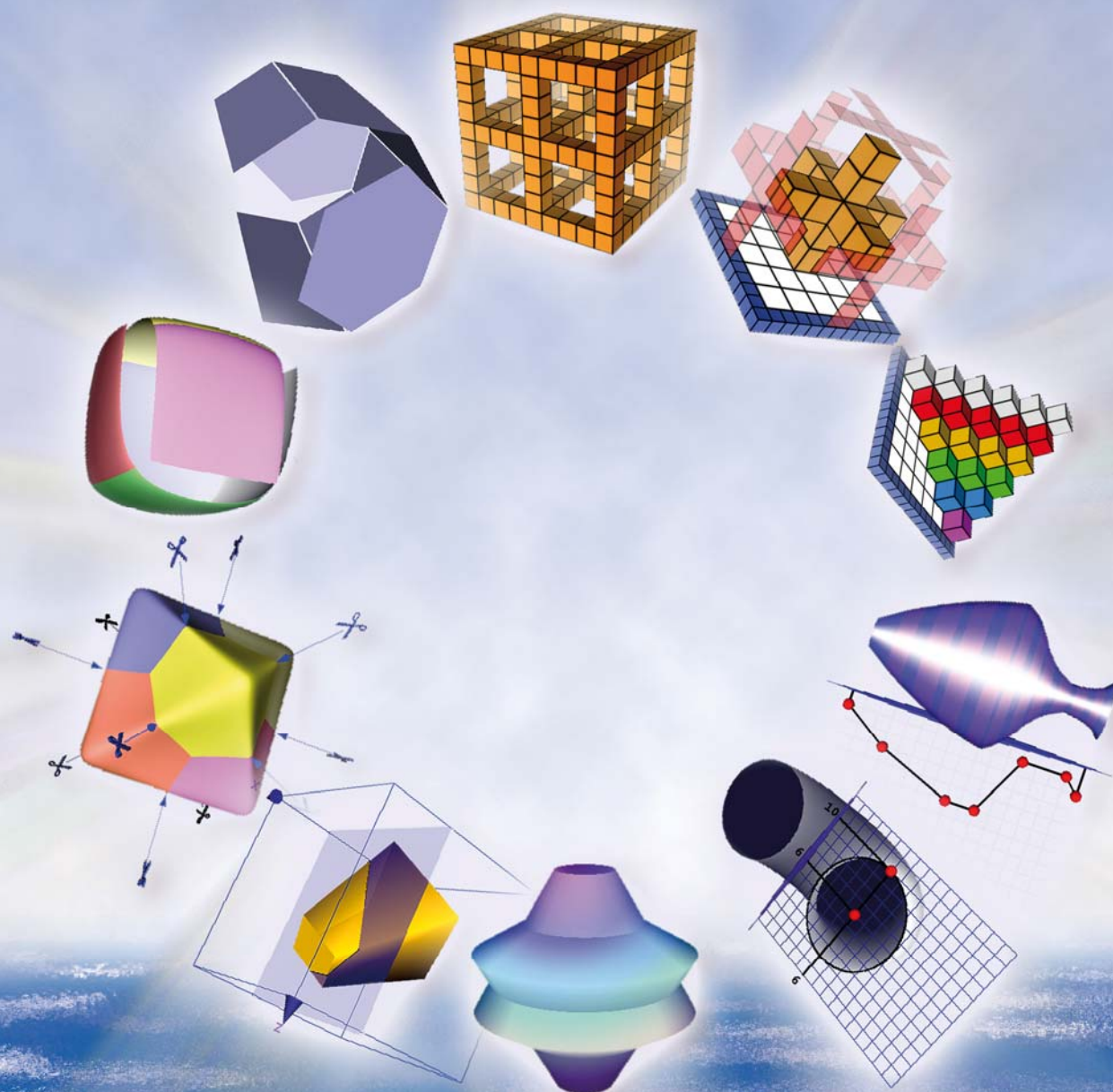


СТЕРЕОМЕТРИЯ В СВЕТА НА DALEST



- КИПЪРСКИ УНИВЕРСИТЕТ
- АТИНСКИ УНИВЕРСИТЕТ
- СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ
- ЛИСАБОНСКИ УНИВЕРСИТЕТ
- САУТХАМПТЪНСКИ УНИВЕРСИТЕТ



Education and Culture

Socrates
Minerva

DALEST
224269-CP-1-2005-CY-MINERVA-M

СТЕРЕОМЕТРИЯ В СВЕТА НА DALEST

КОНСТАНТИНОС КРИСТУ

ЕВГЕНИЯ СЕНДОВА

ЖОАО ФИЛИПЕ МАТОС

КИЙТ ДЖОУНС

ТЕОДОСИОС ЗАХАРИАДИС

ДЕМЕТРА ПИТА-ПАНТАЗИ

НИКОЛАС МУСОЛИДИС

МАРИОС ПИТАЛИС

ПАВЕЛ БОЙЧЕВ

МОНИКА МЕСКИТА

ТОНИ ЧЕХЛАРОВА

ЧАВДАР ЛОЗАНОВ

- **КИПЪРСКИ УНИВЕРСИТЕТ**
- **ЛИСАБОНСКИ УНИВЕРСИТЕТ**
- **АТИНСКИ УНИВЕРСИТЕТ**
- **САУТХАМПТЪНСКИ**
- **СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ**
- **УНИВЕРСИТЕТ**

Благодарности

Партньорите по проекта DALEST изразяват благодарността си към Европейската комисия за финансовата подкрепа на проекта.

Проектът DALEST 224269-CP-1-2005-1-CY-MINERVA-M бе осъществен с подкрепата на Европейската комисия в рамките на програмата Socrates-Minerva.

Съдържанието на този проект не отразява непременно възгледите на Европейската комисия и не включва каквато й да е отговорност от нейна страна.

Редактори:

Константинос Криту, Деметра Пита-Пантази, Николас Мусолидис & Мариос Питалис

Кипърски университет

Факултет по образованието

POBOX 20537, Никозия, 1678

КИПЪР

Автори: Константинос Криту, Евгения Сендова, Жоао Филипе Матос, Кийт Джоунс, Теодосиос Захариадис, Деметра Пита-Пантази, Николас Мусолидис, Мариос Питалис, Павел Бойчев, Моника Мескита, Тони Чехларова & Чавдар Лозанов

Всички права запазени

© 2007

Никоя част от тази книга не може да бъде възпроизвеждана, съхранявана в информационна система или предавана в някаква форма чрез електронни или механични средства, чрез фотокопиране, микрофилми или друг тип записи без писменото съгласие на авторите.

Книгата е печатана в Кипър

ISBN 978-9963-671-26-7

СЪДЪРЖАНИЕ

Информация за партньорите по проекта	1
Глава I	
Въведение	3
Теоретична основа на проекта	5
Глава II	
Въведение	11
Elica-DALEST приложения	11
Dalest стереометрия	17
Глава III	
Въведение	31
Занятия	
Конструирание на куб	35
Делимост на числа и конструирание на куб	39
Развий въображението си с развивки на куб	43
Развивка на правоъгълен паралелепипед	49
Обем	55
Как се икономисват кубчета	61
Фигурни числа и кубчета	65
Проекции	69
Да видиш невидимото	73
Призми и развивки	77
Пирамиди и развивки	81
Хеопсовата пирамида	87
Цилиндър	91
Цилиндричен робот	95

Зависимости в конус	99
Двоен памук-шекер?	105
Ваза на богатството	109
Еднаквост в пространството	113
Кога две конструкции могат (не могат) да бъдат еднакви	119
Тела с равнина на симетрия	123

ПРЕДГОВОР

Представената работа в тази книга е резултат от сътрудничеството на пет университета от пет европейски страни заедно с учители и ученици от тези страни.

Книгата може да се използва от учители в началното и средното училище, а така също и в обучението на бъдещи учители и в повишаване квалификацията на настоящи учители.

Информация за партньорите по проекта

Кипър

1. Кипърски университет, Факултет по образованието: Константинос Криту (координатор на проекта), Деметра Пипа-Пантази, Никос Мусолидис, Мариос Пипалис
2. Кипърска асоциация на учителите по математика: Мариос Антониадис
3. N.K.M. Netmasters

България

Софийски университет „Св. Климент Охридски”: Евгения Сендова (ИМИ, БАН), Павел Бойчев (ФМИ, СУ), Тони Чехларова (ИМИ, БАН), Чавдар Лозанов (ФМИ, СУ).

Великобритания

Саутхамптънски университет, Факултет по образованието: Кийт Джонс

Гърция

Атински университет, Факултет по математика: Теодосис Захариадис, Ефстатиос Янакулиас

Португалия

Факултет по природни науки към Лисабонския университет: Жоао Филипе Матос, Моника Мескита

ГЛАВА I

Въведение

Основната цел на проекта DALEST е да се разработи динамичен тримерен софтуер, осигуряващ активно учене по стереометрия в средното училище. Софтуерът има за цел да подпомогне развитието на мисленето на учениците, да създаде възможности за моделиране на идеи, за анализ и решаване на задачи. Основните задачи на проекта са:

- (а) Анализ на съществуващото учебно съдържание по геометрия в европейските училища и оценка на изискванията, свързани с преподаването на стереометрия;
- (б) Създаване на динамичен софтуер за преподаване и усвояване на стереометрично съдържание;
- (в) Обучение на учители за използване на софтуера при разработване на методика на обучение по стереометрия;
- (г) Разработване на дидактически сценарии със стереометрично съдържание и с използване на софтуера;
- (д) Експеримент на софтуера и сценариите в различни училища;

- (е) Оценка на ефективността на софтуера и на предложената методика за използването му.

