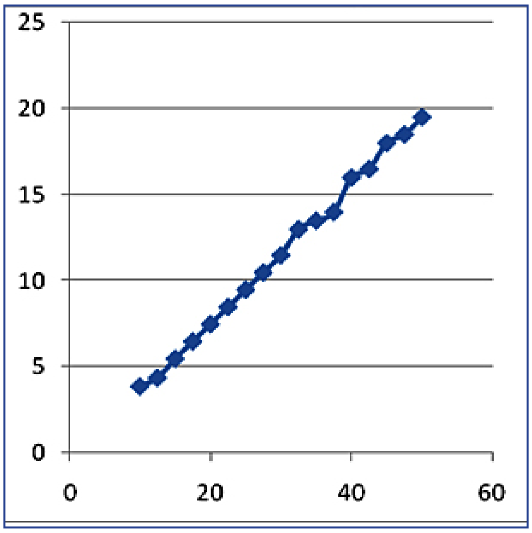
Разстояние между фенера и предмета -X	Височина на сянката на предмета върху листа -У	Разстояние между фенера и предмета - X	Височина на сянката на предмета върху листа - У
10	21	30	6,4
12,5	15	32,5	6
15	13	35	5,5
17,5	11	37,5	5,2
20	9	40	4,7
22,5	8,5	42,5	4,5
25	7	45	4,3
27,5	6,8	47,5	4,1
		50	3,9



Фигура 2. Таблично и графично представяне на данните от Опит 1

Коментарът с учениците е важен в този момент. Той трябва да насочи тяхното внимание към анализ на изменението на графиката и установяване на вида ѝ – обратна пропорционалност. Освен това учениците трябва да запишат самостоятелно в тетрадката закона на изменение на функционалната зависимост и да определят дефиниционната област на независимата променлива в наблюдавания опит. Аналогични са изискванията и към втората част на провежданата практическа дейност.

Разстояние от фенера до листа X	Дължина на сянката на пластината Y	Разстояние от фенера до листа X	Дължина на сянката на пластината Y
10	3,9	32,5	13
12,5	4,4	35	13,5
15	5,5	37,5	14
17,5	6,5	40	16
20	7,5	42,5	16,5
22,5	8,5	45	18
25	9,5	47,5	18,5
27,5	10,5	50	19,5
30	11,5		



Фигура 3. Таблично и графично представяне на данните от Опит 2

Опит 2: Наблюдава се изменението на височината на сянката на предмета върху листа, когато листът се отдалечава от фенера. Представянето на данните (Фигура 3) показва правопропорционална зависимост между разглежданите величини.

Осъществяването на двата опита предизвика ефект върху осъзнаването на наличието на различните зависимости между двете величини, когато се извършват различни по идея действия. Акцентът в разгледаното занятие е пробуждане на усещането за връзка между практически действия и теоретичното им интерпретиране.

Уменията за описание на наблюдаваните данни в динамичната среда и математическото им тълкуване чрез съответните аналитични формули дава самочувствие на учениците за осъзнаване на връзката между действителността и абстрактното представяне на информацията, допринася за обогатяване на математическата им компетентност, на усета им за инициатива, на социалните им умения [1].

Методическата работа във всеки час по математика би могла да се обогатява чрез използване на различни похвати за стимулиране на творческата мисъл на учениците. В повечето случаи, учителят подхожда с поставяне на „критична ситуация", която е на базата на често повтаряни грешки, проверяваща преди всичко задълбочена теоретична самоподготовка. Изработването на умения за недопускане на такъв тип грешки обикновено е плод на достатъчно рутинни упражнения върху съответния клас от задачи, в които се очаква те да се допуснат. Но, това за мен е втората част от обучението в материята. Мисля, че, преди да се стигне до осъзната необходимост от знания на базата на задълбочен математически апарат, е необходимо задължително да се показва на учениците необходимостта от него чрез насочване към експерименти. Мисля, че преживяването на знанието е стъпка в посока провокация на самоосъзнаването за допълване и обогатяване личния опит на индивида. Известно е, че мотивацията е качествено по-силна, ако е породена от преживяна истина! Преосмислянето на факти и доводи често е като мъгляв проблясък, ако е облечено само в думи или е показано някъде.

2. Ролята на учителя

Ролята на учителя в такъв тип урочна дейност е свързана с изграждане на нов стил на работа. Определено е необходимо умение да организира, планира или даже да импровизира часа в изследователски дух [2, 3].

Възможно е ситуацията в класа, равнището на знания, характерът на класа като цяло да предразполага или не в посока на използване на изследователски похвати за поднасяне на знанието. В такива случаи трудността в преподаването се усложнява заради търсене на подходяща адаптация на проблема. Макар и субективен, факторът „учителски опит" е свързан даже и с личния, не само с професионалния опит на преподавателя. Проблем за него е и начинът на получаване на обратна връзка, установяване на критерии за оценка на знанията, дозиране на времето, организиране на учени в изследователски стил.

3. Заключение

В заключение дозирането на дейностите в часа по математика винаги е субективно, но обикновено се спазва някаква рамка – проверка на стари знания, поднасяне на нови знания, упражнение и задаване на домашна работа. Имам предвид схващанията за един пълноценен час по математика, който обикновено е описван в добрите практики на редица водещи учители.

Е, колега!

В този смисъл смятам, че донякъде, ако часът Ви по математика е проведен не по тази изпитана схема, а в изследователски стил, то ще имате може би усещането, че сте си загубили времето, като сте оставили учениците „да правят" нещо, което на пръв поглед няма никаква строгост. Вие ще сте неудовлетворен просто защото имате друг усет за обучение. Но нищо, никога не е напразно! Всяко усилие от страна на ученика, ако му е доставило удоволствие, е много по-ценно за крайната цел в сравнение с обичайната нагласа за строгост и научност. Защото в обучението първата преграда, която преодоляваме, е неопитността, а пътищата за това могат да бъдат и трябва да бъдат различни - съобразени с естествената психологическа нагласа на повечето ученици.

Литература

1. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
2. Кендеров П., Чехларова, Т., Гачев, Г. (2015) Изследователски подход в математическото образование (помагало за обучение на обучители) Макрос
3. Баптист П., Милер, К., Рааб, Д. (2013) Към нов подход към математическото образование (избрани извадки от английския превод на оригиналното издание в три части) Изд. Регалия

Малките математици опазват природата

Галя Пенчева
galya.b.pencheva@gmail.com
Център по Забавна Математика
Докторант на ИМИ - БАН

Резюме: Представено е занимание за деца от предучилищна възраст, с които обсъждаме влиянието на хората върху околната среда. Заедно с тях измисляме игри, представляващи математически модел, с който изследваме въздействието на различни фактори, поотделно и заедно, върху замърсяването на околната среда и живота на други живи същества.

Ключови думи: *изследователски подход, екология, игри, математически модели, предучилищна възраст, социални компетентности, математическа компетентност, усет за инициатива*

1. Увод

В предучилищна възраст се поставят основите на екологичното възпитание с цел изграждане положително отношение на децата към природата чрез усвояване на знания, повишаване на социалните им компетентности [1, 2] и на отговорността им за опазването ѝ чиста за бъдещите поколения. Обикновено водещите теми в това възпитание са красотата и хармонията на родната природа, сезонните промени, разнообразието на растенията и животните, приспособяването им към средата, грижите на човека за красивата природа, ползата и значението ѝ за човека [3]. Но ние считаме, че децата на тази възраст могат и трябва да се запознават с използването на математически модели (в случая игри), с които може да се изследва, оценява и прогнозира въздействието на различните фактори върху околната среда. Следвайки принципите на изследователския подход [4] в заниманието, ролята на преподавателя е да насочи вниманието на децата към проблема за замърсяването на околната среда, към различните фактори и, ако е необходимо, да помогне при обобщаването на правилата за различните игри.

2. Еколози в града

Заниманието започва с дикусия за града, в който живеем, хубавите и лошите му страни и начините да му помогнем.

„Деца, обичате ли града, в който живеем? Той е много слънчев, зелен и красив. Но има ли нещо, което го загрозява? Днес, идвайки към училище/детската градина, видяхте ли на улицата някакви боклуци?”

„Смятате ли, че нещо ще се промени, ако преминавайки по обичайния си маршрут, изхвърлим в коша за отпадъци паднало боклуче на улицата, вместо просто да го подминем?

Не всички деца смятат, че трябва да почистват боклуците, изхвърлени от други хора. Други пък мислят, че боклуците са твърде много и нищо няма да се промени, ако няколко деца почистват по едно боклуче. Тогава предлагаме да изиграем игра, с която да изпробваме какво би станало, ако всички деца влезнат в ролята на „еколози”.

Играта „Еколози в града”

Подът на стаята символизира нашия град, за боклуци може да използваме шепа леща, боб или накъсани хартийки, които разхвърляме по пода.

Всяко дете получава лист от календар, върху който ще „подрежда" боклуците, които е намерило. При първия кръг на играта всяко дете събира по един боклук дневно – събирането става, като поставим вдигнатия боклук върху съответния ден от календара, и продължава толкова дни, колкото са нужни, за да бъдат почистени всички боклуци (Фигура 1).

Фигура 1. Календар с резултата от почистването

След това отбелязваме в таблицата (оцветяваме деня) на кой ден от месеца се е случило това.

„Видяхте ли, че когато всички помагат в събирането, макар и с малко, но редовно, не много далеч във времето ще може да видим града си чист?" Дали е възможно по-бързо да достигнем до желания резултат? След кратка дискусия решаваме да пробваме какво ще стане, ако всеки събира по два боклука на ден (поставяме двете боклучета върху съответния ден от календара). Изсипваме обратно същите боклучета в нашия град, за да се подготвим за втория кръг на играта. Обсъждаме и, ако има интерес, изпробваме колко по-добър резултат ще постигнем, събирайки три, четири или пет боклука дневно.

3. Еколози и „мърльовци"

Тази „идилична" картина обаче никак не отговаря на истината и децата знаят това.

„Винаги има някой, който цапа." - казва Краси.

„Да, иначе нямаше да има толкова боклуци по улицата." – допълват останалите.

„Пълно е с мърльовци" – безкомпромисна е Ива.

Няма как да не се съгласим с децата и (макар и с неудобство) ще използваме оттук нататък думата „мърльовци", предложена от Ива, за хората, които изхвърлят боклуците си извън кофите за боклук. Явно е, че играта, която играхме досега, е далеч от истината и за да я направим по-реална, решаваме да включим в нея и няколко „мърльовци". Изпробваме различни варианти:

- „Мърльовците" /„еколозите" изхвърлят/прибират по един боклук на ден.

Установяваме, че ако еколозите са повече от „мърльовците", градът може да се поддържа чист.

- „Мърльовците" изхвърлят по един боклук, а „еколозите" събират по два на ден.

Ако са равен брой, то градът може да се изчисти и да остане чист.

- „Мърльовците" изхвърлят по два боклука, а „еколозите" събират само по един на ден

При равен брой „еколози" и „мърльовци" боклуците все повече се натрупват и замърсяват града.

4. Езеро с рибки

Макар и резултатите от предишната игра да изглеждат убедителни за това, че еколозите трябва да са повече от мърльовците, някои деца все така смятат, че не трябва да почистват боклуците, оставени от „мърльовците". За да уважим тяхното мнение, решаваме, че в играта може да има и хора, които са „неутрални" – те не изхвърлят своите боклуци на улицата, но и не почистват след останалите.

За да засилим значението на последиците от замърсяването, насочваме децата към това, как то влияе на останалите живи същества.

За по-голяма нагледност можем да пренесем играта в „езеро с рибки" (Фигура 2).

- Ако няма боклуци или те са малко (например по-малко от половината рибки), рибките ще са щастливи и дори ще се раждат нови рибки
- Ако боклуците станат повече от рибките, рибките ще започнат да умират.

Фигура 2. Игра „Езеро с рибки"

„Но какво може да се направи, ако всички хора си хвърлят боклуците в езерото или ако видите, че ваш приятел цапа? Това със сигурност ще постави рибките в опасност."

Първоначалните отговори обикновено са доста войнствено настроени към цапащите, но след това децата се съгласяват, че могат да се опитат да убедят другите да станат част от еколозите или поне да спрат да цапат (да станат „неутрални"). Но децата знаят, че когато се опитваме да убедим някого, той невинаги приема изцяло нашата гледна точка. За да отразим това в нашата игра, измислихме следното правило:

Всеки ден всеки от еколозите избира някой от „мърльовците" и се опитва да го убеди. Убеждаването става с хвърляне на зар.

- Ако се падне 1 или 2, „мърльото" си остава такъв
- Ако се падне 3 или 4, „мърльото" спира да цапа, но не почва да почиства – става „неутрален"
- Ако се падне 5 или 6, „мърльото" ще премине на страната на еколозите и заедно с тях ще почиства всеки ден по един боклук.

Ето как протече една наша игра (с Емо, Краси, Весела, Алекс, Ива и Симо) край едно красиво езеро, в което живеят 10 рибки (Таблица 1).

Забележка: Самите деца не извършват показаните пресмятания, а ги „изиграват", като на всеки нов ден от играта „мърльовците" хвърлят по едно боклуче, а „еколозите" вадят по едно боклуче от езерото и след това броят рибките и боклуците.

Таблица 1. Примерен ход на играта с рибките

<table>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 1</td><td>6 “мърльовци”</td><td>10 рибки</td><td rowspan="2">Броят на рибките не се променя</td></tr>
<tr><td>6 боклука</td><td>6<10</td></tr>
<tr><td colspan="4">През нощта Емо сънува страшен сън, в който цялото езеро е затрупано с боклуци и рибките са умрели. На сутринта той е първият “еколог”</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 2</td><td>5 „мърльовци”, 1 „еколог”</td><td>10 рибки</td><td rowspan="2">Броят на рибките не се променя.</td></tr>
<tr><td>6+5-1=10 боклука</td><td>10=10</td></tr>
<tr><td colspan="4">Емо се опитва да убеди Краси да започне да пази природата и езерото. Хвърля зар и се пада 4. Емо е успял частично да убеди Краси и той вече няма да цапа</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 3</td><td>4 „мърльовци”, 1 „неутрален”, 1 „еколог”</td><td>10 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване</td></tr>
<tr><td>10+4-1=13 боклука</td><td>13>10</td></tr>
<tr><td colspan="4">Емо се опитва да убеди Весела да започне да пази природата и езерото. Пада се 2 и Весела не се променя</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 4</td><td>4 „мърльовци”, 1 „неутрален”, 1 „еколог”</td><td>9 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване</td></tr>
<tr><td>13+4-1=16 боклука</td><td>16>9</td></tr>
<tr><td colspan="4">Емо се опитва да убеди Симо да започне да пази природата и езерото. Пада се 6 и Симо също става еколог</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 5</td><td>3 „мърльовци”, 1 „неутрален”, 2 „еколози”</td><td>8 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване.</td></tr>
<tr><td>16+3-2=17 боклука</td><td>17>8</td></tr>
<tr><td colspan="4">Емо се опитва да убеди Алекс. Пада се 5 и Алекс вече е еколог.
Симо се опитва да убеди Ива. Пада се 1 и Ива остава от цапащите.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 6</td><td>2 „мърльовци” , 1 „неутрален” 3 „еколози”</td><td>7 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване.</td></tr>
<tr><td>17+2-3=16 боклука</td><td>16>7</td></tr>
<tr><td colspan="4">Емо пак се опитва да убеди Весела. Пада се 4 и Весела вече няма да цапа.
Симо и Алекс се опитват да убедят Ива. Пада се 2 и Ива остава от цапащите</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 7</td><td>1 „мърльо” 2 „неутрални” 3 „еколози”</td><td>6 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване.</td></tr>
<tr><td>16+1-3=14 боклука</td><td>14>6</td></tr>
<tr><td colspan="4">Емо, Симо и Алекс се опитват да убедят Ива. Пада се 6 и Ива става активен еколог.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 8</td><td>0 „мърльовци” , 2 „неутрални” , 4 „еколози”</td><td>5 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване.</td></tr>
<tr><td>16-4=12 боклука</td><td>12>5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 9</td><td>0 „мърльовци”, 2 „неутрални”, 4 „еколози</td><td>4 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване</td></tr>
<tr><td>12-4=8 боклука</td><td>8>4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 10</td><td>0 „мърльовци” , 2 „неутрални”, 4 „еколози”</td><td>3 рибки</td><td rowspan="2">Една от рибите умира поради силното замърсяване</td></tr>
<tr><td>8-4=4 боклука</td><td>4>3</td></tr>
<tr><td rowspan="2">ДЕН 11</td><td>0 „мърльовци”, 2 „неутрални”, 4 „еколози”</td><td>2 рибки</td><td rowspan="2">В последния момент езерото се изчиства и рибките запозват да се размножават отново!</td></tr>
<tr><td>4-4=0 боклука</td><td>0<2</td></tr>
</table>

В хода на играта децата усетиха опасността всички рибки да загинат. Учудващо беше и това, че след ден 8 нямаше повече „мърльовци", но рибките продължаваха да изчезват. Така разбраха, че последствията от нашите действия понякога имат по-дълготраен ефект. Всички много се вълнуваха, когато зарът трябваше да определи дали някой ще промени поведението си и си казахме, че за щастие в реалния живот всеки сам решава какъв да бъде, а другите можем да убедим най-вече с личен пример!

