О ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ ОЦЕНКИ УРОВНЯ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЕМОГО

Ирина Слободская*, Александр Луканкин**, Борислав Лазаров*

* Вологодский институт права и экономики ФСИН России, Вологда, ** Московский региональный социально-экономический институт, Видное (Россия), *** Институт математики и информатики, Болгарская академия наук, София

* islobod06@mail.ru, ** a-lukankin@yandex.ru, *** lazarov@math.bas.bg

***Abstract**: Under consideration is an application of the fuzzy sets theory to assess the university students' achievements. The learning process is assumed as a type of social management, which allows formalizing it in the form of a fuzzy system. An algorithmic approach allows to orchestrate the students' training with respect to the values of the variables of the fuzzy system.*

***Keywords**: Fuzzy sets, Assessment of the students' training level, Two-dimensional fuzzy system.*

Введение

Управление любым процессом ставит своей целю достижение определенного эффекта в будущем. В рамках классической парадигмы – детерминизм, однозначность, завершенность, объективность, непрерывность, замкнутость – создавались первые математические модели различных процессов и явлений.

Но будущее не всегда ясно, и, следовательно, управление протекает в условиях неопределенности. Это порождает риск неэффективного управления, при котором намеченные цели не будут достигнуты. Одним из путей учета неопределенности было создание теории вероятностей. Появились первые неклассические модели, характерной особенностью которых был учет случайности, дополнительности, относительности и дискретности. Наиболее успешно их применяют к задачам, связанным с статистически однородными событиями массового характера. Классическая вероятность аксиоматически определена как характеристика генеральной совокупности статистически однородных случайных событий. Но в случае невыполнения этого условия, применение методов классической теории вероятностей оказывается некорректным. Другой путь – постнеклассика: самоорганизация, развитие, открытость, нелинейность, многозначность, субъективность, незавершенность. Этот путь привел к появлению теории нечетких множеств, созданной профессором Калифорнийского университета (Беркли) Лотфи А. Заде (1976). Математическая теория нечетких множеств позволяет описывать нечеткие понятия и знания, оперировать этими знаниями и делать нечеткие выводы.

Интересные результаты по применению теории нечетких множеств были достигнуты в управлении техническими объектами, где удалось расширить границу приложения систем автоматизации за пределы применимости классической теории автоматического управления. Как инструмента оценки образовательных достижении нечеткие множества применялись, например, для диагностирования уровня геометрического мышления (Perdikaris, 1996). В последнее время методы теории нечетких множеств начинают широко применяться в самых различных областях (Дядькин, 2006).

Теоретические основания с историческими комментариями

Мегамодель на вербальном уровне – «Формула прогресса» – была предложена известным в России политологом, доктором философских наук А.С. Панариным (2003) и была формализована в терминах математики в (Солодова, 2016):

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{dx_{\text{меж.отр.}}}{dt} > \frac{dx_{\text{отрас.}}}{dt}, \\ \frac{dx_{\text{фунд.}}}{dt} > \frac{dx_{\text{прикл.}}}{dt}, \\ \frac{d\,\frac{N_{\text{молод.}}}{N_{\text{общ.}}}}{dt} > 0, \\ \frac{dT_{\text{учеба}}}{dt} > \frac{dT_{\text{работа}}}{dt}, \\ \frac{dT_{\text{досуга}}}{dt} > \frac{dT_{\text{работа}}}{dt}. \end{array}\right. \quad (1)$$