Настоящата книга предлага софтуер за обучението по стереометрия и дидактически сценарии с използването му, разработени в проект в рамките на програма SOCRATES 2005–2007 на Европейската общност. При изготвянето му участваха представители на: Кипърския университет (координатор на проекта), Саутхамптънския университет, Лисабонския университет, Софийският университет, Института по математика и информатика при БАН, Атинския университет, с активното участие на N.K.M. Netmasters и Асоциацията на учителите по математика в Кипър. Официално проектът стартира на 1 октомври 2005 и приключи на 30 септември 2007.

Книгата е разделена на три части. В първата част са описани теоретичните основи на проекта. Втората част съдържа описание на софтуера, разработен в рамките на проекта. В третата част са

представени някои от разработените занятия, при провеждането на които използването на софтуера осигурява учене чрез действие.

Софтуерът може да бъде свален от нашия уеб адрес

(www.ucy.ac.cy/dalet) и да бъде използван от учителите в клас. С радост ще приемем коментари и предложения за бъдещата актуализация и усъвършенстване на продукта и сценариите.

Теоретична основа на проекта

С появата на софтуерни приложения по динамична геометрия (DGS) обучението по геометрия се радва на възроден интерес (de Villiers, 1996; Hanna, 2000). От 1990 г. насам DGS се използват за обучение по планиметрия главно в средното училище (Laborde, 1998). Повечето училища в европейските страни използват DGS, за да обогатят учебното съдържание по геометрия (Jones, 2000). Днес съществуват редица софтуерни приложения за обучение по планиметрия и стереометрия, но никое от тях не е достатъчно подходящо за такова обучение по стереометрия в прогимназиалните класове, при което учениците да изследват отношения и връзки между елементите на тримерните обекти. Опитът показва, че да се представят геометрични факти на черната дъска или във формата на материални модели е трудно и не особено ефективно. Двумерното представяне на пространствени фигури е лишено от дълбочина, статично е и с него не може да се борави.

Главната цел на проекта е да бъде разработен компютърен микросвят за динамична стереометрия, в който учениците да могат да построяват, да наблюдават и да боравят с тримерни геометрични обекти.

Учениците, изучаващи стереометрия, трябва да изградят и да развият визуализационни умения, за да боравят с мислените изображения в конкретна стереометрична задача.

Приема се, че визуализацията е основен фактор в обучението по стереометрия (Gutiérrez, 1996) и затова идеята за визуализация бе водеща при проектирането и разработката на софтуера.

Визуализацията според Gutiérrez и Jaime (1998) и Presmeg (1986) е интеграция на четири основни елемента: мислени образи, външни представяния, процеси на визуализация и визуализационни способности.

Тези четири елемента са взети предвид при разработката на софтуера.

Мислени образи

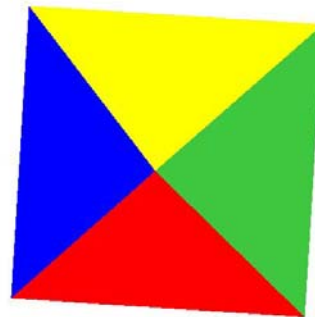
Под *мислен образ* тук се разбира когнитивно представяне на математическо понятие посредством пространствени елементи.

Софтуерът бе проектиран така, че учениците да могат да построяват различни тримерни обекти и да ги наблюдават от различни гледни точки. Повторението на този процес помага на учениците да сътворят „картина в очите на ума си“ (Presmeg, 1986). По този начин те формират по-богати мислени образи, отколкото когато работят само с книги, учебници и други статични ресурси.

Външни представяния

В когнитивната наука вътрешното и външното представяне се различават по това, че вътрешното е хипотетична мисловна конструкция, а външното бива материализирано, като например с граф, уравнение или геометрична фигура (Ainley, Barton, Jones, Pfannkuch & Thomas, 2002). В този контекст софтуерните приложения са проектирани като богата среда за работа и за трансформация на представянията на различни геометрични тела.

За повечето ученици е трудно да съобразят, че Фигура 1 например би могла да бъде представяне както на пирамида, така и на октаедър (осмостен). В разработения по проекта софтуер учениците могат да завъртат такова представяне на пирамида и да съобразят, че Фигура 1 е конкретно нейно положение.



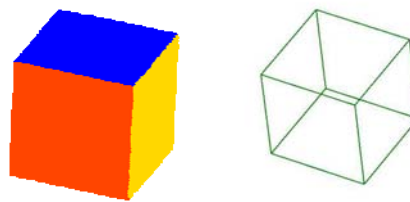
Фигура 1. Конкретно положение на пирамида или октаедър

Процеси на визуализация

Според Presmeg (1986) *процес на визуализация* е умствено или физическо действие, в което участват мислени образи. Bishop (1980) определя два релевантни процеса на визуализация: първо – интерпретиране на информацията за фигурите и визуална преработка на абстрактната информация; второ – превръщането на абстрактните отношения и данни във

визуални елементи, обработка и екстраполация на визуалните изображения и трансформиране на едно визуално изображение в друго. Проектирането на софтуера внедрява идеите на Bishop, като акцентът е на процесите на наблюдаване, конструиране и изследване, както ще бъде описано по-долу.

Наблюдаването позволява на учениците да видят и осъзнаят третото измерение, като изменят пространствената координатна система (осите) и като избират перспективата. Учениците могат да въртят геометричните обекти около всяка от трите оси и по този начин да добият по-пълна представа за тези обекти. Скоростта и посоката на въртене могат да се контролират непосредствено от потребителя. При това режимът на чертане може да се избере така, че обектът да се появява в плътни цветове или да бъде прозрачен (Фигура 2) и учениците могат да избират, именуват и оцветяват стените и ръбовете на телата.

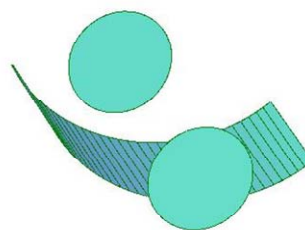


Фигура 2. Плътен и прозрачен изглед на куб

Конструирането позволява динамична конструкция на геометрични фигури от елементарни обекти (точки, прави, равнини) и конструиране на примитиви (сечение, успоредни и т.н.).

Софтуерът бе проектиран така, че учениците да построяват тримерни обекти от елементарни (включително и от двумерни) обекти (Фигура 3).

Изследването дава възможност на учениците да изследват и откриват геометрични свойства на дадени обекти. Това е основната цел на повечето от разработените дидактически сценарии, които съпровождат софтуера.



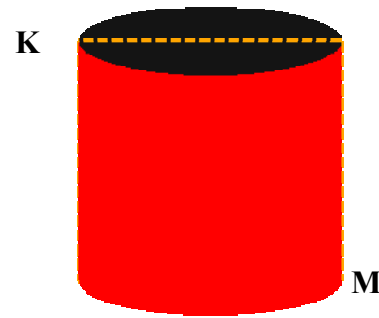
Фигура 3. Построяване на цилиндър

Визуализационни способности

Софтуерът е разработен в хармония с изследванията на Gutiérrez (1996). При тях фокусът е върху визуализационни способности, които включват: мислена ротация, възприемане на различни пространствени положения и отношения, визуално разграничаване.

За да способства за развиване на тези способности, софтуерът притежава следните характеристики:

Влачене: посредством тази възможност учениците могат да въртят, преместват и променят размера на тримерните обекти, така както се прави и в софтуера за динамична геометрия. Ротацията може да се извършва във всички посоки, а скоростта ѝ – да се регулира. Освен това учениците могат да променят всички размери на телата пропорционално или само на един размер (според условието на задачата). Например учениците могат да променят диаметъра KL на основата на даден цилиндър или височината му LM (Фигура 4).



Фигура 4. Промяна на размерите на цилиндър

Проследяване: при него се показват само части от фигурата. Целта е учениците да могат да филтрират визуално елементи от конструкцията на екрана, така че да ги наблюдават независимо от положението им спрямо цялата конструкция.

Измерване: учениците могат да измерват дължината на ръбовете, лицето на повърхнината и обема на тримерните обекти. Измерванията са динамични, т.е. горните величини се преизчисляват автоматично при промяна на размерите на телата. Това позволява на учениците да изследват динамично свойствата на обектите – например могат да изследват изменението на обема на конус в зависимост от изменението на височината му.