5. Заключение

В това занимание ние използваме чувствителноста на децата по темите, свързани с околната среда, техния усет за инициатива, заедно с принципите на изследователския подход, за да им помогнем да открият, че играта може да бъде много подходящ инструмент, с чиято помощ да експериментират и изследват, а след това на практика да въздействат и да подобряват околния свят. Също така вярваме, че сме им помогнали да видят на практика и да осъзнаят важността на това да притежаваш математическа компетентност във всички сфери на човешкия живот, включително и екологията.

Литература

1. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
2. Кендеров, П., Чехларова, Т., Сендова,. Е. (2015) Европейският проект KeyCoMath и ориентираното към усвояване на ключовите компетентности образование по математика, Математика и математическо образование, т. 44, с.155–157
3. Сборник от методически разработки за интерактивно екологично образование в началната училищна степен (1997) Фондация „ТАИМ - ЕКОПРОЕКТИ"
4. Кендеров, П., Сендова,. Е. (редактори) (2013) „Изследователски подход в образованието по математика", Издателство „Регалия 6"

За общуването и изследователския подход в часовете по ИТ

Иван Петков
jan_1@abv.bg
СОУ „Свети Свети Кирил и Методий", Пловдив
Докторант на ИМИ - БАН

Резюме: Акцентът в настоящата статия е поставен върху нуждата от нови подходи в методическо отношение, основани на изследователски подход и внедряването на съвременни достижения в областта на информационните технологии в учебно-възпитателния процес за формиране на компетентности за общуване. Като илюстрация е представено разработването на проект „Валентинка".

Ключови думи: *социални компетентности, дигитална компетентност, креативност, изследователски подход, междупредметни връзки, работа по проект, интерактивни методи, проект „Валентинка"*

1. Увод

Живеем в изключително динамично развиваща се среда. В новата обществена реалност са необходими личности, които в проблемни ситуации намират решения за себедоказване и успех. Те представят нови виждания за света, истината, красотата и доброто чрез откриването на нови взаимоотношения, зависимости и закономерности. В този аспект проблемът за стимулирането и развитието на социалните компетентности [1] заемат важно място в учебно-възпитателната дейност, защото глобалната компютризация изисква решаване на проблеми и задачи, включващи обработка и споделяне на огромно количество информация с помощта на информационни и комуникационни технологии (ИКТ). Общата култура и грамотност на подрастващите включва познаване на информационните технологии и прилагане на възможностите им, т.е. дигитална компетентност. В резултат споделянето, обменът и общуването в учебната дейност се постигат по-бързо, лесно и безпроблемно.

2. Основни мотиви за избор на темата

Основните мотиви при избор на проекта включват:

- Полагане основите на изследователски дух в образованието по Информационни технологии.
- Повишаване ефективността на учебния процес вследствие наситеното емоционално преживяване на ученика (проект „Валентинка").
- Използване активността на ученика (изследвания доказват, че човек усвоява различен обем информация – 10% при слушане, 20% при зрително възприятие, 40 – 50% при слушане и гледане и 80% при активно участие).
- Обвързване на емоционалното с рационалното – запознаването на учениците с възможностите на програмата *GeoGebra*.
- Показване креативността на учениците, чрез изработването на нови полезни идеи и послания [2].
- Използване на различни начини на мислене и разчупване на установения модел /стереотип/ [3].
- Постигането на готови решения, вследствие изобретателността на учениците.
- Формиране на комуникативни способности и умения за общуване.

3. Общуване, учебен процес и изследователски подход

Общуването е основен фактор, указващ влияние върху формирането и развитието на личността. То е феномен, който характеризира психичната същност на обединението на хората. Общуването представлява целенасочен обмен на информация, мисли, идеи, позиции, емоции, оценки. Осъществява се посредством езика и други знакови системи. В общуването се проявява отношението на хората един към друг в процеса на съвместната дейност [4].

В индивидуално психичен план общуването е една от главните човешки потребности, чието удовлетворяване предполага процес на едновременно или последователно взаимодействие между хората, постигане на единомислие, общо емоционално преживяване и съгласуваност в реализирането на дадена цел.

Общуването, като социално явление, притежава определена структура [5]. В структурата му има три взаимно свързани страни: комуникативна, интерактивна и перцептивна.

- Комуникативната страна в процеса на общуване (комуникация в тесен смисъл на думата), се отнася до обмяната на информация между партньорите в общуването.
- Интерактивната страна е свързана с взаимодействието на индивидите в процеса на общуването, т.е. обмен на въздействия между общуващите.
- Перцептивната страна се отнася до взаимното възприемане на партньорите и съответстващото на него разбиране в общуването.

В процеса на общуване се осъществяват рационалното, емоционалното и волевото взаимовлияние и взаимодействие между индивидите. Проявяват се и се формират общи настроения, мисли и възгледи [6].

В учебния процес се проявяват с различна тежест и трите страни на общуването. В динамичен план целта е намаляване тежестта на комуникативната и засилване на перцептивната страна.

Ученето не е просто процес на получаване, натрупване и преработване на информация, а активен процес, при който личността конструира индивидуален познавателен образ на заобикалящата действителност. От тази гледна точка целта на обучението е не само усвояването на информация, а и изграждане личността на ученика. За целта е необходимо постигането на комплексна учебна среда, основана върху реални житейски ситуации. Използването на изследователски подход за усвояване и преподаване на нови знания е неизменна част от тази комплексна учебна среда.

Практически изследователският подход се проявява при работата върху експерименти с динамични геометрични конструкции, при които учениците наблюдават и откриват закономерности, формулират и отхвърлят хипотези, разбират по-дълбоко същността на изучавания материал. „Ролята на учителя вече не е „да проповядва факти", „да демонстрира готови доказателства", а да стимулира учениците си да действат, да генерират идеи, да влизат в кожата на изследователи..." [7]

Изследователският подход в настоящата статия се отнася и до внедряването и използването на придобити чрез проучване и изследване знания и умения в различни дейности по осъществяване на проект „Валентинка" при работата с непознат софтуерен продукт. Целта е формиране у учениците умения за логическа и конструктивна мисъл при решаване на конкретен проблем – основна математическа компетентност.

4. „Валентинка" - един проект за създаване на любовни картички

Основен момент от проведения експеримент е формиране на компетентности у учениците и активизиране на постоянен стремеж за развитие, търсене и прилагане на иновативни методи и подходи за използване на информационните технологии като помощно средство за общуване, себеизразяване и творческо развитие на личността в съвременния динамичен живот.

Експериментът е проведен с ученици в прогимназиален и гимназиален етап на обучение в средно общообразователно училище и обхваща 32 ученици, с различна насоченост и интереси.

Важен акцент при провеждането на експеримента е изграждането и формирането на умения и трайни навици за постоянна изследователска дейност, споделяне, развитие и надграждане на придобитите знания и умения за работа с непознат софтуерен продукт, за реализирането на конкретна задача или проблем от ежедневието на ученика.

Целта на експеримента е да отговори на въпроса: *Нужно ли ни е гъвкаво образование по информационни технологии, за да формираме у учениците умения за свободно общуване, себеизразяване, експериментиране и творческо мислене в мултикултурна среда*?

Експериментът е съобразен с приоритетите в системата на средното образование в България; въвеждане на *Държавни образователни изисквания*; учебни планове, програми и учебници; прилагане на европейски модели и нови дидактически средства и технологии; въвеждане на интерактивни методи в обучението.

Наблюденията от педагогическата ми практика показват, че учениците най-бързо и лесно усвояват това, което ги вълнува и е силно емоционално наситено. Затова се спрях на актуалната към деня на *Свети Валентин* тема за любовта и отправянето на послания за любимия човек (изработването на „Валентинки“). Експериментът е реализиран в няколко основни етапа:

Етап 1: Въведение и формулиране на актуална тема на проектната дейност

Експериментът започна с проучване на мненията и нагласите на учениците. След анализ се стигна до формулирането на темата за изработване на „Валентинка“ посредством софтуерния продукт *GeoGebra*. Проектната дейност позволява обогатяване и допълване на знанията и уменията по Информационни технологии в съответните теми от учебните планове в прогимназиален и гимназиален етап на обучение, без да се нарушава нормалното протичане на учебния процес.

Проектът „Валентинка“ дава възможност на учениците да натрупат и усвоят нови знания и умения, като използват програмните средства на *GeoGebra* за:

- заместител на графичните редактори, като поле за рисуване;
- създаване на динамични рисунки;
- изследване на геометрични конструкции, създаване на логически игри и т.н.

В статиите си [8, 9] Чехларова предлага разнообразни начини за изработване на „Валентинка“ с помощта на *GeoGebra*. Ние разгледахме и обсъдихме с учениците следните начини, в които се използват съответно:

- пулсираща снимка на сърце;
- изрисуването на сърце с инструмента Молив;
- снимка и хомеотетия;
- квадрат и два полукръга;
- триъгълник и два полукръга;
- елипси или части от елипси;
- графики и функции;
- криви.

Етап 2: Дискутиране на проблеми, свързани с реализацията на проектната дейност

Проведохме дискусия за връзката между изкуството, творчеството, информационните технологии, математиката и ролята на общуването в социален аспект.

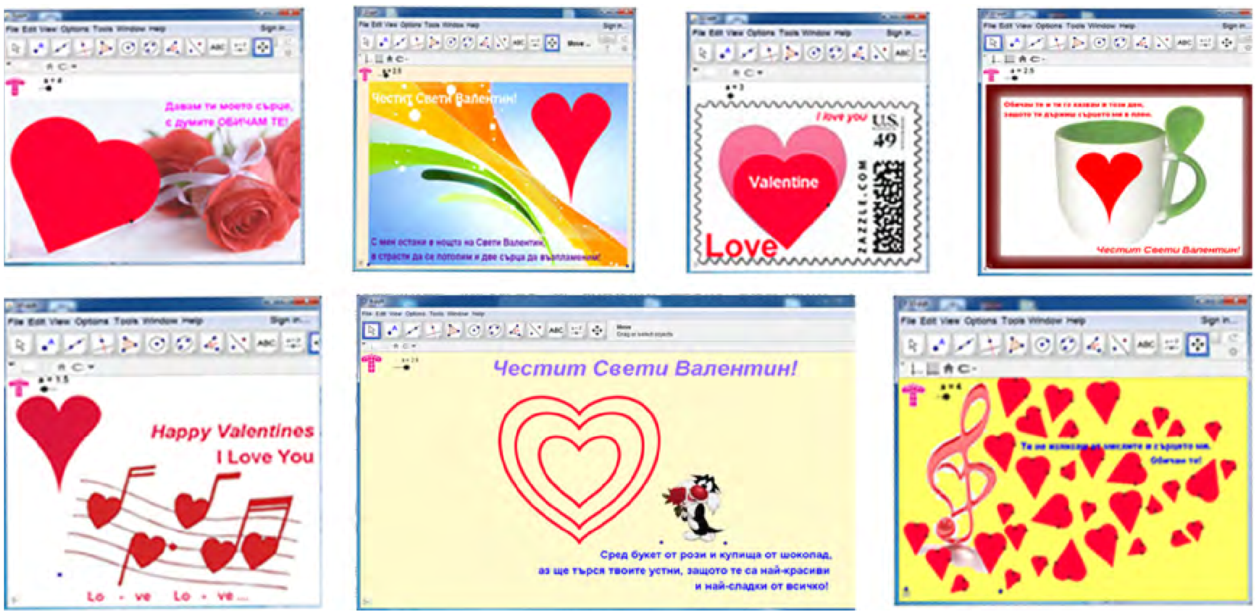
Етап 3: Техническа реализация на проектната дейност с непознат софтуерен продукт

Учениците се запознаха с възможностите на *GeoGebra* за създаване, редактиране, съхраняване и изследване на динамични конструкции, свързани с проекта.

Етап 4: Оформяне на проекта от суровия вид до готовия продукт

В този етап учениците изработиха сами своите „Валентинки", след което ги представиха пред класа. Обсъдени бяха грешките. Най-често допусканите грешки бяха в съотношенията между обектите, цветовия подбор, липсата на стил и единност в дизайна. След обмена на мнения учениците сами достигнаха до идеята за усъвършенстване на своята „Валентинка". Положителната страна на обсъждането бе проявената самокритичност.

С наближаването на Свети Валентин емоцията, натрупаните знания и умения взеха превес и у част от учениците се зароди творческа еуфория, започнаха да творят сами вкъщи, като изработиха по още няколко „Валентинки". Засили се и емоционалната обвързаност за споделяне на постигнатите резултати със съучениците. В представените проекти се забелязва силно стилизирани елементи, съчетани с лични послания и обръщения към любимите хора (Фигура 1).



Фигура 1. Ученически проекти на тема "Валентинка"

По време на представянето на проектите учениците споделяха различни мнения и препоръки, свързани с графичното оформление, съчетаването на елементите, емоциите и отправените послания.

Ето няколко споделяния:

Ученичка на 17 години: „От направеното дотук ще запомня най-силно момента, в който трябваше да се изправя пред съучениците си и да представя моята „Валентинка". В този момент разбрах колко е трудно да разкриеш чувствата си".

Ученичка на 14 години: „За мен беше интересно как от един бял лист и сърце се получиха толкова много забавни и хубави Валентинки".

Ученик на 15 години: „Валентинките, които видях са супер готини, с голямо удоволствие бих подарил една на моята приятелка".

Етап 5: Анализиране и представяне на постигнатите резултати

Да започнем с някои данни:

- В експеримента взеха участие 32 ученика, с превес на момичета (63%)
- Възрастовата група на учениците е VII – X клас
- Най-активната група ученици са на възраст между 16 и 17 години (15,47%)
- По-голямата част от проектите са реализирани в час (53%)
- По-голямата част от учениците са разработили по един проект (75%), друга част – по два проекта (13%), а останалите – по три (6%) и повече от три проекта (6%)

Проведеният експеримент завърши с организирано представяне на разработените проекти пред съученици и споделяне на изказвания и мнения за постигнатите резултати, срещнатите трудности при реализирането на проекта и обсъждане на вълнуващи моменти, впечатлили силно участниците.

От експеримента се налагат следните изводи:

- Учениците приемат с желание изработването на своя модел „Валентинка" с помощта на динамичен софтуер;
- Учениците се убеждават, че практическото усвояване на математиката я прави достъпна и приятна;
- След първите успешни опити учениците придобиват увереност и са по-концентрирани в изработването и обогатяването на своята „Валентинка";
- Учениците се справят с поставените задачи и изпитват удовлетворение от получения резултат;
- Учениците предпочитат изработването на собствената „Валентинка" по свой дизайн, а не по зададен шаблон от учителя;
- С помощта на динамичения софтуер *GeoGebra* учениците могат да създават много лесно различни варианти;
- Удоволетворението от постигнатите резултати се изрази в инициативата на учениците „Валентинката" да бъде разпечатана и да се използва като подарък за любимия човек;
- Учениците проявяват желание сами да разучават и прилагат възможностите на програмата за решаване на дадена задача в извънучилищни дейности.