Первое неравенство в системе (1) имеет смысл требования опережающих темпов роста межотраслевых знаний по сравнению с отраслевыми знаниями. Это всегда было сильной стороной советского и болгарского образования. Синтез - необходимый уровень знаний по окончанию средней школы. Но важно не повторить старые ошибки. Опять в российское образование возвратилась идея «концентрации учебных предметов», особенно для непрофильных классов (напр., для гуманитарных – «естествознание»). В 1923-1925 гг. Государственным ученым советом (ГУС) были составлены учебные государственные программы. Они ликвидировали систематический курс естествознания, расположенный по отдельным учебным предметам. Физика, химия, биология и т. д. перестали существовать как отдельные дисциплины и «растворились» в комплексе. Весь объем знаний, намеченный к изучению, был преподнесен в виде единого комплекса сведений о природе, труде и человеческом обществе. Таким путем пытались устранить существенный недостаток старой школы – разрыв между учебными школьными предметами, оторванность обучения от жизни. Из области естествознания отбирался только такой материал, который был нужен для понимания природных условий, промышленности и сельского хозяйства. На практике это свелось к изучению немногих сельскохозяйственных растений и животных и полезных ископаемых. Логическая связь в системе знаний была нарушена. Все они смешивались в один общий конгломерат. При этом разрушалась логика предметов, то естественнонаучное мышление, которое мы более всего ценим. Эти программы в различных вариантах существовали до 1931-32 гг. Положительным результатом развития комплексных программ стало введение в 1930 г. метода проектов как основного метода работы в школе. За всякой крайностью следует реакция, в результате которой приходится спасать и отстаивать даже среднее положение. Были возвращены традиционные предметы, но проблема межпредметных связей так и не нашла своего приемлемого решения.

Второе неравенство утверждает приоритет роста фундаментальных знаний по сравнению с ростом прикладных знаний. В связи с наблюдаемым лавинообразным ростом информации возникла необходимость такой организации учебного процесса, при котором фундаментальные естественно-математические курсы будут построены на единых принципах, способствующих пониманию окружающего нас мира как единого мироздания. Для многих учащихся средняя школа есть окончание их образования. Таких детей нельзя оставить без обобщающих естественнонаучных сведений, необходимых для построения сколько-нибудь рационального мировоззрения. Все разговоры о дальнейшем самообразовании останутся только хорошими словами без прочного фундамента. Сегодня особенно актуальным становиться принцип: «Через междисциплинарность к природоподобию», провозглашенный президентом НИЦ «Курчатовский институт» М.В. Ковальчуком.

Третье неравенство представляет собой демографическое требование: чем выше в общем составе населения доля молодежи, тем выше темпы прогрессивных изменений. Но, при этом, особую важность представляет необходимость сохранения и преемственности научных школ, инженерных школ и т. д. Сегодня в России проблема разрыва поколений может стать критической.

Четвертое неравенство показывает тенденцию роста времени учебы в жизни каждого человека по сравнению с приростом времени работы. Обучение через всю жизнь стало реальностью.

Последнее неравенство в системе означает требование более высокого темпа прироста времени досуга по сравнению с временем работы. Но чем этот досуг должен быть заполнен? За время постсоциалистической трансформации нашей страны произошло катастрофическое сокращение числа бесплатных кружков, спортивных секций и т. д. По нашему мнению, это является одной из причин высоких показателей алкоголизма, наркомании и правонарушений среди подростков. При этом стоимость содержания одного подростка в местах лишения свободы сопоставима со стоимостью обучения в вузе. Таким образом, не вызывает сомнения тот факт, что государству выгоднее направить деньги в систему образования. Будучи включенным в систему образования, подросток будет думать не о легком времяпрепровождении, а будет занят развитием новых собственных возможностей. С другой стороны, и в системе образования следует усилить целевую и мотивационную составляющую. Только когда целью образования станет развитие способностей человека, его созидательной составляющей, когда он будет замотивирован не на получении рейтинговых баллов, а на качестве образования, на воспитании в себе способности анализировать стоящие передним задачи, искать оптимальные (возможно, не шаблонные) пути их решения, только тогда он станет созидателем, а не потребителем, станет хозяином своей судьбы и у него появится шанс на будущее.