ЛІТЕРАТУРА

- Ainley, J., Barton, B., Jones, K., Pfannkuch, M. and Thomas, M. (2002) Is what you see what you get? Representations, metaphors and tools in mathematics didactics, Novotna, J. (ed.) *European Research in Mathematics Education II*. Prague: Charles University Press, 128-138.
- Bishop, A. J. (1980) Spatial abilities and mathematics education: A review, *Educational Studies in Mathematics*, 11(3), 257-269.
- De Villiers, M. D. (1996) *Some adventures in Euclidean geometry*, Durban: University of Durban-Westville.
- Gutiérrez, A. (1996) Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework, Puig, L. and Gutierrez, A. (eds.); *Proceedings of the 20th conference of the international group for the psychology of mathematics education*, Valencia: Universidad de Valencia, 1, 3-19.
- Gutiérrez, A., and Jaime, A. (1998) On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20, 27-46.
- Hanna, G. (2000) Proof, explanation and exploration: An overview, *Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 5-23.
- Jones, K. (2000) Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations, *Educational Studies in Mathematics*, 44, 55-85.
- Laborde, C. (1998) Visual phenomena in the teaching/learning of geometry in a computer-based environment. Mammana, C. and Villani, V. (eds) *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century*, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 113-121.
- Presmeg, N. (1986) Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 6(3), 42-46.

Глава II

Въведение

В тази глава ще опишем някои основни възможности на компютърните приложения **Elica-DALEST** (разработени от доц. Павел Бойчев) и на програмата **DALEST стереометрия** (разработена от N.K.M. Net-masters). Ще представим и потенциала им за създаване на математически обекти и откриване на мате-

матически закономерности. Двата софтуера могат да бъдат свалени от уеб-сайта на проекта

<http://www.ucy.ac.cy/dalest>.

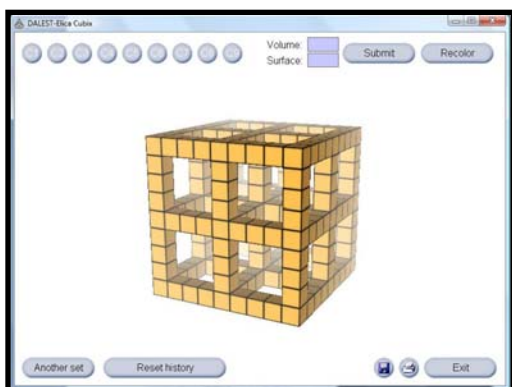
Приложенията Elica-DALEST могат да бъдат свалени и от сайта на Elica:

<http://www.elica.net>

Elica-DALEST приложения

Кубчета

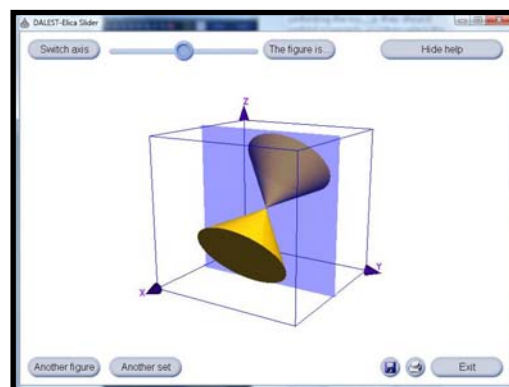
Тази програма дава възможност за самопроверка - учениците намират обема и лицето на повърхнината на композиции от единични кубчета (виж Фигура 1). Вградените композиции са от три равнища на сложност.



Фигура 1: Кубчета

Плъзгач

В тази програма се създават *невидими* тела (куб, конус, цилиндър и др., виж Фигура 2), които са пресечени с *магическа* равнина – вижда се само сечението на тялото с нея. Като плъзгат и въртят секущата равнина, учениците могат да



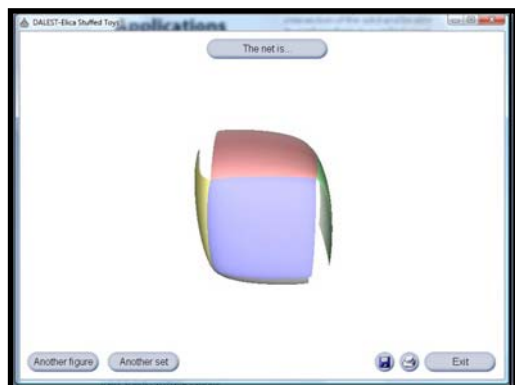
Фигура 2: Плъзгач

изследват сечението и да открият тялото сред дадено множество. Пресеченото с равнината тяло може да стане *видимо* и да се разглежда от различни страни.

Плюшени играчки

Във формата на игра се решава следната задача. Някои от ръбовете на кубче са разрязани (виж Фигура 3), играчът трябва да познае коя от дадени единадесет развивки ще се получи след разгъването. За целта играчът може да извършва въртене на разрязаното кубче и да го разглежда от различни гледни точки.

Освен с кубче се работи и с набор от играчки с различни форми (кръгли топки, яйцевидни топки за ръбви, остри осмостени и т.н.), получени след различна „деформация“ на кубче и след



Фигура 3: Плюшени играчки

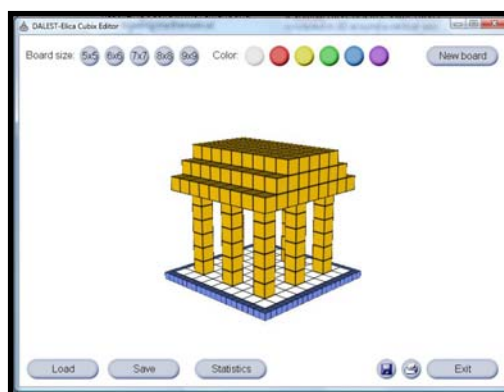
разрязването на които се достига до развивка на кубче.

Конструктор

С програмата *Конструктор* могат да се създават тримерни композиции от единични кубчета върху дъска със зададен размер. (виж Фигура 4). Това става, като се посочи с мишката поле от дъската или стена от вече създадено кубче, до което *да се долепи* ново кубче. Цветът на кубчетата и размерът на дъската може да се променят. Учениците могат да зареждат съществуващи композиции, да ги видоизменят и да обогатяват съществуващата библиотека със свои собствени композиции.

Важна черта на програмата е, че учениците могат да въртят цялата дъска, върху която е изградена кубичната композиция и да я разглеждат от различни страни.

Учениците имат възможност да

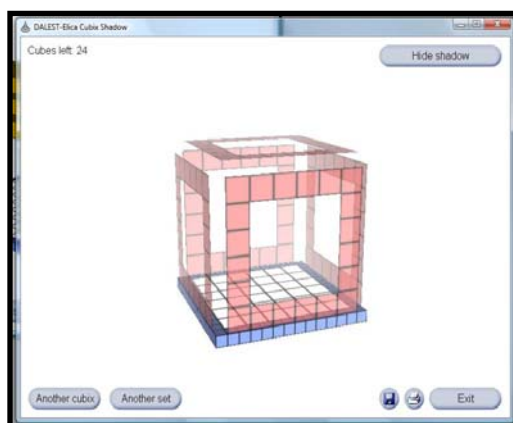


Фигура 4: Конструктор

се информират за лицето на повърхнината и за обема на построената върху дъската конструкция.

Сенки

Това приложение показва сянката на невидима композиция от кубчета, която трябва да се възстанови. Построяването на решението става подобно на построяването с Конструктора, като проверката дали конструираният обект хвърля точно показаните

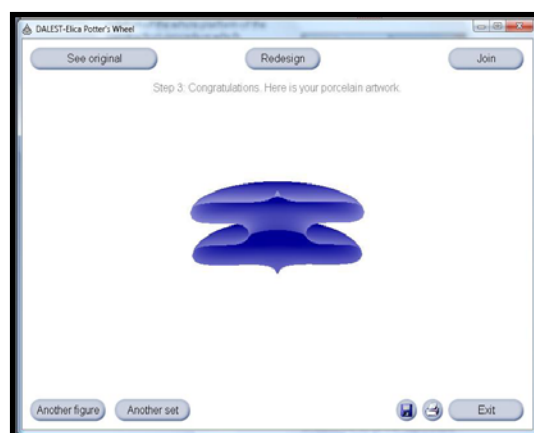


Фигура 5: Сенки

сенки може да се прави чрез завъртане на дъската (виж Фигура 5). Има композиции, които са различни по форма, но хвърлят едни и същи сенки. Затова може да се поставят и допълнителни условия - например за откриване на композицията от най-малък брой единични кубчета.

Грънчарско колело

С помощта на програмата *Грънчарско колело* учениците могат да създават ротационни тела, като завъртат избран от тях обект (отсечка, окръжност, квадрат, триъгълник, сегмент от синусоида или ръчно конструирана от тях крива по 5 точки (композиция от криви на Безие) около дадена ос. След като са фиксирали позицията на обекта и наклона му спрямо оста, те виждат ротационното тяло, което се получава при въртенето на избрания обект (виж Фигура 6).



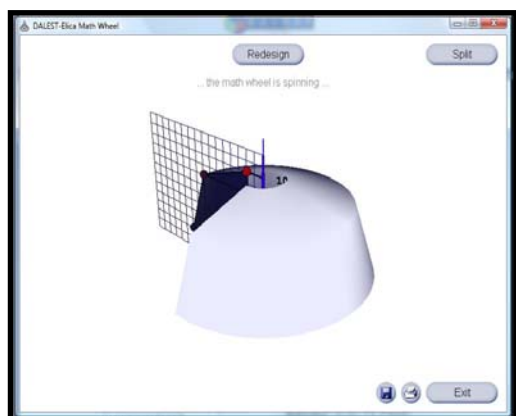
Фигура 6: Грънчарско колело

Така учениците влизат в ролята на майстор-грънчар, който извайва изделията си, след като е скицирал профила на съда. Може да се наблюдава и сечение на полученото ротационно тяло.