Направените изводи ми дават надежда, че иновативните методи и подходи в образованието по Информационни технологии ще допринесат и ще стимулират формирането на умения за свободно общуване, себеизразяване, експерементиране и развитие на креативния потенциал на мислене у учениците.

Етап 6: Мнения и препоръки

Проектът за изработването на „Валентинка", посредством софтуерния продукт *GeoGebra* става по-лесно осъществим чрез използването на динамичните ресурси от „Виртуален училищен кабинет по математика". Така учениците могат в рамките дори само на един, два учебни часа да реализират заданието „Валентинка". Свободното разпространяване на динамичния софтуер улеснява използването му както в учебната, така и в извънкласната работа. Проектът е подходящ и удобен за домашна работа.

Обучението по Информационни технологии се основава на спираловидния принцип и е групирано в отделни модули, което позволява проектът да се реализира, без да затруднява нормалното протичане на учебно-възпитателната дейност и покриването на държавните образователни изисквания по съответните теми.

Реализирането на проекта може да се включи в следните модули и теми:

„Информация и информационни дейности“ (5 и 6 клас), теми:

- Създаване и обработка на графично изображение
- Работа с графични изображения

„Информационна култура“ (7 и 8 клас), тема:

- Работа по проект

„Компютърна графика“ (9 клас) - Основните дейности и задачи при изучаване на модула са създаване на геометрични чертежи с графична програма и/или графичните инструменти на текстообработваща програма. Вмъкване на чертежи в текстов документ.

„Интегриране на дейности“ (9 и 10 клас) - Основните дейности и задачи при изучаване на модула са реализирането на индивидуални или групови проекти, чрез които се демонстрират придобитите знания и умения по Информационни технологии за подпомагане на обучението по изучаваните в съответния клас други учебни предмети.

5. Заключение

Проведеният експеримент изследва актуални въпроси от методиката на обучението по информационни технологии, внедряването на изследователския подход в образованието, както и развитието на комуникативната компетентност у учениците.

Общуването е необходимо условие за осъществяване на цялостния живот на човека, създава образци и модели на процесите, които протичат вътре в индивида.

Създаването на условия за проява на креативно общуване при учениците е трудна задача, чрез която се преодоляват стереотипните репродуктивни методики на работа. Психолозите са единни в позициите си относно значението на общуването за формирането на човешката личност. От това как ще се развие то в детска и юношеска възраст зависи и цялостното по-нататъшно развитие на личността. А това е от особено значение за съвременния педагог.

Литература

1. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
2. Велева, А. (2012) Педагогика на творчеството, Печатна база при РУ „Ангел Кънчев“, Русе, с. 52
3. Тодорова, М. (2008) Общуването в ранна детска възраст, Сп. Психология журнал, брой 44
4. Йолов, Г., Градев, Д. (1986) Общуването, Военно издателство, София, с. 89
5. Андреева, Г., (1983) Социална психология, Наука и Изкуство, София, с. 94-96
6. Буева, Л. П. (1978) Человек: деятельность и общение, Мысль, Москва
7. Кендеров, П., Сендова, Е. (редактори), (2013) Изследователски подход в образованието по математика, Издателство "Регалия 6", с. 3
8. Чехларова, Т. (2012) Пулсиращо сърце. сп. Математика, бр. 2., с. 30-34.
9. Чехларова, Т. (2012) Следата. сп. Математика, бр. 6., с. 7-11

Всичко започна с триъгълника на Паскал...

Елисавета Стефанова
sou73sof@abv.bg
73.СОУ „Владислав Граматик“, София

Резюме: Това е разказ за много емоции и труд, които започват от една извънкласна задача – триъгълника на Паскал, и съпровождат един процес, в който действахме като изследователски екип с моите седмокласници. С помощта на електронните таблици и динамичния софтуер *GeoGebra* развихме идеите, повишихме някои ключови умения и успяхме да открием много красота в математиката. Работата ни, въпреки че на моменти приличаше на забавна игра и не беше по програмата в училище, затвърди важни математически знания, постави интересни въпроси и ни накара да се чувстваме творци.

Ключови думи: *изследователски подход, триъгълник на Паскал, триъгълник на Серпински, дигитална компетентност, математическа компетентност, усет за инициатива*

1. Когато не знаем отговора на въпроса

Един от моите седмокласници (Росен от 7а клас) ме попита за триъгълника на Паскал. Беше чел през ваканцията за него и имаше серия от въпроси, на които нямах готовност да отговоря. Затова прибегнах до познатия трик: „Хайде сега заедно да видим какво ще стане“.

Самата аз в момента не очаквах нищо интересно, но трябваше да пробваме.

Взехме листове на големи квадратчета и започнахме да пишем числата от триъгълника на Паскал. Признавам, че се изненадах, като познах коефициентите пред неизвестните от формулите на втора, трета и четвърта степени и понеже тази година по математика започнахме с формулите за съкратено умножение, реших, че трябва да разширя кръга на заинтересованите от конструкцията на Паскал деца... Появиха се и първите въпроси:

- Защо да събираме на ръка, като можем да използваме *Excel*?

Зарадвах се на прозрението и разбира се разреших.

- А може ли да използваме copy/paste?

Отново бях приятно изненадана и докато някои събираха клетка по клетка, други вече имаха доста големи попълнени таблици.

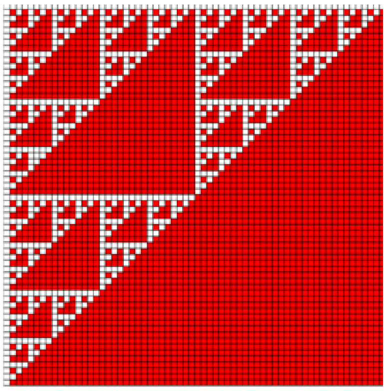
Споделих за коефициентите при втора, трета, четвърта и т.н степени на двучлен и всички много се зарадваха – дори някои споделиха, че ако се объркат и забравят някой коефициент, много бързо ще си го възстановят с триъгълника на Паскал.

Макар че все още не можех да отговоря на въпроса защо се получава така, вече имах следващо предизвикателство:

Да оцветим клетките, в които има четни числа с еднакъв цвят.

В първите клетки беше лесно – сравнително малки числа... и някои с изненада забелязаха интересна закономерност (Фигура 1).

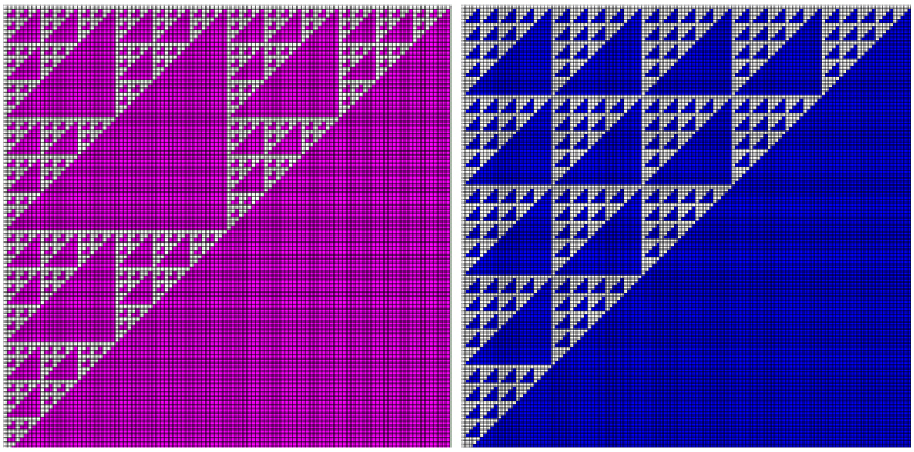
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	4	10	20	35	56	84	120	165
1	5	15	35	70	126	210	330	495
1	6	21	56	126	252	462	792	1287
1	7	28	84	210	462	924	1716	3003
1	8	36	120	330	792	1716	3432	6435
1	9	45	165	495	1287	3003	6435	12870



Фигура 1. Визуализация на четните числа в триъгълника на Паскал (в различен мащаб)

Веднага решихме да обобщим за числата, делящи се на 3, 4, 5, 7 (тук реших да се възползвам от ентусиазма и да преговорим набързо делимостите…).

На този етап се включиха нови дечица и при деление съответно на 3 и на 5 получихме конфигурациите на Фигура 2:



Фигура 2. Визуализация на числата в триъгълника на Паскал: кратни на 3 (ляво) и на 5 (дясно)

Радвах се на многото трикове, през които минаха някои от децата, защото при големи числа разширяваха клетките, които им трябват, за да ги изследват, а после отново ги правеха малки, за да продължат. Направихме много изводи и аз самата почти бях сигурна какво ще се получи за 7.

Тук вече се сетих за функцията mod и споделих с децата, че ако бележим по някакъв начин клетките с остатък от делението 0, много лесно ще оцветим, без да проверяваме клетка по клетка, при това за делимост на произволно число.

Направихме го, а някои ми се разсърдиха, че толкова са се мъчили за нещо, което всъщност стана почти автоматично. Не ми повярваха, че и аз съм минала по техните стъпки... (А и че нов инструмент за изследване се оценява най-вече, когато е поднесен навреме.)

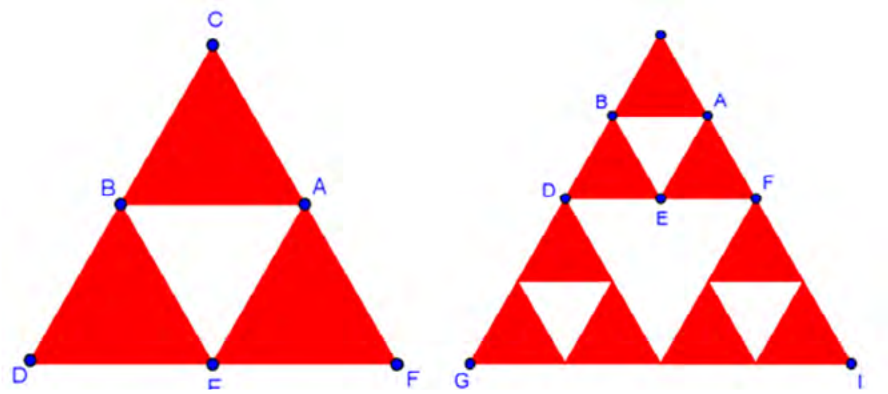
2. Нова песен на стар глас

Картинките се оказаха много интересни. Започнахме да четем в интернет и литературата за подобни на нашите резултати. Така попаднахме на понятието *триъгълник на Серпински*. В [1] той е реализиран в Comenius Logo с рекурсивна процедура, която отразява следната „динамична" дефиниция:

Тръгваме от едноцветен триъгълник (в нашия случай червен) и изрязваме от него триъгълника с върхове средите на страните му. Прилагаме същата процедура към новополучените цветни триъгълници и т.н. Граничното множество, към което клони редицата от последователните итерации, се нарича „триъгълник на Серпински".

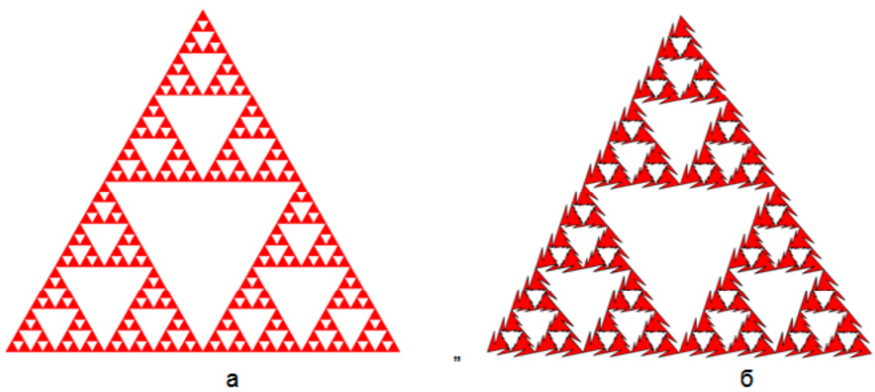
Ние решихме да реализираме последователните стъпки от този процес в познати конструкции с динамични точки в Геогебра. Ето как:

- Първоначално използвахме равностранен триъгълник ABC, който завъртяхме на 120 градуса по посока на часовниковата стрелка около точките A и B (Фигура 3а).
- След като понатрупахме опит и продължихме въртенето, забелязахме повторение.
- Следващата стъпка беше да завъртим по същия начин цялата фигура около точките D и F (Фигура 3б)



Фигура. 3 Динамичен триъгълник на Серпински: (а) първа итерация; (б) втора итерация

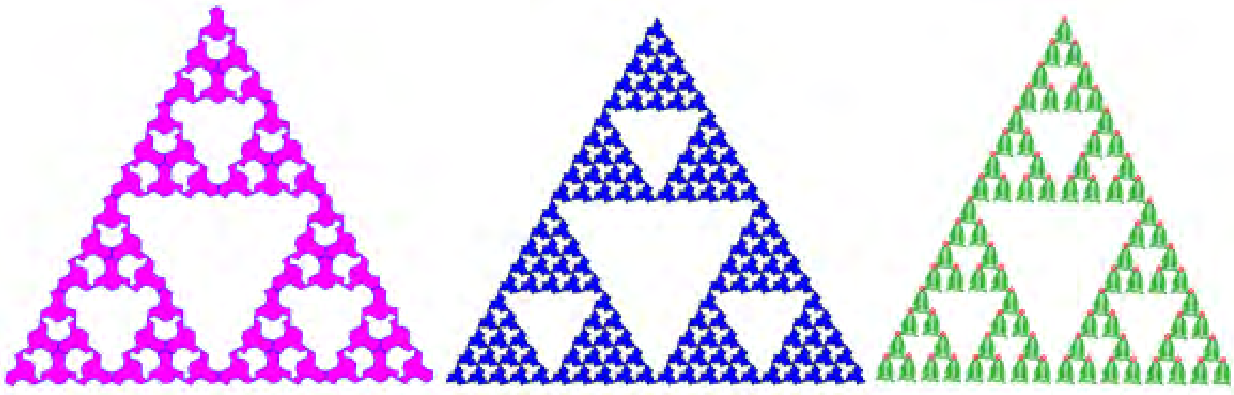
- След няколко такива стъпки стигнахме до Фигура 4а.
- Поставихме върху страните на равностранните триъгълници динамични точки, раздвижихме ги и получихме «вариация на тема» (Фигура 4б)



Фигура 4. Динамичен триъгълник на Серпински: а) след повече итерации;
б) след раздвижване на върховете на изходния триъгълник

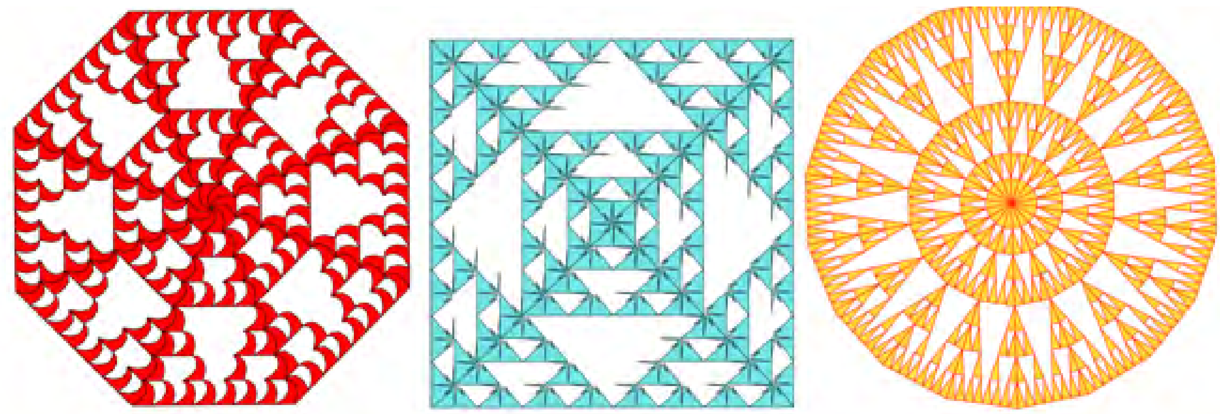
3. Вариациите на тема продължават

Но наша сила е да работим с динамични точки до получаване на красиви картинки, затова експериментирахме и със *собствени конструкции* от триъгълници, които подложихме на *ешеризация* (Фигура 5). Опитът ни в тази област е свързан идеите, изразени в [2-4].