Постановка задачи

В педагогической деятельности часто необходимо использовать различные оценочные понятия. При этом сталкиваешься с рядом сложностей, связанных с невозможностью заменить такие оценочные понятия формально-определенными понятиями. В связи с этим возникает нечеткость в интерпретации таких показателей и, как следствие этого, трудности в непосредственном применении этих показателей к конкретным случаям. С помощью естественно-языковых высказываний-правил “Если - то”, с последующей их формализацией средствами теории нечетких множеств, можно сколько угодно точно отразить произвольную взаимосвязь “входы-выход” без использования сложного аппарата дифференциального и интегрального исчисления, традиционно применяемого в управлении и идентификации.

В данной работе сделана попытка использовать некоторые результаты теории нечетких множеств в создании алгоритмических подходов в ряде частных вопросов оценки уровня подготовки обучаемого. При этом процесс обучения рассматривается как некоторый механизм социального управления. Данное представление позволяет формализовать обучение в виде нечеткой системы, имеющей ряд переменных, а также сбалансировать возможность обучения в соответствии со значениями этих переменных.

В представленной статье в качестве переменных нечеткой системы предлагается рассмотреть две переменные – сложность задания и скорость его выполнения.

Нами предлагается использование функции принадлежности для нечеткого множества и шкалированных показателей – лингвистических переменных. Рассматриваемые объекты нечеткой системы допускают использование функции принадлежности класса Л

$$\mu(x;\,a;\,b;\,c)=\begin{cases}0,\ x\le a,\\ \dfrac{x-a}{b-a},\ a\le x\le b,\\ 0,\ x\ge c.\end{cases}$$

Функция принадлежности класса Л используется для задания неопределенности типа «приблизительно равно», «среднее значение», «расположен в интервале», «подобен объекту», «похож на предмет» и т.д.

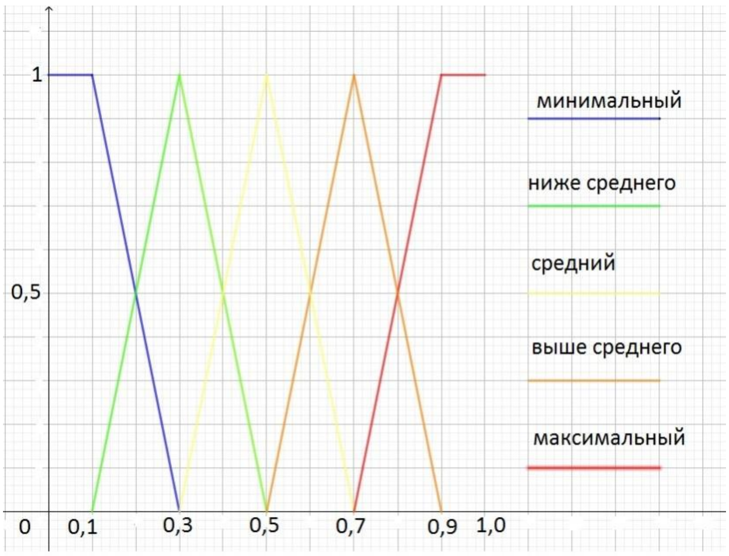
Функция принадлежности класса Z:

$$\mu(x;\,a;\,b)=\begin{cases}1,\ x\le a,\\ \dfrac{b-x}{b-a},\ a\le x\le b,\\ 0,\ x\ge b.\end{cases}$$

Функция принадлежности класса Z используется для задания неопределенности типа «малое количество», «небольшое значение», «незначительная величина», «низкий уровень» и т.д.

В нашей задаче функция принадлежности может иметь вид, показан на фигуре 1.

Фигура 1. График функции принадлежности



Далее в работе сформулированы правила решения поставленной задачи – рассмотрены все возможные комбинации. Результаты рассмотрения приведены в таблице 1, фактически являющейся набором продукционных правил. Здесь «уровень подготовки» может принимать значения: 1 (минимальный уровень), 2 (ниже среднего), 3 (средний), 4 (выше среднего), 5 (максимальный уровень). Подобная двухмерная система оценивания была применена в интерактивном учебном курсе по математике в 2007 г. (Lazarov, 2009), где уровень подготовки оценивался «мягким способом», что в некотором смысле соответствует нечеткостью переменной.