Математическо колело

Математическото колело е подобно по идея на Грънчарското колело.

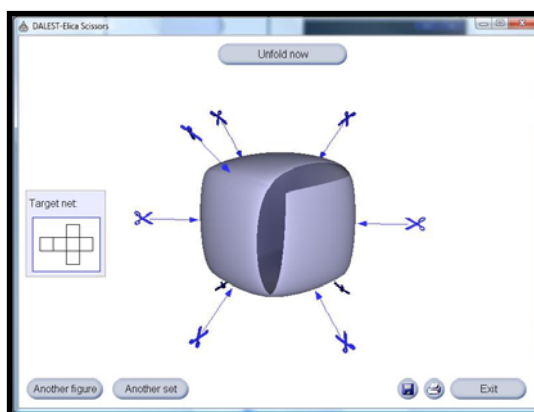
Тук множеството от ротационни тела, които могат да се генерират, не е толкова богато (правоъгълник, триъгълник, окръжност), но затова пък учениците могат лесно да пресметнат обема и лицето на повърхнината им. Включени са ротационните тела, които се изучават в задължителното обучение по математика в 6. клас (виж Фигура 7).



Фигура 7: Математическо колело

Ножички

В тази програма учениците трябва да посочат кои ръбове на дадено тяло да се разрежат, за да се получи дадена развивка (виж Фигура 8). Освен с куб се работи и с различни негови модификации, получени в резултат на «деформации». Тук учениците получават обратна връзка. Ако са посочени повече от необходимия брой разрязвания, ще се отделят две или повече части от развивка. Ако разрязванията са по-малко от необходимото, тялото ще се разгъне по случаен начин. Дори броят на разрязвания да е правилен, важно е да се получи посочената развивка.



Фигура 8: Ножички

Оригами

Програмата *Оригами* е най-сложното (в смисъл на реализация) компютърно приложение, създадено в рамките на проекта.

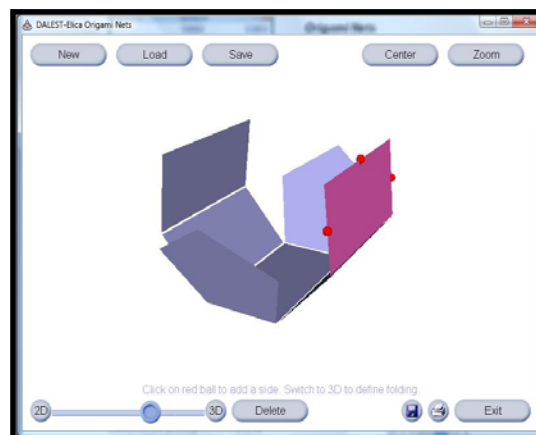
Тази програма предоставя възможност на учениците за:

- моделиране на разнообразни тела (паралелепипеди, призми, конуси, цилиндри, полиедри) чрез построяване на техни развивки
- наблюдаване на прехода от 2D към 3D
- създаване на база от задачи с готови обекти, с които да работят
- бърза обратна връзка
- експериментирание и самостоятелно формулиране на хипотези
- самостоятелно съставяне на задачи и споделяне със съученици и приятели.

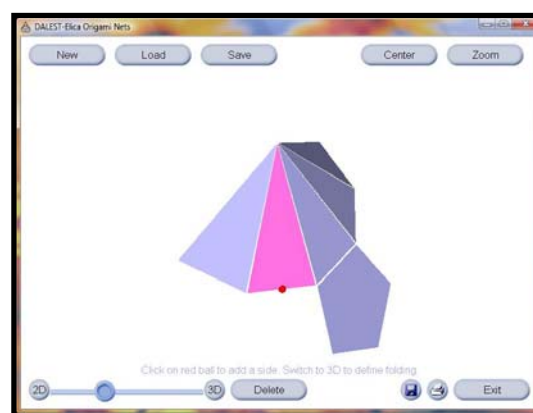
(виж Фигури 9 и 10).

Приложението е извънредно мощно, защото изгражда отворена, динамична и интерактивна среда, в която може да се конструира развивка без каквито и да е ограничения. Построяването на развивките не е статична процедура. Строящата се

развивка може да се разглежда както в равнината, така и в сгънат вид, да се завърта, помагайки на ученика да визуализира междинни резултати.



Фигура 9: Оригами (1)



Фигура 10: Оригами (2)

Тази възможност за наблюдаване на тримерно изображение, преди да е напълно конструирано тялото, позволява да се прави междинна обратна връзка.

Dalest стереометрия

Общи характеристики

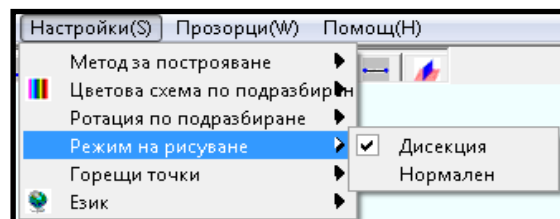
Отличителна черта на програмата е възможността да се построяват геометрични обекти на стъпки в съответствие с математическите им свойства. Например паралелепипедът се строи с помощта на три движения, определящи дължината на ръбовете му. Ръчното построяване на телата дава на учениците интуитивна представа за тримерния им характер.

Създадените геометрични обекти могат да бъдат премествани на екрана, намалявани и уголемявани с помощта на мишката. Учениците могат да разглеждат представените геометрични тела от различен ъгъл и да ги трансформират, с което могат да развият визуализационните си способности в контекста на стереометрията.

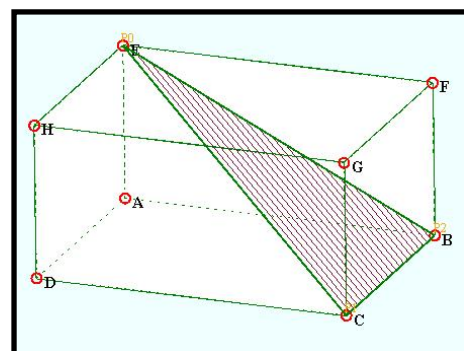
Програмата позволява да се променя посоката на оста на въртене. По-надолу ще опишем основните характеристики на софтуера с указания за ползването му.

Режим на чертане

С *Dalest* стереометрия ученикът може да избере режима на работа – **сечение** (дисекция) или **нормален**. Изборът на режим става от менюто **Настройки** (виж Фигура 11).



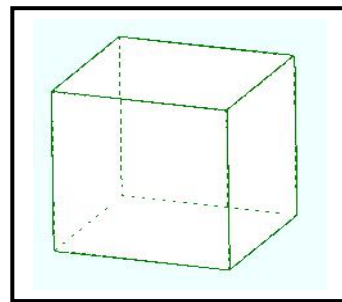
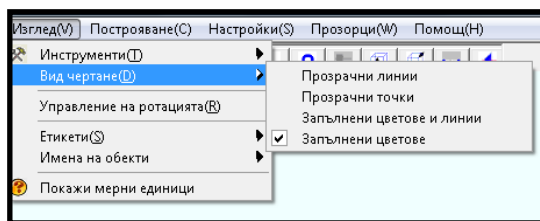
При работа в *нормален* режим ученикът вижда обектите само от външната им страна, а при работа в режим *сечение* той може да вижда и чертае отсечки, сечения с равнина и други геометрични обекти от вътрешната страна на телата (Фигура 12).



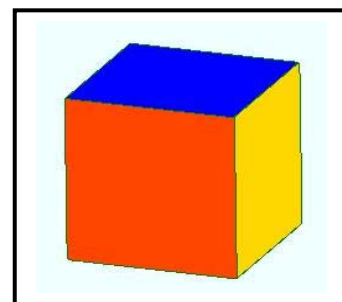
Фигура 12: Паралелепипед в режим сечение.

Стил на рисунката

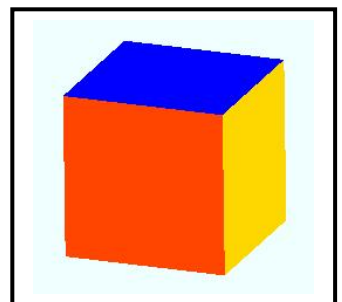
За да достигне до "стил на рисунката", ученикът трябва да избере последователно **Изглед, Вид чертане** и накрая една от четирите възможности **прозрачни с линии**, **прозрачни с пунктир** (прозрачни точки), **оцветени + линии**, (**запълнени цветове и линии**) оцветени (**запълнени цветове**) (виж фигура 13).



Фигура 15: Прозрачни с пунктир

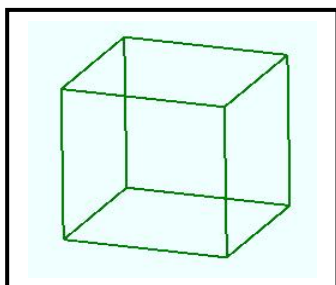


Фигура 16: Оцветени + линии



Фигура 17: Оцветени

На фигури 14 – 17 е направена илюстрация за всяка от възможностите.