Фигура 5. „Ешерезирани“ триъгълници на Серпински

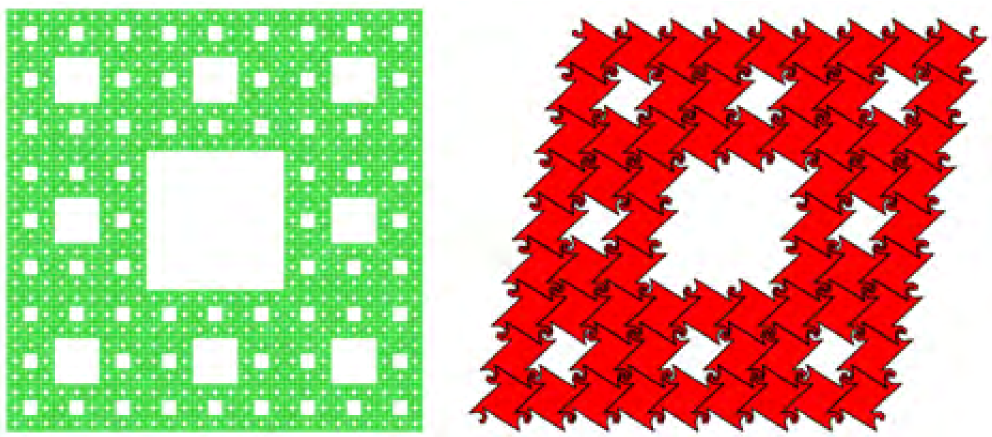
Някои ученици просто «завъртяха триъгълника на Серпински», а други създадоха още по-сложни конструкции, стъпвайки на този триъгълник (Фигура 6).



Фигура 6. Конструкции върху основата на триъгълника на Серпински

Някои ученици просто «завъртяха триъгълника на Серпински», а други създадоха още по-сложни конструкции, стъпвайки на този триъгълник (Фигура 6)

Трети приложиха процеса по аналогия, този път с квадрат. Така създадоха „динамичен килим на Серпински“ (Фигура 7а) и го ешеризираха (Фигура 7б).



Фигура 7. Динамичен килим на Серпински: а) след няколко итерации;
б) след раздвижване на върховете на изходния квадрат

4. Защо да оставаме в равнината?

Имахме вече двумерната конструкция на Серпински за триъгълник и квадрат. Всички решиха, че трябва да направим и пирамида на Серпински, а защо не и куб на Серпински

Изпробвахме с хартиени пирамидки – триъгълни и четириъгълни... Получи се първата голяма пирамида – сглобките много ни затрудниха, защото тя беше много голяма и не минаваше през вратата на класната стая.

Но дойдоха много нови идеи – пирамиди от магнитни пръчици и топчета. Тяхното неудобство идва от тежестта и понеже търсехме нещо по-леко, пробвахме със сламки за сок. Слава Богу – евтин и лек за работа материал. Разнообразието на сламки на пазара е голямо – остана проблема със свързването. Пробвахме различни начини, но най-лесно се оказа да ги шием с конци.

Първата пирамидка, която направихме, се оказа много здрава като конструкция (уж сламки, а съшити са много стабилни). Днес пирамиди на на Серпински, разработени от учениците ми красят класни стаи, кабинети, библиотеки и Заседателната зала на ИМИ-БАН (Фигура 8).

Фигура 8. Пирамиди на Серпински, разработени от учениците

Разочаровахме се, като видяхме, че куб, съшит по подобен начин, е много нестабилен – все му се иска да полегне нанякъде. Направихме «наши открития» и бяхме много щастливи. Интересното е, че и много малки дечица – втори, трети клас (братчета и сестричета на моите ученици) се включиха в шиенето. Оказа се, че се справят с лекота и са много горди да помогнат на големите в тази «интересна игра».

5. Заключение

Сега рисуваме салфетки, покривки и дори се опитваме върху плат да направим наша истинска покривка – съвсем в духа на идеята да прилагаме математиката в «професионалната сфера» в изследователски стил. Впрочем това е съвсем в хармония с идеите на проекта Mascil [5].

С една реч, голямо забавление стана, а тръгнахме от едни “нищо и никакви” числа...

Моето огромно удовлетворение идва от това, че в подобен изследователски процес моите ученици тръгнаха от въпрос, който ги бе заинтересувал, развиха математическата и дигиталната си компетентност, усета си за инициатива, уменията си да общуват както помежду си, така и с родителите си на „професионално равнище“. Не на последно място те се научиха да представят идеите си и продуктите на творчеството си пред публика - все важни комуникативни и социални компетентности [6, 7].

Благодарности

Сърдечни благодарности на Жени[1], Тони и акад. Кендеров за ценните им съвети на всяка стъпка.

Благодаря и на моите ученици – емоционални, мислещи творци, които не спират да ме провокират, показвайки ми, че винаги мога да открия нещо ново и… вълнуващо.

Литература

1. Сендова, Е. (2002) Да разчупим традицията с малко хаос (някои нестандартни за училището теми по информатика и математика, които са без праг и без таван), Математика и математическо образование, т. 31, с. 35-47
2. Чехларова, Т., Сендова, Е., (2011). Динамично паркетиране. сп. Математика и информатика, бр. 6, с. 5-17
3. Chehlarova, T., Sendova, E., (2012) IBME in the secondary school: Overview and examples in a Bulgarian context. In: Baptist, P., D. Raab (eds.): Implementing Inquiry in Mathematics Education, Bayreuth pp. 114-124
4. Chehlarova, T., Sendova, E., Stefanova, E., (2012) Dynamic tessellations insupport of the inquiry-based learning of mathematics and arts, in Kynigos, C., Clayson, J., Yiannoutsou, N. (Eds) Theory, Practice and Impact - Proceedings of Constructionism, pp. 570-574
5. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова. Т. (2013) Европейският проект MaSciL - математика и природни науки за цял живот!, Математика и математическо образование, т. 42, с. 183-186
6. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
7. Кендеров, П., Чехларова, Т., Сендова,. Е. (2015) Европейският проект KeyCoMath и ориентираното към усвояване на ключовите компетентности образование по математика, Математика и математическо образование, т. 44, с. 155–157

[1] **Бел. ред.** Най-хубавото в цялата история е, че авторката е открила с учениците си връзка на нечетните числа в триъгълника на Паскал и триъгълника на Серпински, която е известна сравнително отскоро. Известният учен Stephen Wolfram в книгата си A New Kind of Science от 2002 г. отбелязва на 870 стр., че въпросният факт не е бил забелязан („широко отбелязван”), преди той самият да го изтъкне през 1982 г. като пример на клетъчен автомат. Пак там Wolfram пише, че триъгълникът на Паскал е известен вероятно още от древността; че със сигурност е бил познат в Китай през 1200г. и е разглеждан в детайли от Блез Паскал през 1654 г. в контекста на Теория на вероятностите. Закономерности в редиците от биномни коефициенти, сравними по модул k, са откривани независимо от Lucas (1877) и Glaisher (1899).

Колко математика е необходима за едно парти?

Сценарий за работа в часовете по информационни технологии

Нели Стоянова
nstoyanova57@abv.bg
ПМГ „Акад. Н. Обрешков“, Разград

Радослав Раданов
rado_rw@abv.bg
ПГИ „Р. Шуман“, Разград

Резюме: Часовете по информационни технологии се свързват с добре позната и приятна житейска ситуация – в случая парти (празник). Учениците влизат в ролята на някого от участниците в събитието и обсъждат ангажиментите му към организацията и провеждането на партито, съставят математически задачи, отнасящи се към тези ангажименти и изготвят динамичен софтуер за решаване на съставените задачи.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер , дигитална компетентност, математическа компетентност*

1. Увод

През традиционния курс на обучение учениците придобиват умения за решаване на предварително съставени задачи с коректно зададено условие. Разглеждат се типове задачи (има готова схема за решаването им). Тематичната им подредба в учебниците ориентира в голяма степен обучаваните за математическия инструментариум, който трябва да използват. Извън училище ежедневно възникват проблеми (задачи) и голяма част от тях нямат общ метод за решаване, нито указания за необходимите умения, знания и средства. За да се развиват способностите на учениците за справяне с житейските ситуации, предлагаме вариант на работа в часовете по информационни технологии, в който учениците търсят връзка между теоретичните знания и реални проблеми, формулират задачи с практико-приложен характер и създават динамичен софтуер за решаването им – все важни компетентности за гражданите на бъдещото общество на знанията [1].

2. Организационна схема

Задачите от сценария са творчески. Времето за изпълнение зависи от креативността на учениците и дигиталната им компетентност. Реализацията на сценария се извършва в три етапа:

i. анализ на ситуацията и организационни въпроси;
ii. съставяне на задачи по математика с практико-приложен характер;
iii. създаване на софтуер, предназначен за решаване на съставените задачи.

Първи етап. Учениците влизат в ролята на участници в парти (празненство). В общ коментар се уточнява какво трябва да обмислят гостите и домакините.

Възможни задължения за домакините са финансово осигуряване, покана за гостите, избор на подходящо място, осигуряване на почерпка, музикално оформление, украса на помещението, игри и забавление по време на партито, тоалети, бижута и други. Към списъка със задължения на гостите могат да се включат подаръци, поздравления, организация на свободното време и други.

Всеки клас (група) съставя собствени списъци със задължения. Те могат да се различават от предложените тук и да бъдат променяни в процеса на работа според идеите на учениците и възможностите им за реализация.

Класът се разделя на групи и всяка група избира по кои задължения ще работи.

Втори етап. Всяка група съставя задачи с практико-приложен характер, свързани със задълженията им относно партито.

Трети етап. Учениците създават динамичен софтуер за решаване на съставените задачи. Съставянето на задачи е трудно за тях. Учителят трябва да ги поощрява и да им помага, за да може от първоначалната си идея да стигнат до коректно съставена задача. Ако се наложи, в началото може да им подсказват идеи, а те да ги развиват. В процеса на работа може да им се дават и допълнителни задачи по информационни технологии – да търсят информация в интернет, да подготвят рекламни материали (плакат, брошура) за партито, да направят клип, отразяващ реално събитие (празник), да изготвят покана за празника, да намерят подходящ софтуер във виртуалния кабинет по математика [2] и да го адаптират за техните задачи.

3. Примерни варианти

Първи вариант на сценарий. Работи се със следния списък от задължения:

- финансово осигуряване на партито;
- избор на тоалет – “По дрехите посрещат, по решението на задачата изпращат“;
- доставка на хранителни продукти.

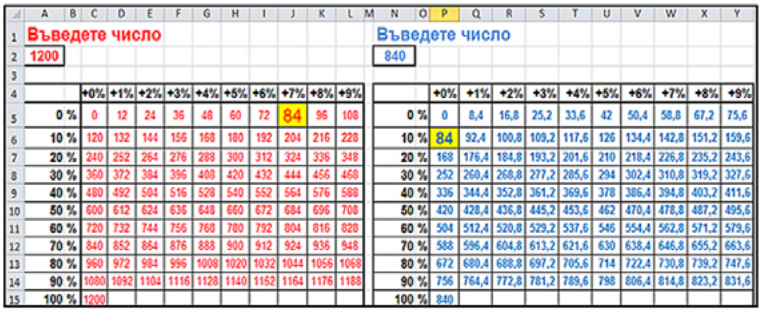
Задача 1. (За финансово осигуряване на партито) *Бащата на Ели получава по 1200 лева на месец, а майката – по 840 лева.*

a) По случай рождения ден на Ели те решили да отделят по равна сума от заплатите си, ненадхвърляща половината им заплата. По колко процента от заплатата си най-малко трябва да отдели всеки от тях, ако е известно, че търсеното число е цяло?

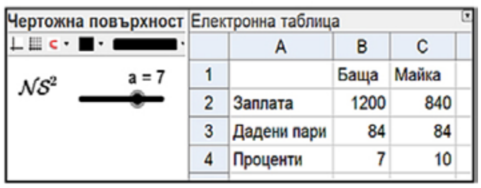
b) Всички разходи са най-малко 1600 лева, бабата и дядото на Ели са дали общо 720 лева, а майка й планува да отдели между 35% и 50% включително от заплатата си. Най-малко колко процента от заплатата си трябва да даде бащата на Ели, за да е сигурен че ще осигури средствата независимо от решението на майката?

Указание към Задача 1a: Ако се решава с *Excel* (Фигура 1), заплатите се въвеждат в A2 и N2, след което останалите клетки автоматично се попълват. Сравняват се числата от двете таблици до първо съвпадение (следи се от малко към голямо). Отчитат се процентите, които за бащата са 7, а за майката 10.

Ако се решава с *Geogebra* (Фигура 2), експериментира се с плъзгача до намиране на най-малката цяла стойност за броя на процентите.



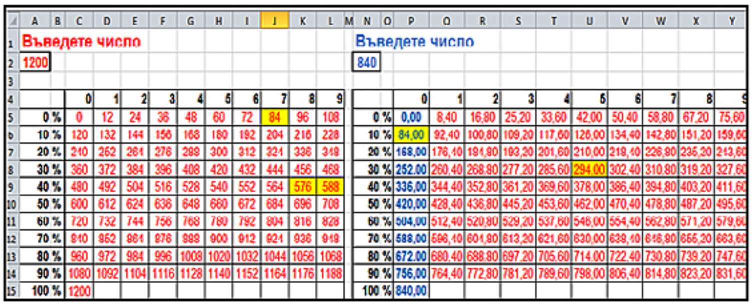
Фигура1. Решението с Excel



Фигура 2. Решението с *GeoGebra*

Указание към Задача 1b: От таблицата вляво се вижда, че майката е решила да даде най-малко 294 лева. За бащата остава да осигури най-малко 586 лева.

От таблицата вдясно се отчитат процентите за бащата (Фигура 3).



Въведете число

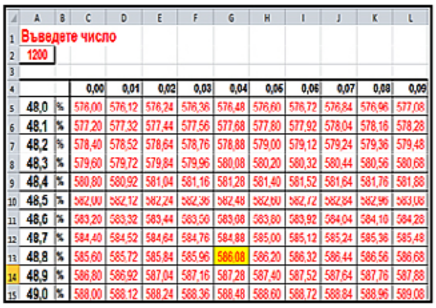
1200

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0 %	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108
10 %	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
20 %	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348
30 %	360	372	384	396	408	420	432	444	456	468
40 %	480	492	504	516	528	540	552	564	576	588
50 %	600	612	624	636	648	660	672	684	696	708
60 %	720	732	744	756	768	780	792	804	816	828
70 %	840	852	864	876	888	900	912	924	936	948
80 %	960	972	984	996	1008	1020	1032	1044	1056	1068
90 %	1080	1092	1104	1116	1128	1140	1152	1164	1176	1188
100 %	1200									

Въведете число

840

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0 %	0,00	8,40	16,80	25,20	33,60	42,00	50,40	58,80	67,20	75,60
10 %	84,00	92,40	100,80	109,20	117,60	126,00	134,40	142,80	151,20	159,60
20 %	168,00	176,40	184,80	193,20	201,60	210,00	218,40	226,80	235,20	243,60
30 %	252,00	260,40	268,80	277,20	285,60	294,00	302,40	310,80	319,20	327,60
40 %	336,00	344,40	352,80	361,20	369,60	378,00	386,40	394,80	403,20	411,60
50 %	420,00	428,40	436,80	445,20	453,60	462,00	470,40	478,80	487,20	495,60
60 %	504,00	512,40	520,80	529,20	537,60	546,00	554,40	562,80	571,20	579,60
70 %	588,00	596,40	604,80	613,20	621,60	630,00	638,40	646,80	655,20	663,60
80 %	672,00	680,40	688,80	697,20	705,60	714,00	722,40	730,80	739,20	747,60
90 %	756,00	764,40	772,80	781,20	789,60	798,00	806,40	814,80	823,20	831,60
100 %	840,00									



Въведете число

1200

		0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
48,0	%	576,00	576,12	576,24	576,36	576,48	576,60	576,72	576,84	576,96	577,08
48,1	%	577,20	577,32	577,44	577,56	577,68	577,80	577,92	578,04	578,16	578,28
48,2	%	578,40	578,52	578,64	578,76	578,88	579,00	579,12	579,24	579,36	579,48
48,3	%	579,60	579,72	579,84	579,96	580,08	580,20	580,32	580,44	580,56	580,68
48,4	%	580,80	580,92	581,04	581,16	581,28	581,40	581,52	581,64	581,76	581,88
48,5	%	582,00	582,12	582,24	582,36	582,48	582,60	582,72	582,84	582,96	583,08
48,6	%	583,20	583,32	583,44	583,56	583,68	583,80	583,92	584,04	584,16	584,28
48,7	%	584,40	584,52	584,64	584,76	584,88	585,00	585,12	585,24	585,36	585,48
48,8	%	585,60	585,72	585,84	585,96	586,08	586,20	586,32	586,44	586,56	586,68
48,9	%	586,80	586,92	587,04	587,16	587,28	587,40	587,52	587,64	587,76	587,88
49,0	%	588,00	588,12	588,24	588,36	588,48	588,60	588,72	588,84	588,96	589,08

Фигура 3. Илюстрация на указанието към Задача 1b.