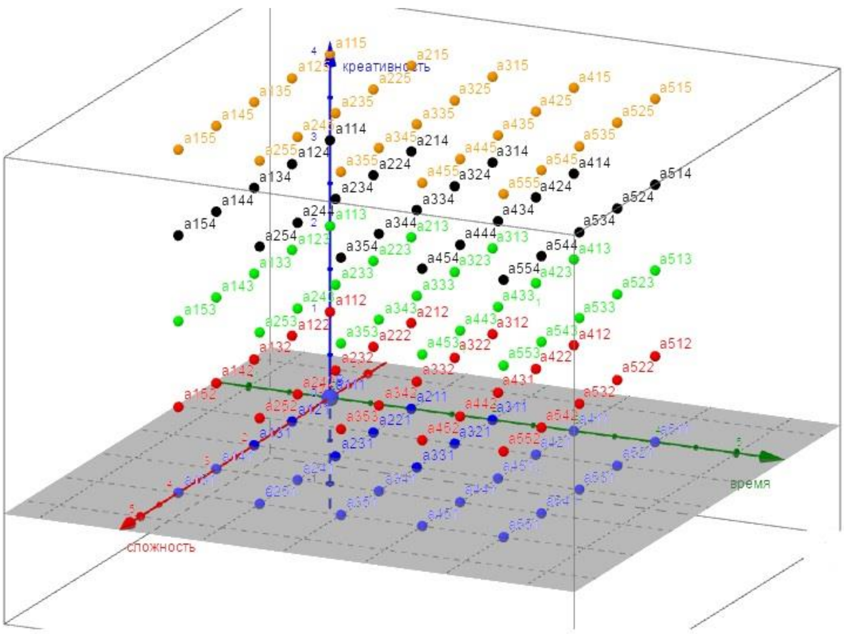
Таблица 1. Уровень подготовки

УРОВЕНЬ ПОДГОТОВКИ		СЛОЖНОСТЬ ЗАДАНИЯ				
		минимальная	ниже среднего	средняя	выше среднего	максимальная
СКОРОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ	минимальная	1	1	2	3	3
	ниже среднего	1	2	2	3	4
	средняя	1	2	3	4	5
	выше среднего	2	3	4	4	5
	максимальная	2	3	4	5	5

Следует отметить, что добавление нечетких переменных (до n) в систему переводит набор продукционных правил в соответствующий n-мерный массив.

Так, например, можно ввести еще один параметр – креативность. Тогда массив данных можно представить в трехмерной таблице 2.

Таблица 2. Трехмерный массив данных



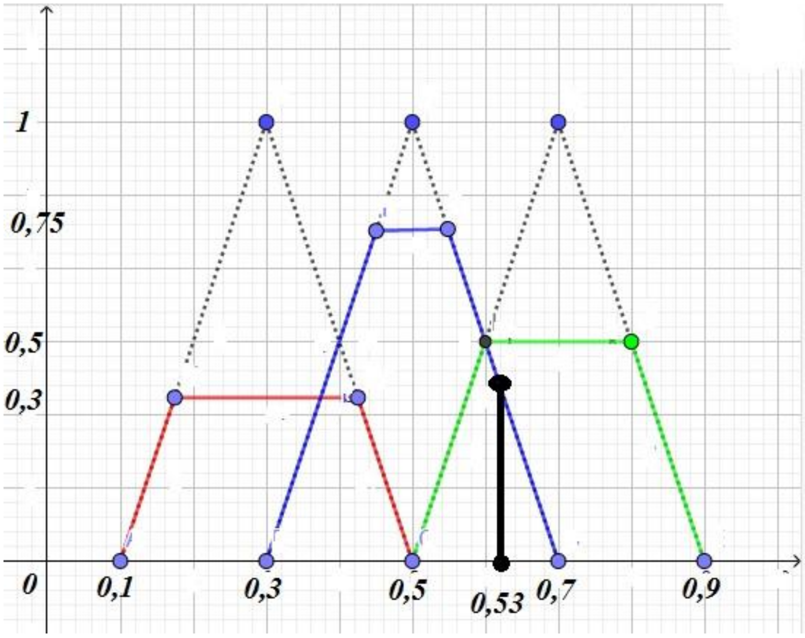
В ходе разработки проблемы нами был выбран алгоритм решения задачи на основе индукционных правил, соответствующих фактическим значениям сложности задания, скорости его выполнения и креативности. Элементы aijk, i=1,2,…,n; j=1,2,…,n; k=1,2,…,n, принимают значения в множестве {1;2;3;4;5}, где 1 – минимальный уровень значения, 2 – ниже среднего, 3 – средний, 4 – выше среднего, 5 – максимальный уровень. Алгоритм заключается в определении соответствующих нечетких множеств лингвистической переменной «уровень подготовки» для каждого из правил.