Фигура 14: Прозрачни с линии

Лента с инструменти

Лентата с инструменти за широчина, стил на линията, шрифтове и цветове на линиите е разположена върху дясната страна на екрана.

Ученикът трябва да избере широчината, стила на линия и цвета на линия, преди да конструира отсечка. Горният избор не може да се променя, след като конструкцията е завършена.



Инструменти за триене и контрол на въртенето



Изтриване на избрания обект.



Премахване на всички обекти от екрана.



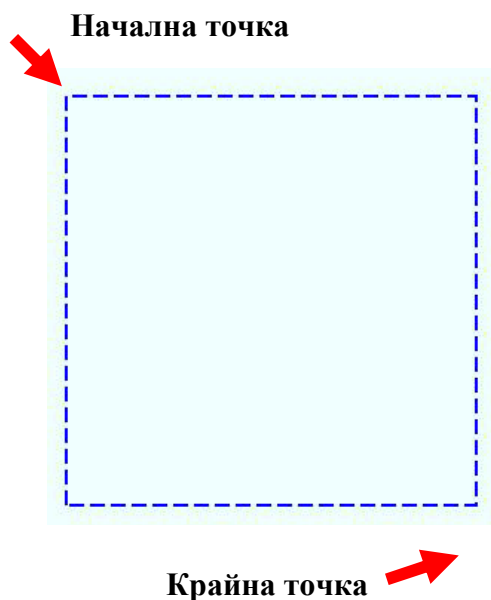
Спиране/продължаване на въртенето на обекти.

Меню за чертане

Обектите в DALEST могат да бъдат избирани и от лентата с инструменти. Тя е разположена върху най-долната лява част на екрана.



За да построи обект, ученикът трябва да го активира и да дефинира виртуален правоъгълник, в който обектът ще се появява (виж Фигура 18).



Фигура 18: Чертане на обект

Обектите, които могат бъдат изтеглени от иконите на лентата с инструменти, са:

1. Куб
2. Правоъгълен паралелепипед
3. Пирамида
4. Пресечена пирамида
5. Призма
6. Паралелепипед
7. Конус
8. Пресечен конус
9. Цилиндър
10. Сфера

Меню *Бърз старт*

След стартиране на програмата се появява меню "Бърз старт" (Quick Start) (виж Фигура 19), което позволява избор из-между:

1. Съветник Обекти --> Съветник *Построй нов обект*
2. Предишен чертеж --> *Продължи предишния чертеж*
3. Отвори файл --> *Отвори запазен чертеж*
4. Ръчно чертане --> *Създай примерни обекти ръчно*
5. Анимация --> *Покажи анимация*
6. Групиране на обекти --> *Съветник за група*

Изборът на някоя от опциите по-горе ще стартира съответния диалогов прозорец. Ако не бъде избран вариант, потребителят ще може да ползва тези съветници, но ще ги избира от лентата за инструменти.

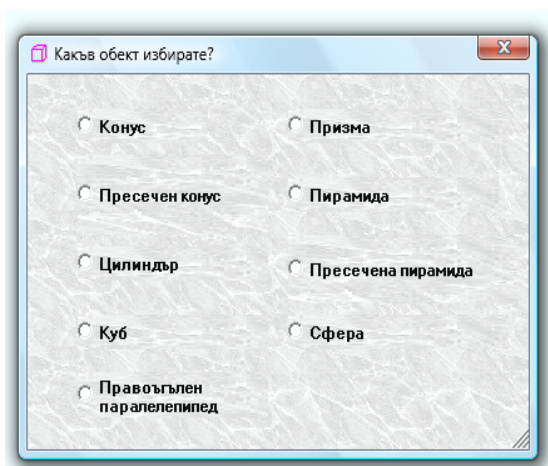


Фигура 19: Меню *Бърз старт*

Съветник *Ръчно чертане*

Диалоговият прозорец на съветника може да бъде стартиран по два начина – чрез бутона на лентата за инструменти  или чрез Съветник Обекти.

Обектите, които могат да се чертаят ръчно, са показани на Фигура 20.

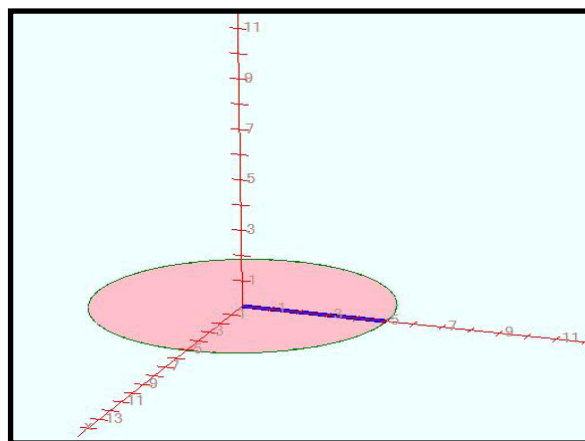


Фигура 20: Ръчно чертани обекти

1. Конус
2. Пресечен конус
3. Цилиндър
4. Куб
5. Правоъгълен паралелепипед
6. Призма
7. Пирамида
8. Пресечена пирамида
9. Сфера

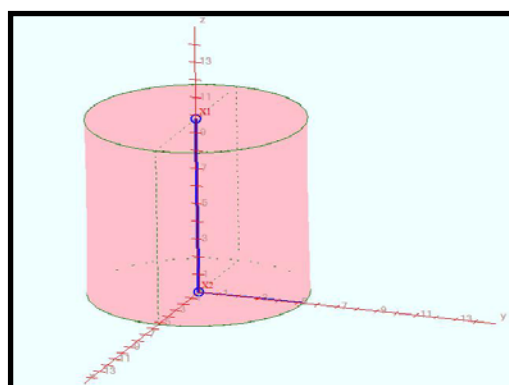
За ръчно чертане на цилиндър:

1. Избираме Съветника *Ръчно чертане*. Това може да стане от менюто *Бърз старт* или чрез ползване на бутона Съветник *Ръчно чертане*.
2. Избираме обект – цилиндър.



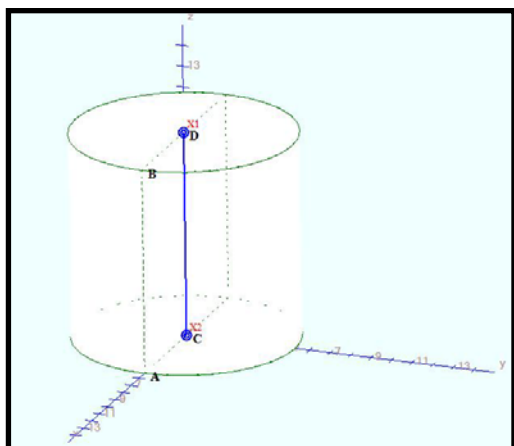
Фигура 21: Координатна система

3. Появява се тримерна координатна система.
4. Необходимо е да фиксираме радиус и височина.
5. Провличаме мишката от центъра по оста Oy (или Ox) и щракваме с левия бутон, там където искаме да е другият край на радиуса.
6. Провличаме мишката от центъра по оста Oz и щракваме с левия бутон там, където искаме да е другият край на височината.



Фигура 22: Посочване на височина

7. След като сме задали двете дължини, обектът е създаден (виж Фигура 23).



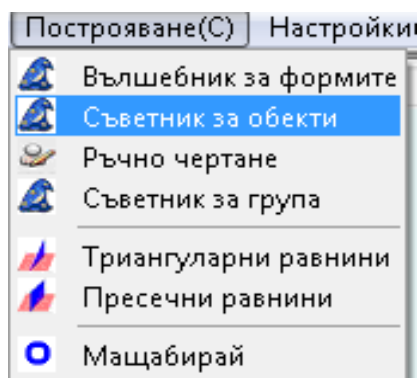
Фигура 23: Цилиндър

Съветник за обектите

Може да се активира по два начина:

(а) Чрез иконата от лентата с инструменти. 

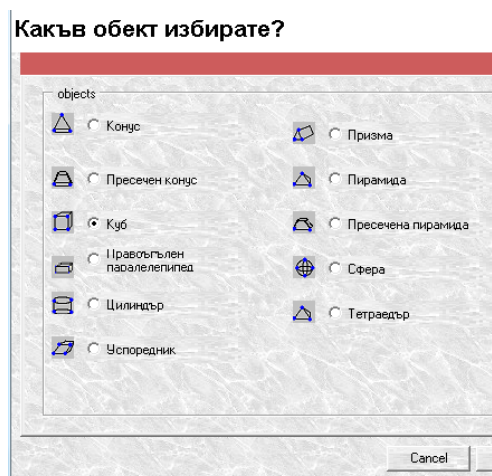
(б) Чрез избор на *Съветник за обекти* от менюто (виж Фигура 24).



Фигура 24: Меню за построяване на обекти

Съветникът за обектите може да бъде използван по два начина:

1. Да се построяват обекти с избрани измерения. Учениците могат да създадат нов обект на екрана, като изберат вида му от предварително зададено множество (виж Фигура 25) и след това зададат размерите му.