Задача 2. (За финансово осигуряване на партито) *За осемнадесетия рожден ден Ася получила от майка си 500 лева, с които си направила влог в* банка1 *при сложна лихва 20%, а от баща си получила 800 лева и ги внесла в* банка2 *при сложна лихва 2%. За кой рожден ден най-рано парите й в* банка1 *ще бъдат повече от парите й в* банка2?

Указание към Задача 2: Търси се най-малката цяла стойност на x, за която f (x)<g(x) (Фигура 4).

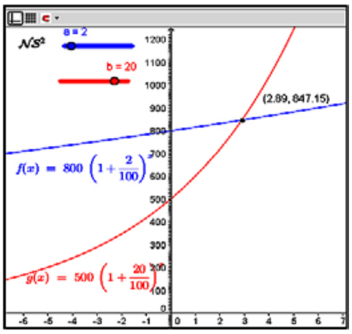
Задача 3. (За избор на тоалет) *За предстоящото парти Лили си купила рокля, като за нея платила 60% от наличните си пари. Добавила към покупката и обувки на цена 60% от цената на роклята. Харесала си и чанта с 25% по-евтина от обувките, но не можела да си я купи, защото общата сума надхвърляла с 23 лева средствата й.*

a) Колко лева струва чантата?

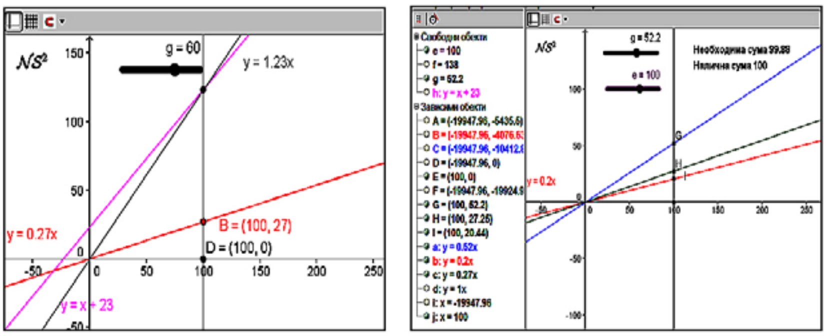
b) С колко процента най-малко трябва да се намали цената на роклята, за да може Лили да си купи и трите неща и на каква цена ще бъдат?

Указание към Задача 3а: Нека x е наличната сума. Функциите y=1.23x и y=x+23 изчисляват цената на трите покупки общо, а y=0.27x – цената на чантата (Фигура 5, ляво). Ординатата на точка B дава цената на чантата.

Указание към Задача 3b: Плъзгач e=100 (наличната сума) (Фигура 5, дясно). Цената на роклята е g% от наличната сума.



Фигура 4. Към решението на Задача 2.



Фигура 5. Към решението на 3а и 3b

Задача 4. (За доставка на хранителни продукти) *За парти са необходими 20 килограма домати. Предвидена е сума за закупуването им при цена 3,6 лева за килограм. В деня на пазаруването цената на доматите била намалена с а%. С надеждата, че ще има още намаление, доставчикът закупил само половината от необходимото количество. На следващия ден купил и останалата част, но за негово съжаление цената била увеличена с а% в сравнение с предния ден. Колко трябва да е а, за да се спестят поне 5 лева, в сравнение с първоначално предвидените?*

Указание към Задача 4:

Първи начин. Въвеждат се данни в А2 и D2, а всички останали клетки се попълват автоматично. Експериментира с различни стойности на а (Фигура 6, ляво).

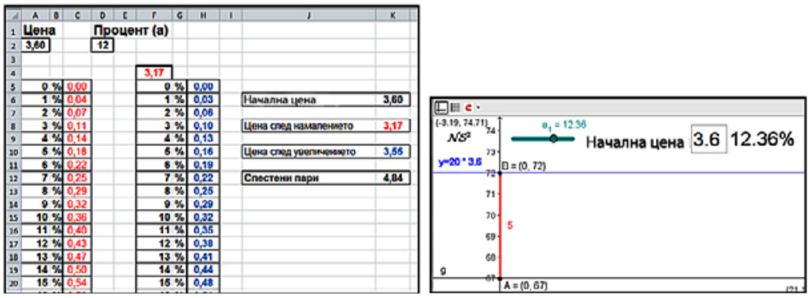
Втори начин. С помощта на плъзгача а1 се експериментира, за да се определят процентите. Дължината на АВ е равна на спестените пари (Фигура 6, дясно).

Втори вариант на сценарий. Работи се със следния списък от задължения:

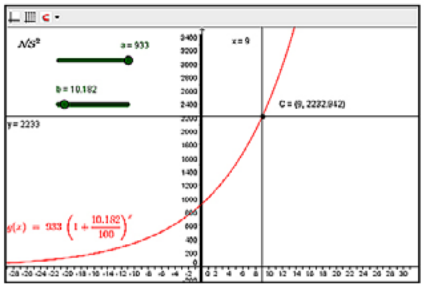
- осигуряване на финансови средства;
- намиране на подходящо място за партито;
- уточняване списъка с гости;
- забавления.

Задача 1. (За осигуряване на финансови средства) *За юбилея си след точно 9 години Асенов решил да събира пари, като внесе определена сума в банката и разчита на увеличаването ѝ от сложната лихвата. Ако разноските по юбилея са 1300 лева и първоначално внесената сума е 933лева, какъв лихвен процент би осигурил необходимите средства само от лихвата*?

Указание към Задача 1: Точка С е сечение на графиките на x=9 и g(x). С помощта на плъзгача b се експериментира, докато т. С се позиционира върху графиката на y(x) (Фигура 7).



Фигура 6. Към решението на Задача 4 - с Excel и с *GeoGebra*

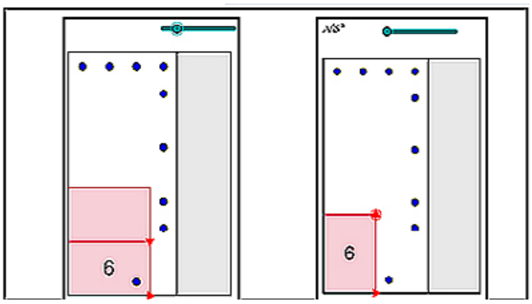


Фигура 7. Към решението на Задача 1

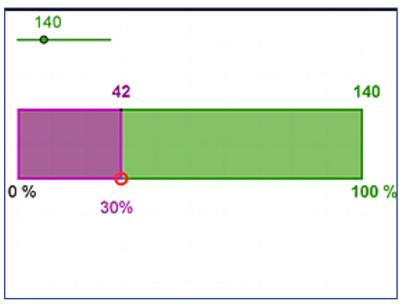
Задача 2. (За намиране на подходящо място за партито.) *В зала2 на ресторант „Луна" ще изграждат сепарета. Изборът е между два вида – за четири души, заемащи квадратна площ със страна 2м, и за шест човека, заемащи правоъгълна площ с размери 3м и 2м. Подът на залата е правоъгълник с размери 6м и 9м. На схемата с точки са означени местата, където могат да се поставят саксии с цветя. Те трябва да бъдат извън сепаретата. Сепаретата трябва да са еднакви, ориентирани в една и съща посока, плътно едно до друго и допиращи се до стената, означена на схемата с удебелена отсечка. С „X" (Фигура 8) е маркирано мястото, където задължително трябва да има сепаре.*

Колко души най-много може да събере заведението, ако саксиите са извън сепаретата и освен това:

Фигура 8. План на мястото



Фигура 9. Динамичен модел на сепаретата



Фигура 10. Изследване на ситуацията

a) *на всички възможни места се поставят цветя;*

b) *саксиите са поне осем;*

Указание към Задача 2: Динамичните правоъгълници конфигурират сепаретата, а плъзгачът определя броя им (Фигура 9). За всяка една от ситуациите се съобразява броят на саксиите.

Задача 3. (За уточняване списъка с гости) *Списъкът за гостите на рождения ден на Мими е от 150 души. От тях 8% са роднини, 14% - колеги, останалите са приятели, които не са роднини или колеги. В деня на тържеството се оказало, че един от роднините е болен и не може да дойде, а двама колеги са в командировка и също ще отсъстват. Колко процента са приятелите, които не са роднини или колеги?*

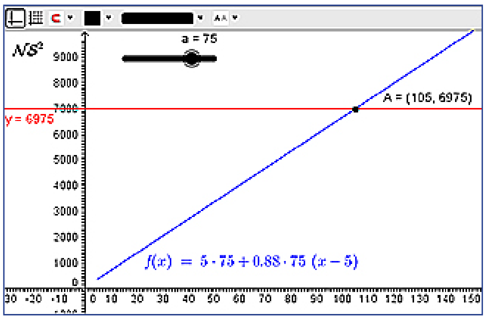
Указание към Задача 3: Учениците може да бъдат насочени към предложения динамичен файл във виртуалния кабинет по математика [2] (Фигура 10), да се опитат да решат задачата си с него, а след това да направят собствен вариант, като използват *Excel* или *Geogebra*.

Задача 4. (За уточняване списъка с гости или за осигуряване на средства) *На фирмено тържество пристигнали 5 непредвидени гости без отстъпка за кувертите, която за останалите е 12%. Колко са хората общо, ако цялата сума е 6975 лв. и цената на куверта е цяло число, по-голямо от 60 лв.?*

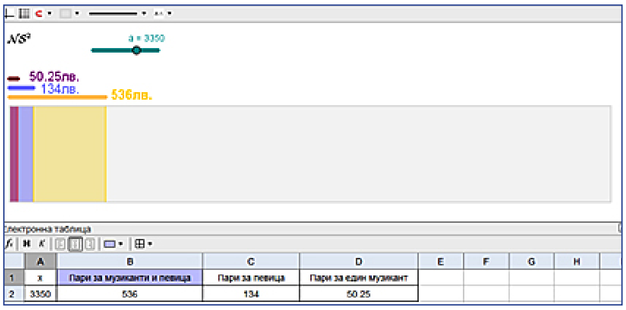
Указание към Задача 4: С плъзгача се определя кога x(A) е цяло число (Фигура 11).

Задача 5. *За забавление на гостите на бал с маски са използвани X лева. Те са разпределени за водещ, танцьори, актьори, като 16% от сумата са за 8 музиканти и певица. По колко лева е получил всеки музикант, ако певицата е взела 96 лв. и те са 25% от общата сума за музикантите и нея?*

Указание към Задача 5: Сумата се определя с помощта на плъзгача (Фигура 12).



Фигура 11. Към решението на Задача 4



Фигура 12. Към решението на Задача 5

Заключение

Съставянето на задачи, близки до собствения им свят, и изготвянето на подходящ динамичен софтуер развиват креативните способности на учениците, подобряват уменията им за работа в екип и допринасят за повишаване на математическите, дигиталните и социалните им компетентности [3, 4].

Литература

1. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99 –105
2. Chehlarova, T., G. Gachev, P. Kenderov, E. Sendova. (2014) A Virtual School Mathematics Laboratory. В: V-а Национална конференция по електронно обучение, pp.146-15
3. Stoianova N., Radanov R., (1989) Children's Software House, 3d international conference children in the information age
4. Stoyanova, N. (1999) The Students – Autors of Tasks, EUROLOGO'99, Sofia, Bulgaria, pp. 334-339

Геометрия и моден дизайн

Нели Христозова
neli6hristozova@gmail.com
VI ОУ „Свети Никола“, Стара Загора

Резюме: В статията се споделя опит за приложение на изследователския подход и динамичната система *GeoGebra* за обобщаване на знанията по геометрия в 7-и клас чрез практическата работа „Геометрия и моден дизайн“. Учениците сами създават модели и изработват аксесоари към тях, организират изложба в Регионалния исторически музей и на практика защитават знанията и творчеството си.

Ключови думи: *матемагическа компетентност, дигитална компетентност, геометрия, стереометрия, моден дизайн, изследователски подход*

1. Увод

Много често моите ученици ми задават въпроса: „Г-жо къде ще ни трябват знанията по математика?“ Разбирам, че те имат потребност от осмисляне на наученото чрез практическо приложение. Поставих се на тяхно място и установих, че ако си задам въпросите: „Какъв искам да стана? Кои знания от математиката ще ми са нужни за това?“ ще успея да отговоря на техния въпрос. Започнахме заедно да търсим отговори под мотото: „Животът е математика и още нещо...“

Моята задача бе да поставям учениците в житейски ситуации, а те – да ги решават чрез знанията си по математика, като изработят готов продукт от подръчни материали. Моята цел е: чрез преживяване да развия творческото мислене и творческите идеи на учениците и да създам условия за тяхната практическа реализация, т.е. да обогатявам математическата им компетентност [1] чрез преживяване.

В края на всеки изучен дял по математика аз организирам открито занимание пред родители и общественост извън училище. На него учениците представят и защитават труда си по определена тема, избрана от тях. Оганизацията е следната:

Децата се групират по желание. Всяка група изпълнява поръчка в дадено математическо направление. В повечето случаи се изработва някакъв продукт и презентация, която показва различните етапи на работа. На откритото занимание учениците защитават труда си пред авторитетно, независимо жури от научни работници в областта на математиката и техниката. Основните критерии за оценка на журито са:

- Многообразие и творческо приложение на математическите знания, използвани при реализирането на продукта
- Достъпни и на разумни цени на материалите за изработка
- Практическа стойност и приложение на изделието
- Естетичност и оптимален дизайн на продукта според зададени критерии
- Артистичност и убедителност при представяне на проекта

2. Геометрия + мода = ?

Ще споделя опита си по темата „Геометрия и моден дизайн“, вдъхновена от разработки, в които по естествен начин бяха интегрирани модният дизайн, изкуството на Соня Делоне, математиката и информатиката [2, 3].