Результаты

В результате решение о качестве образования представляется в виде нечеткого множества.

Например, определим, что фактическое значение сложности задания принадлежит нечеткому множеству «средняя» со степенью 0,75, фактическое значение скорости выполнения задания – нечеткому множеству «выше среднего» со степенью 0,5 и креативность – «ниже средней» со степенью 0,3. Объединяем эти результаты, в итоге полное решение имеет вид, представленный на фигуре 2.

Фигура 2. График решения



На этапе дефазификации (преобразования нечеткого множества в четкое число) преобразование решения в виде нечеткого множества в четкую величину «уровень подготовки» используются усредняющие дефазификационные методы, позволяющие выразить результат работы алгоритма в виде лингвистической переменной, выражающей конечное решение поставленной проблемы.

Наиболее простым методом дефазификации является метод центра области (или метод медианы), когда искомая физическая величина выражается значением функцией принадлежности, разбивающим площадь фигуры нечеткого множества на две равные по площади части. В нашем примере это значение равно 0,53. Это число может быть приведено к привычной оценке по пятибалльной шкале.

Заключение

Широко известно высказывание выдающегося итальянского физика и астронома Галилео Галилей (1564 – 1642): «Тот, кто хочет решить вопросы естественных наук без помощи математики, ставит неразрешимую задачу. Следует измерять, что измеримо, и делать измеримым то, что таковым не является». В определенном смысле это утверждение можно отнести и к проблемам, рассматриваемым в данной статье. Формализация процесса оценивания уровня подготовки обучаемых позволит применять всю мощь математического аппарата для получения объективных результатов, их прогнозирования, построения образовательных моделей.

REFERENCES/ЛИТЕРАТУРА

(Заде, 1976) Заде, Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к понятию приближенных решений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1976.

(Дядькин, 2006) Дядькин, Д. С. Теоретические основы назначения уголовного наказания. Издательство Р. Арсланова «Юридический центр Пресс», 2006.

(Панарин, 2003) Панарин, А.С. Христианский фундаментализм против рыночного терроризма. Наш современник, 2003. № 1- 2.

(Солодова, 2016) Солодова, Е.А. Новые модели в системе образования: Синергитический подход. Учебное пособие. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2016.

(Lazarov, 2009) Lazarov, B. Innovative Assessment Of Students’ Achievements In Mathematics. TEMIT-Proceedings, Part II, Sofia, IMI, 2009, pp 8-20.

(Perdikaris, 1996) Perdikaris, S. A system framework for fuzzy sets in the van Hiele level theory of geometric reasoning. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. 27(2), 273-278.

ON AN APPLICATION OF FUZZY SETS TO THE ASSESSMENT OF STUDENTS’ ACHIEVEMENTS

Irina Slobodskaya, Aleksandr Lukankin, Borislav Lazarov

Abstract: *Under consideration is an application of the fuzzy sets theory to assess the university students’ achievements. The learning process is assumed as a type of social management, which allows formalizing it in the form of a fuzzy system. An algorithmic approach allows orchestrating the students’ training with respect to the values of the variables of the fuzzy system.*

Keywords: *Fuzzy sets, Assessment of the students’ training level, Two-dimensional fuzzy system.*