Фигура 25: Тела

След избора учениците натискат бутона NEXT и уточняват параметрите на обекта в нова диалогова кутия. Със съветника за обекти могат да се построят:

- Конус
- Пресечен конус
- Куб
- Правоъгълен паралелепипед
- Цилиндър
- Паралелепипед
- Призма
- Пирамида
- Пресечена пирамида
- Сфера
- Тетраедър

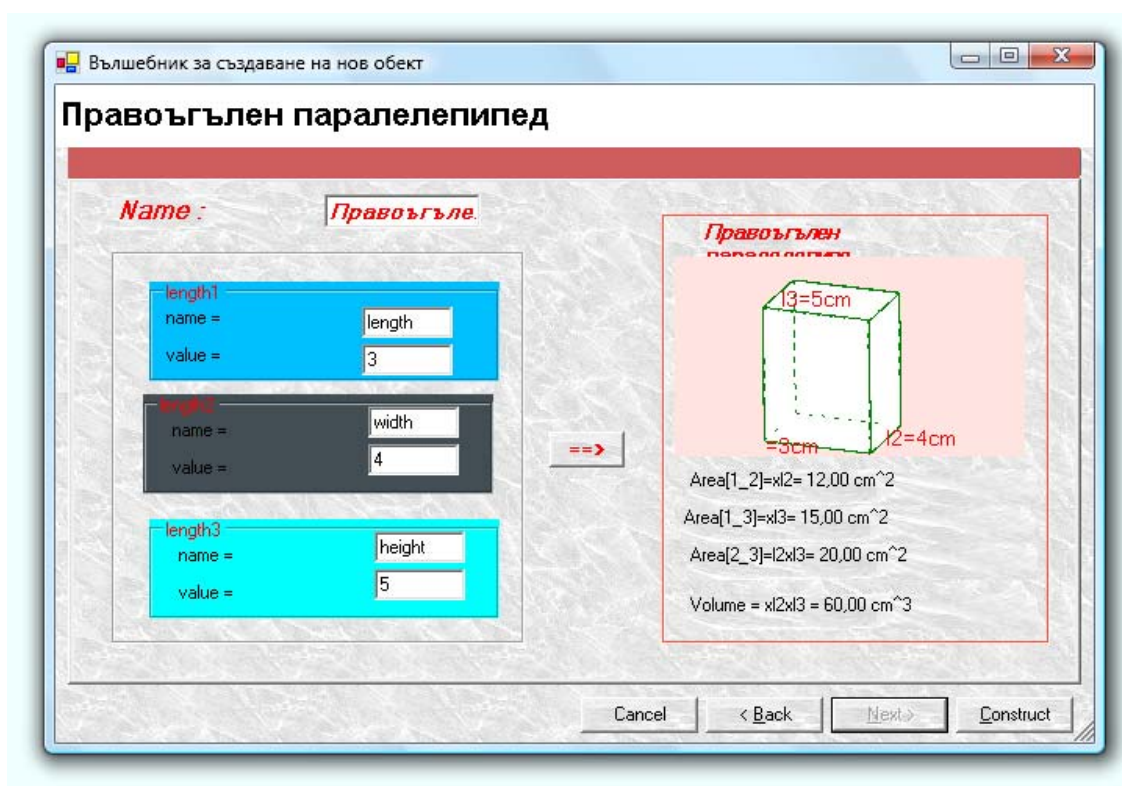
Когато се избере типът на обекта, размерите му се определят в появилата се диалогова кутия: име на обекта, размери (височина, ширина, дължина).

Пример: Определяне размерите на паралелепипед

В диалоговата кутия на Фигура 26 потребителят може да преименува обекта и пара-

В кутията за предварителен изглед учениците виждат лицето на стените и обема като функция на зададените параметри. Обектът се построява след натискане на бутона **Construct** (построй).

2. Съветникът може да се използва и за промяна на



Фигура 26: Посочване на размери

метрите му. Новите имена се появяват в кутията за предварителен изглед и в прозореца за измерения.

В примера трите измерения на паралелепипеда “дължина”, “ширина” и “височина” са преименувани и размерите са зададени.

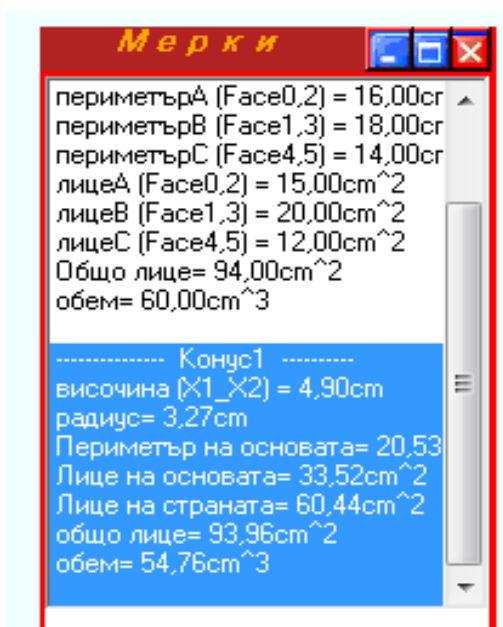
размерите чрез задаване на конкретни техни стойности. За целта учениците трябва да щракнат с десен бутон на миспката и да изберат **Съветник за обекти**. След избора се появява диалогова кутия, в която параметрите могат да се зададат отново.

Размери

В прозореца *Размери* се виждат размерите на тримерните обекти, показвани на екрана. Диалоговата кутия може да се активира по три начина

- като се щракне върху  иконата с въпросителен знак от лентата с инструменти.
- като се избере "Show Measures" (покажи размерите) от менюто View (изглед).
- като се щракне с десен бутон на мишката и се избере опцията за размери.

Прозорецът *Мерки* ще покаже размерите, периметъра и повърхнината на всички обекти, построени на екрана, а тези на посочения обект ще бъдат на син фон (виж Фигура 27).



Фигура 27: Прозорецът *Мерки*

Построяване на тяло

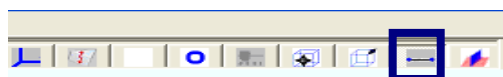
За построяване на тяло могат да се използват три начина:

- Чрез Съветник за обекти;
- Чрез ръчно рисуване;
- Чрез използване на иконите:



Построяване на отсечка

За построяване на отсечка се избира съответната икона от лентата с инструменти:



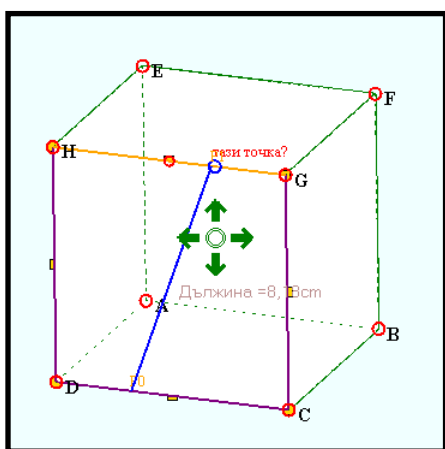
След активиране на бутон за отсечка се избира съответният тримерен обект.

При движението на курсора по ръба на обекта се появява надпис „тази точка ли?“.

Краищата на отсечката могат да се влачат по екрана или по ръбовете, на които принадлежат. Например в паралелепипеда на Фигура 28 краищата на отсечката могат да се движат съответно по DC и HG.

Построяването на всяка отсечка се съпровожда от следното (виж Фигура 28):

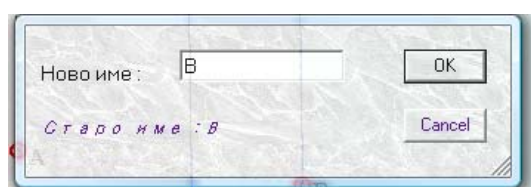
1. произволен етикет на краищата ѝ, например P0 и P1;
2. дължината ѝ, когато курсорът се движи върху нея;
3. дължината се появява и в прозорецът Мерки.



Фигура 28: Построяване на отсечка

Преименуване на точка

За да преименувате дадена точка от обект, щракнете два пъти върху нея. Появява се диалогов прозорец (Фигура 29).



Фигура 29: Преименуване на точка

Построяване на сечение-триъгълник

Учениците могат да построят секуща равнина по три точки, като щракнат върху  бутона или изберат *Триангуларни равнини* (сечение-триъгълник) от менюто за построения (виж Фигура 30).