Поставих на учениците си от 7-и клас следната задача:

Задача 1. *Проучете приложението на геометричните фигури в съвременните модни тенденции.*

Обобщеният резултат от проучването на децата може да се представи така:

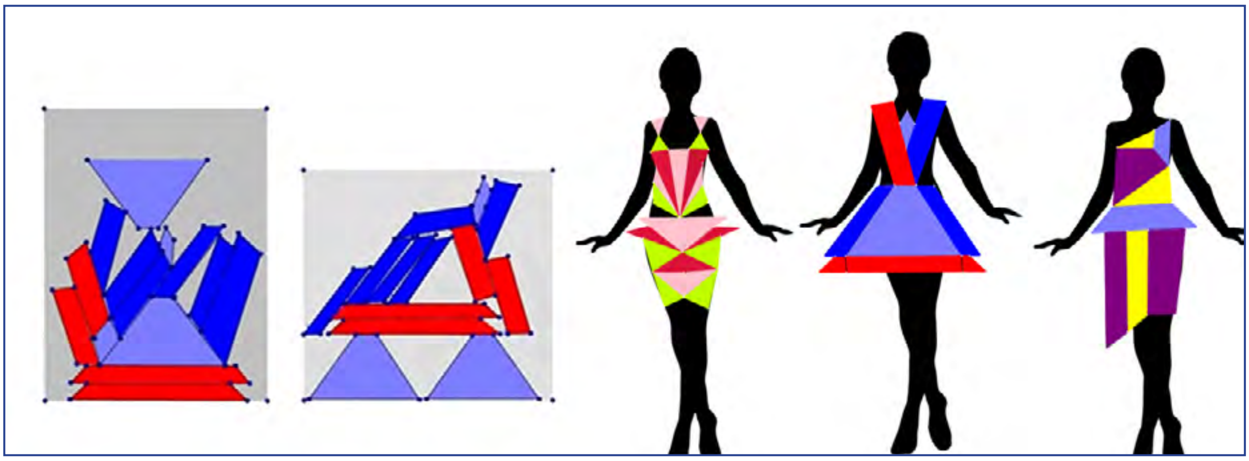
Моден дизайн е изкуството за проектиране на дрехи, които са едновременно функционални и естетически приятни. Дизайнът на геометрична форма се използва широко в ежедневието, като например Product Design, Communication Design и Digital Animation. В действителност, това е необходим елемент на художественото творчество. Ето защо световно известните съвременни дизайнери съветват учениците и студентите си да не хвърлят учебниците си по математика. За да се избегне и наруши традиционализма в моделите, дизайнерите използват геометричната форма като основна структура за създаване на тримерен силует. В резултат на това облеклото произвежда визуални ефекти с движение на тялото.

Архитектурата и модата също имат много общи неща. Дизайнерите ползват архитектурата за генериране на форми. Те създават структура, дизайн линии и форми. Както казва Коко Шанел: "Модата е архитектура. Това е въпрос за мярка." В архитектурни вдъхновения от 2012 г. преобладават фигури като многостени, триъгълници и квадрати - най-горещите елементи в поли или рокли. Ако обърнем сега внимание на текстила, там също ще открием геометрия. Особено в творчеството на френската художничка Соня Делоне. Тя се занимава сериозно с текстил, особено в годините след Първата световна война, когато живее в Португалия и Испания. Ярките цветове на юга, в съчетание с любимите на Соня геометрични фигури и задължителните кръгове, изглеждали отлично върху рокли.

След като учениците се запознаха с приложението на геометрията в създаването на тоалетите, аз им поставих следващата задача.

Задача 2. *Създайте модели на летен дамски тоалет с компютърната програма GeoGebra, който да отговаря на следните условия: а) да е само от триъгълници; б) да е само от четириъгълници; в) да е от триъгълници и четириъгълници. В кой от случаите е необходим най-малко плат*?

При налагане на фигурите върху плата сме включили и плата за шевовете в самите фигури. Най-малко плат ще използваме за направата на модела само от четириъгълници. Ако вземем плат с единична ширина (0.80 м) дължината ще трябва да е 2.24 м. Ако вземем плат с двойна ширина (1.40 м) той трябва да е дълъг 1.50 м. Лицата са намерени с програмата *GeoGebra*. Фигура 1 показва един от вариантите на решение, предложени от екипа на Габриела Посталова и Мадлин Раджу.



Фигура 1. Динамични кройки и модели, разработени от ученици

Тези задачи могат успешно да се използват в 5. клас – след изучаване на лица на фигури, в 6. клас – след „Стереометрия“, в 7. клас – като обобщение на дялове „Еднакви триъгълници“ и „Четириъгълници“ и в 8. клас – при дял „Еднаквости“.

След всяка стъпка по изпълнение и решение на задачата учениците се вдъхновяваха и предлагаха различни варианти на решения. Никой не се ограничи само с едно единствено решение. Повечето деца творчески продължиха условието на задачата, като предложиха и изработиха аксесоари към предложените модели. Този път използваха стереометрията. Направиха гривни, диадеми, бижута. Домашното куче на Габи също получи подарък – модел за тоалет. Някои момичета изработиха от подръчни материали моделите си и с тях облякоха куклите си като манекени. Така геометрия и мода станаха добро занимание на всички ученици, независимо от училищните им резултати по математика. Това даде шанс на всяко дете от 7. клас да покаже ново виждане за приложенията на знанията си в практиката. Направената изложба в историческия музей (Фигура 2) утвърди признанието на труда на учениците, повдигна тяхното самочувствие и увереност.

Фигура 2. Младите дизайнери в действие

3. Заключение

В основата на моята работа стои изследователският подход на преподаване, връзката с професионалната сфера и развиването на математическата и дигиталната компетентност на учениците [4].

Аз широко ги използвам в ежедневната си работа, защото чрез тях провокирам сред учениците интерес към научните дисциплини; осъществявам връзка с всекидневния живот; създавам постоянен и стабилен ефект за мотивация за учене и труд.

Литература

1. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
2. Сендова, Е. (2002), Мода и моделиране (или как да впрегнем математиката и информатиката в изкуството), Математика и информатика, кн. 2, с. 60-72
3. Sendova, E., Grkovska, S. (2005) Vsisual Modelling as a Motivation for Studying Mathematics and Art), In Gregorczyk, G et al (Eds.) Proceedings, EUROLOGO'2005, pp. 12-23
4. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2013) Европейският проект MASCIL - математика и пхриродни науки за цял живот, Математика и математическо образование, т. 42, с. 183–186

[1] **Бел.ред.** Още идеи могат да се намерят в книгата How fashion designers use math (Как модните дизайнери използват математиката) http://www.slideshare.net/helgasrodrigues/how-fashion-designers-use-math

Динамична математика с *GeoGebra*

Николина Цветкова
учител по математика и ИТ
ОУ "Св. св. Кирил и Методий", Мездра

Резюме: В статията се разглеждат примери на използване на динамичен софтуер (*GeoGebra*) при темите: Графики на функции и Еднаквости. Коментира се повишената мотивация на ученици от 8. клас от сравнително малко българско училище, където има и деца от друг етнос при изучаването на математика в динамична компютърна среда, в изследователски дух.

Ключови думи: *усет за инициатива, дигитална и математическа компетентност, учене в изследователски стил, функции, еднаквости, динамичен софтуер*

1. Увод

Живеем в динамично време. Информация ни залива отвсякъде. Децата са технологично много добре подготвени и, макар да не обичат да четат книги, с най-голям интерес си „чатят" (говорят) чрез различни информационни способи. Лошо, нали? Таблицата не знаят, книги не четат, но с таблета, телефона заспиват и се събуждат.

Международни изследвания (като например PISA) поставят нашите ученици на едно от последните места в света по математически компетенности и знания. А това е резултат от понижения интерес на подрастващите към „сухата" наука, наречена математика. Този предмет е наситен с много формули и зависимости, които трудно се запомнят, а резултатите са „скрити". Децата обичат да виждат бързите промени, или просто казано, когато има динамика, интересът е по-голям.

Сериозният спад на интереса към предмета математика може да бъде променен не само с нормативни промени, а и чрез промяна на методите на преподаване. Дошло е време преподаването и изучаването на многобройни факти да отстъпи място на изясняването на връзката между факти и явления, на разбирането на това как функционира светът като цяло. Учениците от пасивни наблюдатели трябва да се превърнат в откриватели на нови факти и явления. Те трябва да бъдат насърчавани смело да работят, да провеждат различини опити, да провеждат експерименти, да търсят информация, да задават въпроси, да издигат и защитават свои хипотези, като работят самостоятелно, с все по-малко учителско присъствие и опека, с други думи – да учат в изследователски стил [1].

С помощта на експерименти човек може да научи много неща до степен да борави с тях в житейска ситуация. А това вече говори за знания от друго ниво. От българския учител се очаква да предложи на подрастващите знанията по атрактивен начин, като централно място заема ученикът, превърнат в експериментатор, въоръжен с най-новите постижения на информационните технологии.

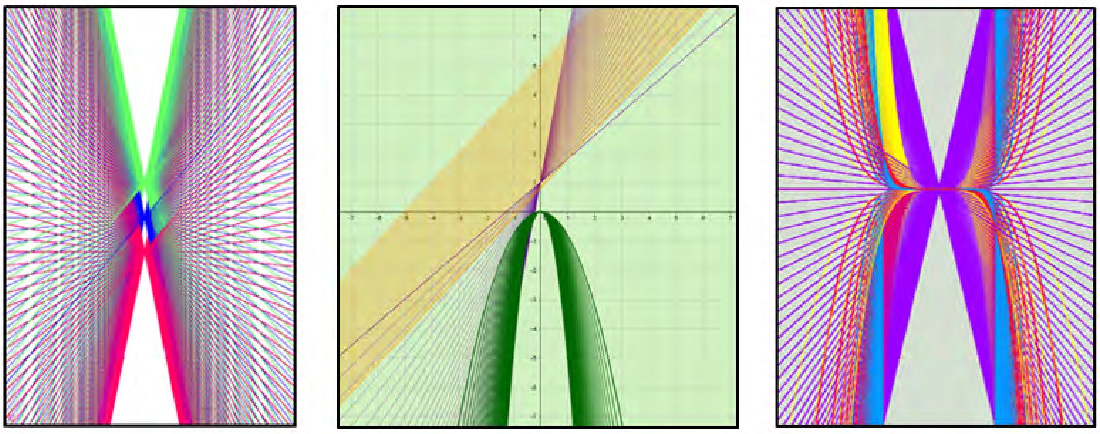
Като учител по математика и ИТ в едно сравнително малко българско училище, където има и деца от друг етнос, се старая да направя за тях математиката едновременно привлекателна и достъпна. Защото нека не забравяме, че някои ученици от началния курс трудно научават дори таблицата за умножение, а традиционно изучаваната математиката в 5-8 клас е нещо сложно и непосилно за мнозина.

Но в часовете, в които използвам *GeoGebra*, изучавният материал в 8. клас става много интересен. През последните ми години на работа откривам все повече възможности за приложения на последната програма. По-долу споделям опита си от изучаване на функции и еднаквости в 8. клас.

2. „Да вдъхнем живот" на графиките на функциите

В продължение на 2-3 учебни години, като преподавател на едни и същи ученици по ИТ и математика, използвам всеки удобен момент да показвам на учениците си какво може да се прави с тази програма. И когато са в 8. клас, те вече знаят да чертаят много фигури и развивки на тела. Могат да оцветяват начертаните фигури. А когато има и цвят, картината е по-интересна.

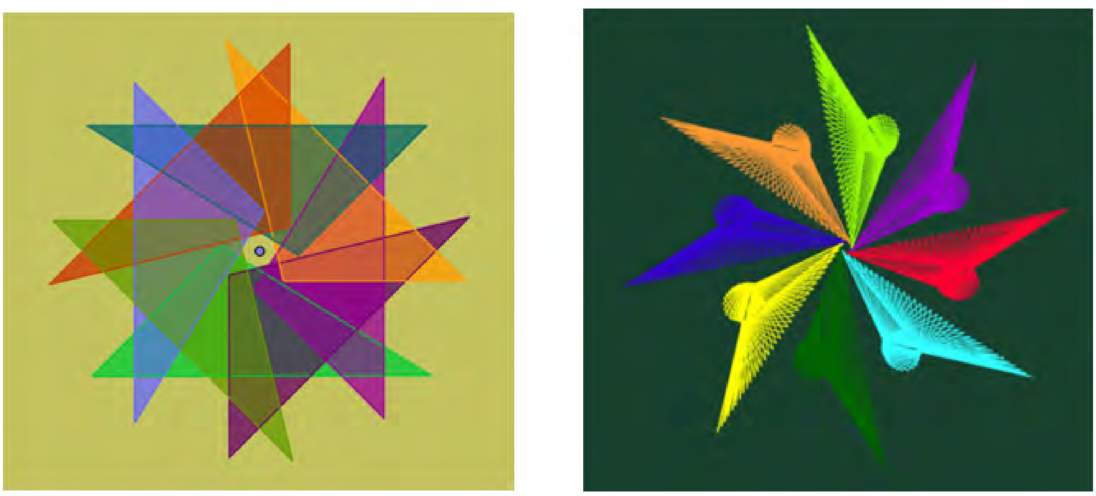
В обобщителен урок за упражнения върху права и обратна пропорционалност, линейна и квадратна функция прилагаме всички придобити до този момент знания за работа с горепосочената програма. Учениците въвеждат най-малко по две функции, въвеждат и плъзгач. Избират цвят за линията и фон за чертожната повърхност. И без напълно да осъзнават, че като движат плъзгача, могат да наблюдават какви свойства има съответната функция, те създават много красиви картини (Фигура 1).



Фигура 1. Експерименти с графиките на функции

Това много ги привлича и те предпочитат да работим в компютърна зала. Едва тогава част от тях осмислят ролята на коефициентите на съответните функции.

Темата за 8. клас *Еднаквости* също предразполага за много творчество. Истина е, че е трудно да мотивираме учениците да построяват еднакви фигури с молив и пергел. Но с помощта на динамичен софтуер като *GeoGebra* учениците успяват отново да направят много красиви картини (Фигура 2).



Фигура 2. Експерименти с еднаквости

Използването на плъзгач позволява работата на компютъра да бъде "спряна" в този момент, в който картината най-много ни харесва. Това позволява от един файл във формат *ggb* да се получават много картини. Учениците избират цвят на фигурата и фон по свой вкус. Едни от най-красивите картини се получават, като се работи на черен фон. Но съветвам децата да избират и други цветове, като съчетават с цвета на другите линии или фигури.

3. Заключение

Така се опитвам да развивам различни ключови компетентности [2, 3] у моите ученици – усет за инициатива, дигитална и математическа компетентност, учене в изследователски дух.

„Рано или късно всяка правилна математическа идея е намирала приложение в една или друга работа" – казва Алексей Николаевич Крилов, бащата на съветската авиация. Навлизането на информационните технологии в бита на съвременния човек налага използването им и в обучението.

Учителят на новото поколение трябва да се подготви с нови методи на преподаване, така че "скучната" наука математика да стане отново интересна и желана. Не е тайна за никого, че в основата на целия технически прогрес лежи математиката. Ето защо учителят на 21. век трябва да предлага на учениците си нов вид обучение – по-модерно и по-интересно, различно от традиционното.

Литература

1. Сендова, Е., Чехларова, Т. Да съживим изследователския подход в математическото образование, сп. Математика и информатика, бр. 5, 2010. с. 3-10
2. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
3. Кендеров, П., Чехларова, Т., Сендова,. Е. (2015) Европейският проект KeyCoMath и ориентираното към усвояване на ключовите компетентности образование по математика, Математика и математическо образование, т. 44, с. 155–157

Симетричните функции в помощ на физичните явления

Динко Цвятков
dinko_cvetkov@abv.bg
СОУ „Ив. Вазов“, гр. Стара Загора

Резюме: Динамиката на съвременния живот и бързата промяна на технологиите изисква нов начин на преподаване на знанието. Изследователският подход започва да намира все по-голямо приложение в съвременната класна стая, където учителят е медиаторът, който води класа си в откриване на новото знание. В настоящата статия ще разгледаме симетрични функции, с които ще направим препратка към физиката и физичните явления. Наш помощник ще бъде софтуерът за динамична математика *GeoGebra*.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер, физични явления, математическа компетентност, дигитална компетентност, социални компетентности*

Математиката не е всичко, но без математика всичко е нищо

Ханс Олаф Хенкел

1. Увод

Още в древността едно от най-важните достойнства за човека е владеенето на математически знания. Думата "математика" в превод от гръцки означава *знание*, *наука*. Ролята и значението на математиката в съвременния живот непрекъснато нараства. Тя става неотменна част от знанието за заобикалящия ни свят.

Съвременният учител по математика в България е добре да води часовете си, като съобразява и оценява начина си на работа в съответствие с Европейската референтна рамка за ключовите умения за учене през целия живот, разгледана в контекста на проекта *KeyCoMath*[1]. Дейностите в нея са съсредоточени върху основните ключови компетентности в основните и средните училища, а тези, които най-добре могат да се развият чрез математическото образование – в [2].