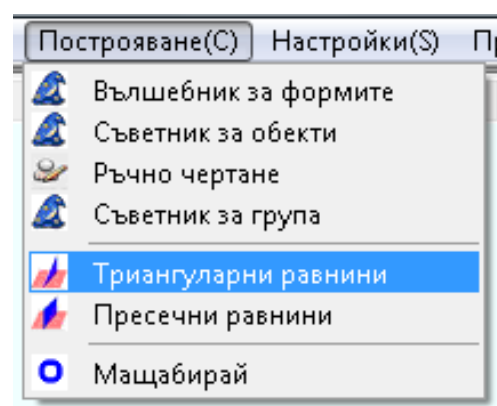
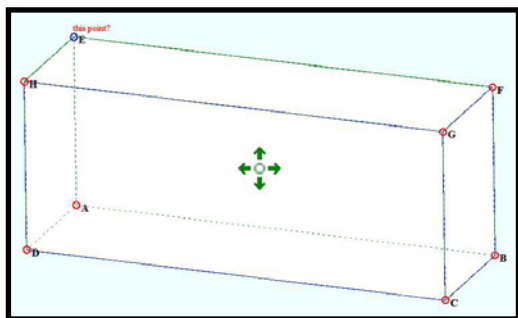


Figure 30: Построяване на сечение-триъгълник

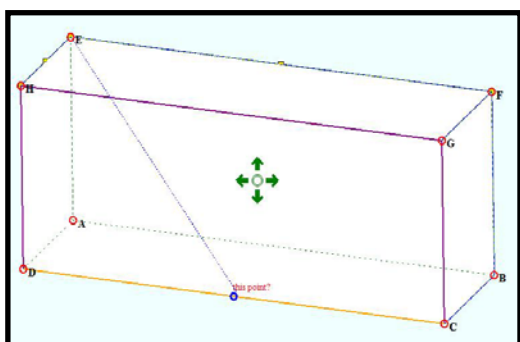
Сечението-триъгълник се чертае също като отсечка, само че този път се избират три точки от даден тримерен обект. Изборът на точките е както при чертане на отсечка. Построяването на сечението-триъгълник става, като се изпълнят следните три стъпки:

Стъпка 1: Щрака се върху ръб, при което се появява надпис: "тази точка ли?" за улеснение на избора (виж Фигура 31).



Фигура 31: Първа стъпка

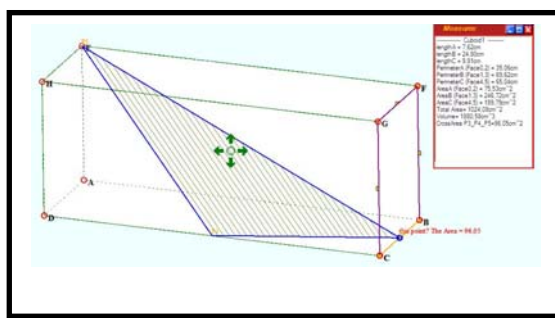
Стъпка 2: Ученикът повтаря същата процедура, като щраква върху надписа “тази точка ли?” и влачи до следващата точка. След завършването на втората стъпка се появява основата на триъгълното сечение (Фигура 32).



Фигура 32: Втора стъпка

Стъпка 3: Ученикът щраква върху третата точка, за да дефинира триъгълното сечение.

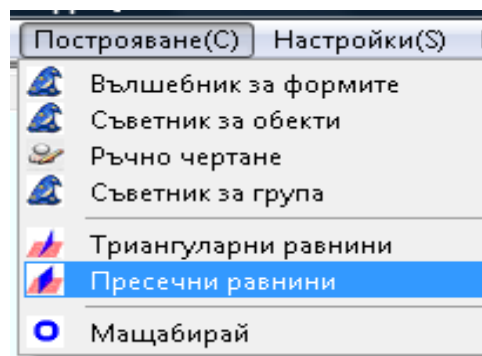
След това трите точки може да се влачат, за да се променят размерите на сечението. Размерите се виждат в съответния прозорец или като се посочат токите с курсора на мишката (Фигура 33).



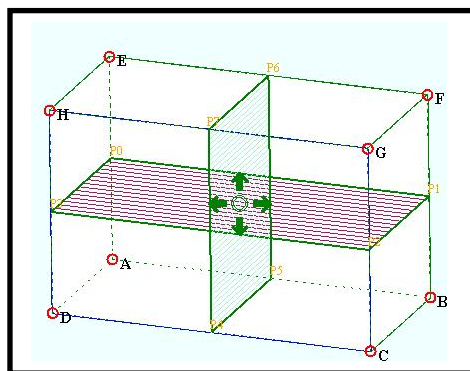
Фигура 33: Лице на сечение

Сечения с равнина

Сечения се построяват чрез *Пресечни равнини* от менюто *Построяване* или чрез съответния бутон от главната лента с инструменти (Фигура 34). За равнина, успоредна на X, Y или Z, се щраква на подходящо поле в контролния панел (Фигура 35).



Фигура 34: Меню за конструкции



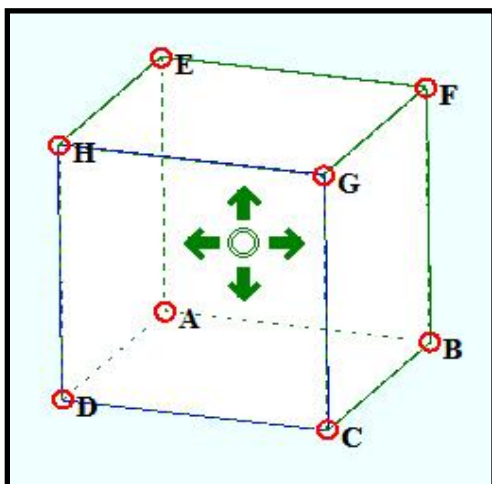
Фигура 35: Сечение

Въртене на обекти

Завъртането може да се осъществи по два начина:

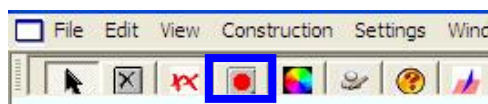
1. Всяка конструкция на тримерен обект е съпроводена със зелена точка и четири зелени стрелки, чрез които може да се завърти. Изборът на посока на въртене се осъществява чрез посочване на съответната стрелка. Потребителят може да щракне върху две стрелки и да укаже друга посока.

2. Учениците имат възможност да завъртат тяло около специфично измерение, щраквайки на ръб на тялото. За да се спре ротацията, щракнете върху обекта така че контролът на ротация да се появи и тогава щракнете върху кръга (Фигура 36).



Фигура 36: Ротация

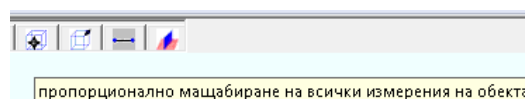
Ротацията също може да бъде спирана, като се щракне на иконата "стоп" на лентата с инструменти (червеният кръг).



Промяна на размера на обекта

Промяната на размерите на тримерните обекти е предизвикателство. С DALEST има два начина да промените размерите на даден тримерен обект. Те са:

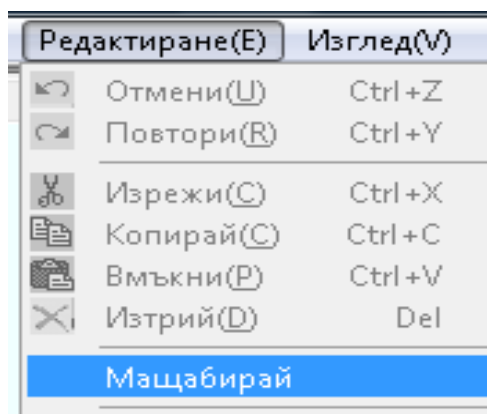
1. получаване на подобен обект (т.е. запазват се отношенията на измеренията на дадения и получавания обект)



Фигура 37: Пропорционални размери

За целта трябва да щракнете върху обекта, на който искате да промените размера, след което да отидете в меню *Редактиране* и да изберете *Мащабирай* (Фигура 38).

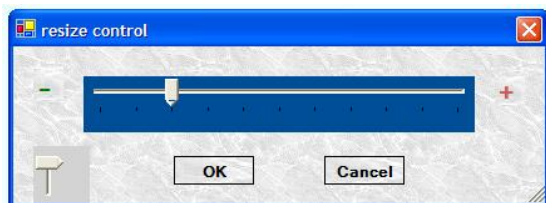
2. Разтягане на обект



Фигура 38: Редактиране

Разтягането позволява промяна на едно или повече измерения, без да се запазват първоначалните съотношения между мерките на обекта. Например, за да увеличите височината на цилиндър, без да промените радиуса:

(а) Щракнете на иконата със синьо кръгче, която се намира



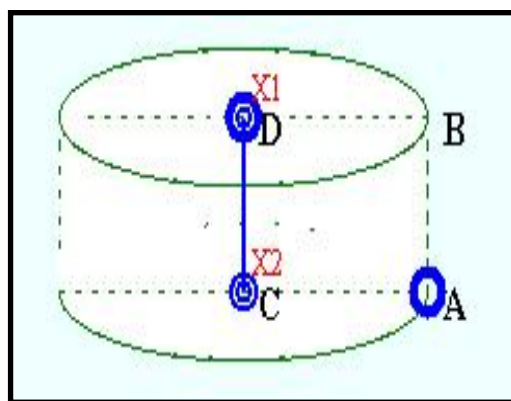
Фигура 39: Плъзгач на лентата с инструменти:



След като изберете тази опция, ще се появи плъзгач. При преместване на плъзгача наляво обектът се намалява, а

при преместване на плъзгача надясно - се увеличава.