Математическата компетентност насърчава активното проучвателно обучение на учениците в открити и нетрадиционни ситуации. Използването на изследователския подход в обучението по математика е с цел задълбочаване на тяхната способност за математическо мислене и подпомагане развитието на математическото разбиране, връзката на математиката с останалите природни науки.

Общуването на роден език е неотменна част от образователния процес за всяко дете. Тук се констатира преплитане между изучаването на математика и общуването между учениците в устна или писмена форма. Учениците се насърчават да говорят за математика, за да обсъждат идеите си, да напишат мислите и разсъжденията си и да представят своите резултати.

По отношение на дигиталната компетентност в учебния процес по математика важно е насърчаването на учениците да работят с иновативни учебни среди, които включват цифрови носители на информация като електронни таблици, софтуер за динамична математика и т. н.

Особено важни са индивидуалните умения за самостоятелно учене на отделния ученик. Те са предпоставка за изграждане и развитие на умения за самостоятелното обучение. Динамиката на ежедневието изисква нашите ученици да могат самостоятелно да надграждат своите знания и умения и да продължават да учат през целия си живот. По този начин те развиват способности да управляват процесите в своя живот както индивидуално, така и в групи. Те трябва да знаят кого да потърсят за съвет и подкрепа и именно по този начин развиват своите социални компетенции.

В часовете по математика учениците трябва да се насърчават да бъдат креативни, активни и да превърнат идеите си в действие. Тук те развиват способности да планират, организират и ръководят работата си. Тези практически умения са важни не само за часовете по математика, но и за целия им съзнателен живот, като неотменна част от когнитивния процес.

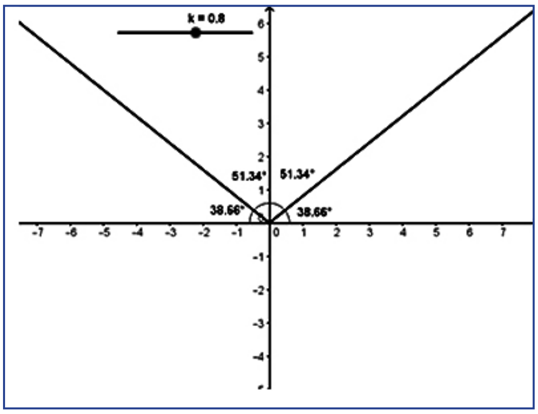
Езикът на математиката обяснява случващото се около нас. Всяко природно явление, всяка електронна „играчка” в джоба ни се основава на физично явление. По-долу ще разгледам симетрични функции, изучавани в 8. клас, които са идеален помощник за обяснението на редица физични явления.

2. Модулната функция y=|kx|

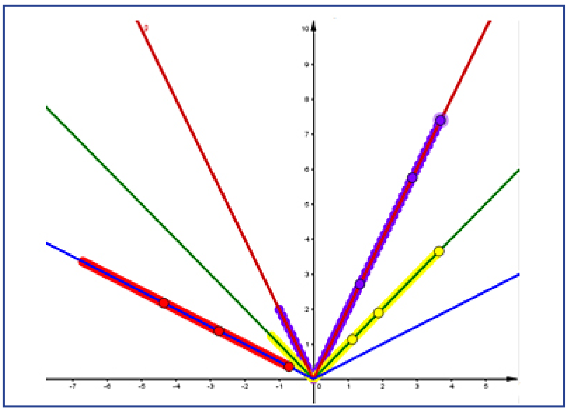
Модулната функция y=|kx| се оказа идеален помощник при обяснението на явлението "Отражение на светлината". С помощта на софтуера за динамична математика *GeoGebra* начертаваме графиката на функцията (Фигура 1). С помощта на плъзгач дефинираме стойносттите на k. Не бива да забравяме, че всяка точка в *GeoGebra* може да оставя следа при движението си [3]. В 8. клас децата не са учили за природата на светлината, за корпускулярно-вълновия дуализъм, но учителят по математика може да стъпи на чисто геометричния характер на отражението на светлината, а именно, че ъгълът на падане е равен на ъгъла на отражение. Самото изследване започва с въпроса:

Дали ъглите, които сключва графиката на модулната функция с абсцисната ос, са равни?

С помощта на плъзгача лесно се онагледява, че за произволна стойност на параметъра k, тези ъгли винаги са равни. Следва и самото онагледяване на явлението отражение на светлината. Начертаваме графиките на няколко модулни функции и избираме точки от техните графики. Пускаме точките в режим на анимация и показваме светлината като поток от точки, които падат на повърхността и се отразяват от нея (Фигура 2).



Фигура 1. Графика на модулна функция



Фигура 2. Светлината като поток от точки (корпускули)

3. Квадратната функция y=ax²+bx+c

Въпреки че в часовете по математика в 8. клас се изучава само функцията $y=ax^2$, учениците вече могат да решават квадратно уравнение и са учили по физика законите за движението, където законът за пътя при равноускорително или равнозакъснително движение се задава с функция.

Виждайки законите за пътя, учениците лесно могат да установят, че пътят S е представен като функция на времето t. С помощта на ресурса за квадратната функция от Виртуалния училищен кабинет по математика [4], учениците сами могат да открият при какви стойности на параметрите функцията се движи нагоре и надолу, наляво и надясно в координатната система, има ли забележителни точки от нейната графика, кои са техните характеристики, да открият симетрията в нейната графика и т. н.

Въз основа на установените факти можем да решаваме в часовете по ЗИП математика в 8. клас задачи от вида:

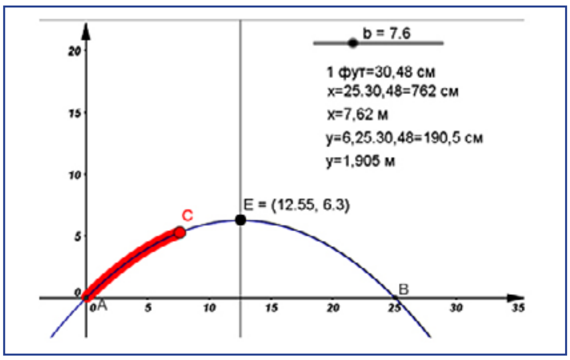
Задача 1: *Ана играе голф. На четвъртото място, където се поставя топката за удар, тя удря бавно по равната алея. Пътят на топката следва парабола, описана от уравнението: $y=x-0.04x^2$. С x означаваме разстоянието, което топката изминава по хоризонтала, а с y – височината, на която топката се издига. Разстоянията са измервани във футове. Колко далеч от мястото за удар топката ще удари земята? На какво разстояние x от мястото за удар топката ще достигне максимална височина? Каква е максималната височина*?

С помощта на *GeoGebra* правим динамичен файл, в който построяваме графиката на квадратната функция (Фигура 3). Точката С описва движението на топката за голф. Поставили сме началото на координатната система (т. А) в изходната позиция на топката, като крайната ѝ точка също лежи върху абсцисната ос (т. В). Разстоянието във футове превръщаме в метри. Учениците вече са установили, че върхът на параболата е най-ниската или най-високата точка от графиката на квадратната функция, която я описва, затова и максималната височина търсят във върха на параболата. Освен това те вече знаят, че оста на симетрия също минава през върха на параболата и лесно откриват, че в средата на отсечката между началната и крайната точка се достига максималната височина. Именно координатите на върха на параболата ни дават отговор на последните два въпроса от условието на задачата.

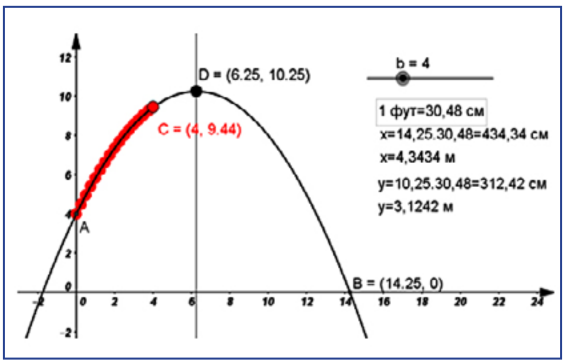
Да разгледаме една подобна ситуация.

Задача 2. *Надя хвърля топка на Петър във физкултурния салон на училището. Петър не хваща топката и тя пада на земята. Графиката показва пътя на топката, докато лети във въздуха. Уравнението, описващо пътя на топката, е: $y=4+2x-0.16x^2$. Тук y е височината на топката, а x е разстоянието ѝ до Надя по хоризонтала. Разстоянията се измерват във футове. Колко далеч от Надя топката ще удари земята? На какво разстояние от Надя топката ще достигне максимална височина? Каква е максималната височина, на която се издига топката*?

Аналогично *на Задача 1* построяваме графиката на квадратната функция (Фигура 4).



Фигура 3. Графика на функцията $y=x-0.04x^2$



Фигура 4. Графика на функцията $y=4+2x-0.16x^2$

Точката C описва движението на топката, хвърлена от Надя. Поставили сме Надя в началото на координатната система. Надя хвърля топката към Петър, като е застанала в точка A. Точката B, в която топката пада, също лежи върху абсцисната ос. Разстоянието във футове превръщаме в метри. Когато решавахме тази задача, началното положение на топката затрудни най-много учениците. Тук направихме някои препратки към физиката, за да можем да обясним началното положение на топката, пътя, който изминава и т.н. По аналогия с предходната задача дадохме отговор на последните два въпроса от задачата.

4. Как да изпаднем в състояние на безтегловност (микрогравитация)

В предишния раздел разгледахме две идеи за приложението на графиката на квадратната функция при решаването на някои задачи. Тук ще разгледаме нейното практическо приложение за симулиране на състояние на безтегловност. Учени от НАСА[1] са успели да предизвикат изкуствена микрогравитация в самолет, който извършва полети по параболична траектория над Мексиканския залив [6]. Безтегловността се изпитва в продължение на 30 секунди при всеки пик на параболата. По този начин бъдещите астронавти и космонавти могат да изпитат усещането за безтегловност. Самолетът излита над Мексиканския залив под ъгъл 45^0 със земната повърхност и е с максимална тяга на двигателите, за да влезе в параболична маневра. След достигане на височината, при която започва параболичната маневра, тягата на двигателя намалява, като ъгълът при носа на самолета се запазва. В края на маневрата пилотът отново засилва тягата на двигателите. След ”гмуркането” надолу отново подготвя самолета за нова маневра и така около 50 пъти.

Схема на такава маневра е показана в ресурса [6, с.7].

Параболата, по-която се движи самолетът, е описана със следната функция: $H=-4,9t^2+87,21t+9144$, където **H** е надморската височина в метри, а **t** е времето в секунди.

Използвайки квадратната функция, всеки ученик може да даде отговор на следните въпроси:

- *Колко време продължава полетът?*
- *Каква е максималната височина, на която се издига самолетът?*
- *Каква е височината, от която започва усещането за безтегловност?*
- *На същата височина ли свършва усещането за безтегловност?*
- *Каква част от полета е времето, прекарано в безтегловност?*

В нашия случай функцията $f(t)=\frac{1}{2}at^2+v_0t+h_0$ описва надморската височина на самолета по време на един параболичен полет по отношение на времето, през което трае този полет. Тази функция често се използва във физиката и може да се прилага към всеки обект в състояние на свободно падане.

Коефициентът a е земното ускорение.

Коефициентът v_0 е вертикалната скорост на самолета, при която той започва параболичната маневра. Вертикалната скорост на самолета при започване на параболична маневра варира от 90 m/s до 115 m/s.

Коефициентът h_0 е надморската височина, при която самолетът започва своята параболична маневра (височината, при която започва състоянието на безтегловност). Надморската височина, при която самолетът започва да маневрира, е между 8600 и 9200 метра.

[1] **Бел. ред.** В ресурс [6] от литературата е приложена форма за обратна връзка от учителите, които го използват. Насърчаваме ви да я попълните и изпратите на авторите на ресурса, за което ще ви съдействаме.

Като променят коефициентите на квадратната функция с помощта на плъзгачите, учениците могат да влязат в ролята на изследователи и да дадат отговор на следните въпроси:

- *Как се променя максималната височина на полета?*
- *Отразява ли се промяната във времето на полета?*
- *Променя ли се графиката на функцията при промяна на параметрите?*
- *Има ли промяна във времето, в което сме в състояние на микрогравитация?*
- *Колко дълго трае самият полет?*
- *При кои стойности на параметрите усещането за микрогравитция е най-голямо?*

Получените стойности учениците могат да обобщят в таблица и да направят съответните изводи.

5. Заключение

Съвременният български учител е изправен пред предизвикателството да прави науката, която преподава, по-интересна и по-достъпна за своите ученици. Той не трябва да престава да показва връзките между отделните науки и техните практични и житейски приложения. За мен истината е, че науката може да бъде изучавана по-добре, ако на учениците са известни „механизмите" за нейното създаване и ако по-често им се дава ролята на изследователи независимо дали са в класната стая или извън нея [7, 8]. Все повече трябва да оставяме учениците сами да достигат до конкретно знание и да виждат неговото практическо приложение в реалният им живот. Въпреки че те са заобиколени от електронни играчки, които ги отвеждат в един виртуален свят, аз искам те да се докоснат до науката, която е превърнала едни добри идеи в неща от тяхното ежедневие.

Литература

1. Ключовите компетентности и Европейската референтна рамка
2. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
3. Чехларова, Т. Следата. сп. Математика, бр. 6., с. 7-11. 2012
4. Chehlarova, T., G. Gachev, P. Kenderov, E. Sendova. (2014) A Virtual School Mathematics Laboratory. В: V-а Национална конференция по електронно обучение. Русе, 16-17. 06.2014. pp.146-151
5. (http://www.algebra.com/algebra/homework/quadratic/Quadratic_Equations.faq.question.56231.html) Последно посетен на 1.11.2015 г.
6. NASA – Exploring Space through MATH, Algebra 1 Series, Weightless Wonder Problem (http://www.nasa.gov/pdf/514492main_AL_ED_WW_12-04-09.pdf) Последно посетен на 1.11.2015 г.
7. Сендова, Е., Т. Чехларова. (2011) Общото в различията или Да влезеш в ролята на учен. сп. Математика и информатика, бр.5, с. 17-29
8. Цвятков, Д., (2015) Експериментът по математика – виртуален и реален. сп. Педагогически форум, бр. 2, с. 88-95

Visualizing mathematical word problems

Iordanka Gortcheva
gorcheva@math.bas.bg
IMI - BAS

Abstract. Through solving of word problems the students apply their mathematical knowledge to model and study real-life situations. Many traditional methods of problem solving implemented in K-12 school do not always lead to effective learning. The use of pictures and icons to accompany the texts of the word problems not only creates a friendly problem solving atmosphere, but also helps the students interpret the problems formulation and participate in inquiry-based learning. Applied in specialized dynamic mathematics software, the images turn the standard word problems into enthralling animated stories thus both attracting and keeping the students' interest to mathematics.

Key words: *word problems, humanitarian approach to math education, dynamic mathematics software, inquiry-based learning*

1. Introduction

Even the best-selling authors with no illustrations in their books value the proverb "A picture is worth a thousand words". The picture can be embedded in the book cover design to send a message from the publisher, sketched on a napkin in a fast food restaurant to seal the mood of the reader, or taken in the bookstore to show a line waiting for their signed copy. No matter what it looks like, it mirrors a piece of the contents and makes it intriguing or mysterious…

Solving word problems allows the students to experience the power of mathematics applications, but it also causes mathematics abundance and anxiety (Kelly & Tomhave, 1985; Tobias, 1994; Harper & Daane, 1998; Devine et al., 2012; Morsanyi, Busdraghi, & Primi, 2014).

A vivid approach to problem solving, which incorporates pictures, icons, and animation can make the mathematical concepts easier to teach, learn, explore, and perceive. Luckily, there are sufficient quantity of pictures from the internet accessible for educational purposes.

2. Bringing focus to word problems formulation

The findings of Chavez and Widmer (1982) show that quite a few elementary school teachers enjoy teaching mathematics. My teaching experience with prospective elementary school teachers explains such an attitude with their high school background, primarily in the humanities and arts (Gortcheva, Lalchev, & Tabov, 2006). It shows that a consistent approach to the university math curriculum can suppress undergraduate students' negative emotions towards mathematics and turn them into willingness to solve the great variety of word problems assigned.

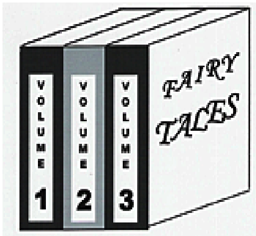
The reflections of the prospective elementary school teachers reveal that they highly valued the humanitarian approach implemented in their math classes (Gortcheva, Lalchev, & Tabov, 2006; Tabov, Muirhead, & Vassileva, 1999). It required much consideration about the word problems formulation which included an attractive plot, well known literary or cartoon characters, elements of magic, humor, etc.

The pictures accompaning the texts were also appreciated by the students. They were welcomed even when present in the tests because they mathched the problems' plots and characters and underlined important issues. For example, I used a picture of a fairy tale castle in a handout for prospective elementary school teachers to emphasize the topic of a specific assignment. The handout comprised word problems formulated as stories and fairy tales to represent mathematical ideas in a comprehensible, attractive, and memorable way. After having successfully completed their work, the prospective elementary school teachers noted that although they had not met such mathematical problems so far, they enjoyed reading about the unusual characters and plots, speculating, and inventing the solutions. They mentioned that the picture of the castle had a positive impact to successfully complete their work: it strengthened both the problems' magical atmosphere and their desire to crack them.

Often the pictures are an essential part of problems formulation and neglecting them may lead to the wrong result. The negative experience, however, can be highly educational and make the problem a students' favorite. Here is such an example:

The bookworm problem

Three volumes of fairy tales are placed on a bookshelf, as shown schematically in the figure to the right. Each volume has 200 pages. A tiny bookworm starts crawling from the first page of the first volume to the last page of the last volume, where it stops. It punches a hole into each page on its way except into the thick book covers which it bypasses. In how many pages is there a hole left after the bookworm completes its journey?



The immediate response which I received from the prospective elementary school teachers was that at the end of its journey the bookworm left a hole in all 600 pages of the three volumes. This answer, however, was incorrect. The late professor Arnold who is the author of the problem (Arnold, 2004) had similar observations. The picture of the bookshelf above is not just an illustration, but a part of the problem formulation. Therefore, it must be carefully "read" together with the text and used to "decipher" the bookworm's journey description. The attentive look at the bookshelf reveals that the 1st page of the 1st volume and the 200th page of the 3rd volume are adjacent to the 2nd volume.

To be on the safe side, the students checked these considerations on a real set of three textbooks they pulled out from someone's backpack. However, some ingenuity was needed to guess that when the bookworm punched the 1st page of the 1st volume, it also punched the 2nd page of the volume. Similarly, when it punched the 200th page of the 3rd volume, it punched the 199th page as well. This reasoning excited the students and with a lot of fun they concluded that the bookworm's journey was 2+200+2 pages long. Thus a seemingly "innocent" problem involved the whole class into inquiry-based learning and make them experience the joy of their own mathematical discoveries. It also showed that geometrical thinking is an important component of mathematical thinking and needs special care, especially when geometry classes in the prospective elementary school teachers' math curriculum are relatively few.

3. Bringing expressiveness to word problems' characters

The negative emotions towards mathematics which the prospective elementary school teachers carried from their high school period can be analyzed from various perspectives. They reveal that the knowledge gaps gradually become barriers to students' progress. As a result, boredom, a loss of interest, and avoidance of mathematics appear. With the potentials of modern learning environments and information technologies advancement in mind, such educational flaws are unacceptable. They are evidence that the 21st century students need mathematical concepts to be represented according to their interests and views much like the computer games which are a part of their everyday life and allow them to play, socialize, and race in a dynamic and interactive way.

Modern researchers in math education successfully implement information technologies in their teaching practices (Lazarov & Vassileva, 2007; Vassileva, 2011; Denchev, Kovatcheva, & Sendova, 2012; Kenderov, Sendova, & Chehlarova, 2012; Gortcheva, 2013; Chehlarova et al., 2014; Zeljić & Dabić, 2014; Zsoldos-Marchiş, 2014*)*.

The Fisherman and the dog problem which follows shows my experience how the principles of humanitarian and interdisciplinary approach to math education allow to represent a serious mathematical idea through a story and an unexpected development of the plot through a dynamic mathematics software animation. To model the situation, the students use their knowledge in Bulgarian geography as well:

The fisherman and the dog problem. *Russy the Fisherman left the port of Russe on his boat, heading to the port of Tutrakan. At the same moment Tutty the Dog also left Russe, running on the beach of the Danube towards Tutrakan. Tutty's speed was equal to the speed of the boat in still water. When each of the two reached Tutrakan, he immediately headed back to Russe.*

Did Russy the Fisherman and Tutty the Dog arrive simultaneously back in Russe? If not, who arrived first?

To emotionally tie the students to the problem and help them keep a sense of reality throughout the inquiry-based learning, I constructed an animated applet[1] in *GeoGebra* (Figure 1).

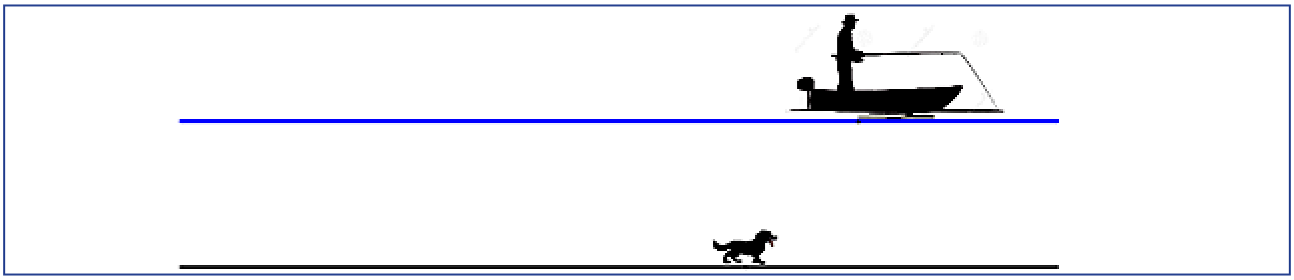


Figure 1. The icon selection brings expressiveness to the word problem characters

The students were happy to observe how Russy the Fisherman and Tutty the Dog started moving in opposite direction (Figure 2).

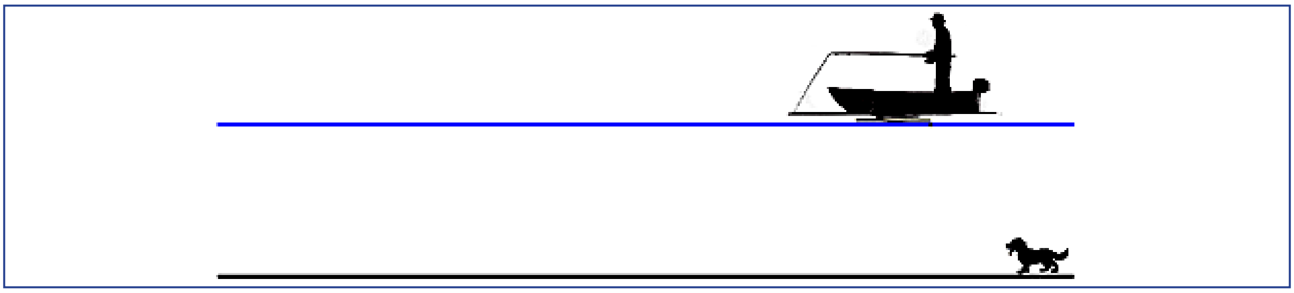


Figure 2. The "efforts" of the animated characters grab and keep the students' attention

Trying to guess who would arrive first, they explored the situation through the applet's sliders. This experience helped them find the solution and perform the algebraic operations to prove it.

[1] The pictures used in the applets here are taken from: www.clipartbest.com, http://www.shutterstock.com, http://itcteacheronthetrail.com, http://www.clker.com, http://www.dreamstime.com

4. Bringing attention to important societal issues such as road traffic safety

Animated applets of mathematical word problems can also help the students become literate participants in road traffic, both as pedestrians and drivers. The next problem models a common situation on a highway whose two lanes merge into one (Gortcheva, 2015):

The merging lanes problem. *Due to road construction work, vehicles keeping a distance of 25 meters and driving in the same direction with the same constant speed of 120 km/h in two separate lanes of the highway need to merge into one lane. After merging, they keep moving at an equal distance with equal constant speed, having adapted to the new traffic conditions. The traffic safety rules require the distance between the vehicles to be at least 9 meters. The length of the vehicles themselves is neglected.*

Rounded to tens, how many kilometers per hour is the speed of the vehicles allowed to be when entering the one-lane part of the highway?

The animated *GeoGebra* applet constructed by me simulates various road traffic situations. Thus not only does it help the teachers, students, and parents work on the solution, but hopefully trains them to act properly in complicated travel conditions.

To distinguish the vehicles travelling in the two lanes I used two different icons of cars in two different colors: red convertibles for the right lane and black sedans for the left. Implementing such an approach improved the visibility of the solution without a loss of generality. However, even a more sophisticated approach was needed:

The applet simulaions revealed that in order to keep the minimum distance of 9 meters, in some particular cases the vehicles were to wait before entering the one-lane part of the highway. To show the waiting cars I decided to keep their initial color, but reduce its intensity. Using this technique made it possible to visualize traffic conditions like bottlenecks (Figure 3) and multiple-vehicle collisions on the highway (Figure 4):

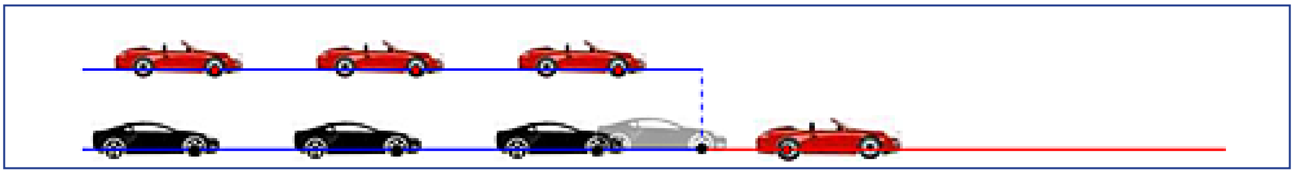


Figure 3. The animated applet demonstrates that when the speed of the cars in the one-lane part of the highway is not high enough, a bottleneck occurs

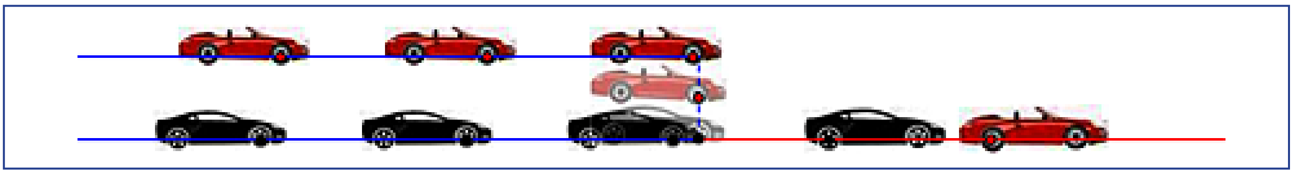


Figure 4. The animated applet shows that the inappropriate car speed can cause multiple-vehicle collisions on the highway

5. Concluding remarks

Visualization of word problems is not new in math education (Rubin, 1999; Atkinson, 2002; Yoon et al., 2006). However representations of mathematical ideas through dynamic geometry software bring in class a spirit of exploration, creativity, and fun.

Even if not a passion for mathematics, the students' passion for technology becomes a step towards understanding of mathematics and should be taken into account in lesson plans and the curriculum design.

Such an approach requires a lot of teachers' and educators' effort, but helps the students find their own paths in inquiry-based learning.

References

Arnold, V. I. (2004). Problems for children from 5 to 15. Moscow, RF: ICCME. (in Russian)

Atkinson, R. K. (2002). Optimizing learning from examples using animated pedagogical agents. Journal of Educational Psychology, 94(2), 416-427.

Chavez, A., & Widmer, C. C. (1982). Math anxiety: Elementary teachers speak for themselves. Educational Leadership, 39(5), 387-388.

Chehlarova, T., Gachev, G., Kenderov, P., & Sendova, E. (2014). A virtual school mathematics laboratory. Proceedings of the V National conference on e-education (pp.146-151). Russe, Bulgaria: Russe University.

Denchev, S., Kovatcheva, E., & Sendova, E. (2012). Education in the knowledge & creativity-based society. International Conference "ICT in Education: Pedagogy, Educational Resources and Quality Assurance" (pp. 22-26). Moscow, RF: UNESCO Institute for Information Technologies in Education.

Devine, A., Fawcett, K., Szűcs, D., & Dowker, A. (2012). Gender differences in mathematics anxiety and the relation to mathematics performance while controlling for test anxiety. Behavioral and Brain Functions, 8(33), 1-9.

Gortcheva, I. (2013). Working on extremum problems with the help of dynamic geometry systems. Acta Didactica Napocensia, 6(1), 69-76.

Gortcheva, I. (2015). Merging from two lanes into one: Modeling of road traffic with the help of information technologies. Education and technologies, 6, 209-217. (in Bulgarian)

Gortcheva, I., Lalchev, Z., & Tabov, J. (2006). Math education: A humanitarian approach in the era of computers. In Popivanov, N. et al. (Eds.), Mathematics and Education in Mathematics (pp. 104-114). Sofia, Bulgaria: Union of Bulgarian Mathematicians. (in Bulgarian)

Harper, N. W., & Daane, C. J. (1998). The causes and reduction of math anxiety in preservice elementary teachers. Action in Teacher Education, 19(4), 29-38.

Kelly, W. P., & Tomhave, W. K. (1985). A study of math anxiety/math avoidance in preservice elementary teachers. The Arithmetic Teacher, 32(5), 51-53.

Kenderov, P., Sendova, E., & Chehlarova, T. (2012). IBME and ICT – the experience in Bulgaria. In: Baptist, P., & Raab, D. (Eds.), Implementing inquiry in mathematics education (pp. 47-54). Bayreuth, Germany: Fibonacci Project.

Lazarov, B., & Vassileva, A. (2007). Didactical aspects of applying professional software in teaching mathematics in school and university. The teaching of mathematics, X(1), 37-50. (in Russian)

Morsanyi, K., Busdraghi, C., & Primi, K. (2014). Mathematical anxiety is linked to reduced cognitive reflection: A potential road from discomfort in the mathematics classroom to susceptibility to biases. Behavioral and Brain Functions, 10, 173-184.

Rubin, A. (1999). Technology meets math education: Envisioning a practical future. A paper presented at the Forum on the Future of Technology in Education. Office of Education Technology, US Department of Education.

Tabov, J., Muirhead, J., & Vassileva, A. (1999). Dante and the humanities. The teaching of mathematics, II(1), 31-40.

Tobias, S. (1994). Overcoming math anxiety. New York, NY: W. W. Norton & Co. pp. 132-167

Vassileva, A. (2011). The right way to look at a complicated problem. In: Takači, D. (Ed.), International GeoGebra Conference for Southeast Europe (pp. 78-89). Novi Sad, Serbia: Department of Mathematics and Informatics at the University of Novi Sad.

Yoon, D., Narayanan, N. H., Lee, S., & Kwon, O.-C. (2006). Exploring the effect of animation and progressive revealing on diagrammatic problem solving. In: Barker-Plummer, D., Cox, R., & Swoboda, N. (Eds.), Diagrammatic Representation and Inference: 4th International Conference (pp. 226-240). Berlin - Heidelberg, Germany: Springer Verlag.

Zeljić, M., & Dabić, M. (2014). Iconic representation as student's success factor in algebraic generalizations. Journal Plus Education, 10(1), 173-184.

Zsoldos-Marchiş, I. (2014). How in-service teachers develop electronic lessons. Acta Didactica Napocensia, 7(2), 61-67.