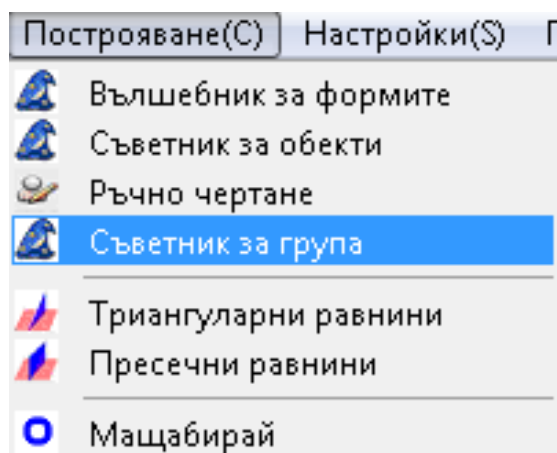
б) След като иконата е активирана, върху тримерния обект се показват два малки сини кръга. Това са „горещите точки“ на обекта и чрез провлачването им се променя съответния размер. За да увеличите височината на цилиндъра, без да промените радиуса, влачете „горещата точка“ D (виж Фигура 40).



Фигура 40: Горещи точки в цилиндър

Групиране на обекти

Софтуерът DALEST стереометрия дава възможността да се групират два обекта. Можете да стартирате *Съветник за група* от менюто *Построяване* или иконата  в основната лента за инструменти (виж Фигура 41).



Фигура 41: Групиране на обекти

Процедурата за групиране на два обекта ще илюстрираме чрез пример за групиране на два различни по големина куба.

Стъпка 1: Щракнете върху иконата на *Съветника за група*

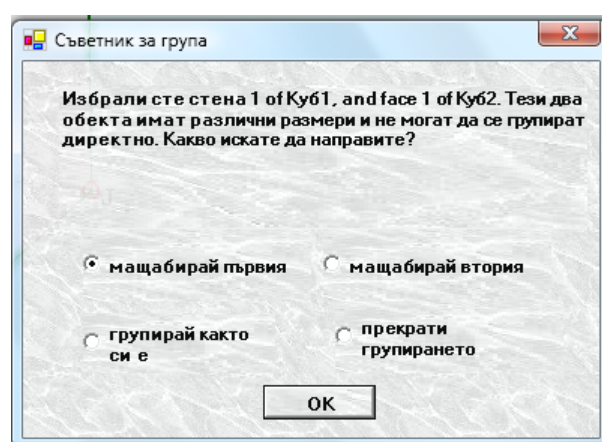
Стъпка 2: Следвайки указанията в появилия се диалогов прозорец, щракнете върху стената на първия куб, която искате да се допира до втория куб.

Стъпка 3: Щракнете върху стената на втория куб, до която искате да се допира първият.

Бележка: Появява се нов диалогов прозорец. Трябва да изберете измежду няколко опции (не забравяйте, че двата

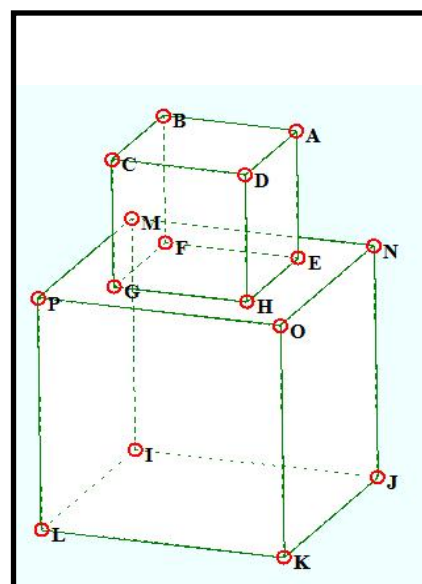
куба и следователно и двете стени са различни по размер):

- Промени първия, за да се изравни с втория
- Промени втория, за да се изравни с първия
- Групирай както са
- Прекрати групирането



Фигура 42: Диалогова кутия за групиране

Ето пример:



ГЛАВА III

Въведение

Разработката на софтуерните приложения на проекта DALEST има за цел те да подпомогнат конструктивисткия подход при обучението по стереометрия, да променят ролята на учителя в класната стая, да накарат учениците да се чувстват по-отговорни по отношение на учебния процес, да им помогнат да разберат същността на важни геометрични понятия и по такъв начин да направят математиката по-значима, реалистична и интересна за тях.

В тази глава представяме част от разработените сценарии за занятия по стереометрия с използване на компютърните приложения на DALEST.

Занятията бяха проведени и анализирани във всички страни-партньори по проекта и участниците се срещнаха, за да обсъдят достойнствата и слабостите им, както и различните подходи при решаването на една и съща задача.

След дискусиите всички сценарии за занятия бяха преработени с цел да отговарят на изискванията за учебно съдър-

жание в училищата от Европейския съюз. Надеждата на участниците е, че основният резултат от проекта ще бъде учениците да имат по-добро отношение към изучаването на стереометрията.

Занятията са предназначени за ученици от 9 до 15 годишна възраст и имат единен формат. Най-напред се описва целта на конкретното занятие. След това се представя реалистична проблемна ситуация с подходящи въпроси. В този етап на занятието учениците използват софтуерните приложения на DALEST. Следва част, в която учениците могат да обобщят решенията си в контекста на подобни ситуации. Накрая учениците формулират какво са научили и открили в писмо до приятел или човек, който се интересува от проблематиката.

Таблица 1 по-долу може да се използва от учители, които биха искали да проведат тези занятия със своя клас.

Таблица 1: Цели на занятията, връзки с учебното съдържание и със софтуера

	Тема	Деятност	Основно понятие	Източник	Програма
1	Конструиране на куб	Конструиране на куб от конструкции	Куб	ново	Конструктор
2	Делимост на числа и конструиране на куб	Използване на знания от делимост на числа за решаване на задачи за конструиране на куб	Куб	ново	Конструктор
3	Развий въображението си с развивки на куб	Откриване и конструиране на развивки на куб	Развивка на куб	ново	Оригами Ножички Плюшени играчки
4	Развивка на правоъгълен паралелепипед	Откриване и конструиране на развивки на правоъгълен паралелепипед	Развивка на правоъгълен паралелепипед	ново	Оригами
5	Обем	Откриване и използване на правило за намиране на обема на правоъгълен паралелепипед	Обем на правоъгълен паралелепипед	ново	Конструктор
6	Как се икономисват	Построяване на конструкции	Обем на правоъгълен	ново	Конструктор

	кубчета		паралелепипед		
7	Фигурни числа и кубчета	Представяне на фигурни числа и техни сборове с конструкции от кубчета	Обем	ново	Конструктор
8	Проекции	Построяване на конструкция по проекциите ѝ	Проекции	ново	Сенки
9	Да видиш невидимото	Преброяване на единични кубчета	Преброяване	ново	Конструктор
10	Призми и развивки	Откриване и конструиране на развивки на призма	Развивки	ново	Оригами
11	Пирамиди и развивки	Откриване и конструиране на развивки на пирамида	Развивки	ново	Оригами
12	Хеопсовата пирамида	Откриване и използване на връзката между измеренията на правилна четириъгълна пирамида и обема ѝ	Обем на пирамида	http://nrich.maths.org/public/index.php	Dalest стереометрия
13	Цилиндър	откриване и използване на връзката между измеренията на цилиндър и лицето на повърхнината (обема) му	Лице на повърхнина и обем на цилиндър	ново	Математиче-ско колело
14	Цилиндричен робот	Откриване кой от цилиндрите с равни обеми има най-малко лице на повърхнина	Лице на повърхнина и обем на цилиндър	ново	Математиче-ско колело

15	Зависимости в конус	Откриване и използване на връзка между измеренията и обема на конус	Обем на конус	ново	Математиче-ско колело
16	Двоен памук-шекер?	откриване и използване на връзката между радиуса и обема на кълбо	Обем на кълбо	http://nrich.maths.org/public/index.php	Dalest стерео-метрия
17	Ваза на богатството	Моделиране на съдове –създаване на ротационни тела и работа с обема им	Ротационни тела и обем	ново	Дизайн на съдове
18	Еднаквост в пространството	Разпознаване на еднакви тела и конструиране на еднакви тела	Еднаквост	ново	Конструктор
19	Кога две конструкции могат (не могат) да бъдат еднакви	Необходими условия за еднаквост	Еднаквост	ново	Конструктор
20	Тела с равнина на симетрия	Разпознаване и конструиране на тела с равнина на симетрия	Ръбести и валчести тела	ново	Конструктор Плъзгач Дизайн на съдове Грънчарско колело



Конструиране на куб

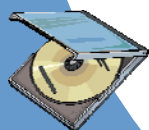
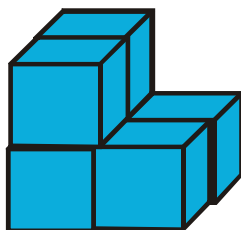
Цел:

Тук ще се научиш да преценяваш може ли да се конструира куб от две конструкции от единични кубчета. За целта ще работиш с програмата Конструктор (Cubix Editor).



Предизвикателство

Може ли да се конструира куб с размери $2 \times 2 \times 2$, като се сглобят двете дадени по-долу конструкции?





Действай с ...

Зареди програмата *Конструктор (Cubix Editor)*.

- Избери размер на дъската, с която ще работиш (9X9).
- За да поставиш кубче върху дъската, щракни с левия бутон на мишката над свободно бяло квадратче; за да долепиш кубче до друго кубче, щракни върху съответната стена.
- За да ти е удобно да разглеждаш конструкцията от различни страни, можеш да въртиш дъската (като държиш натиснат левия бутон на мишката и движиш показалеца ѝ).
- За да избереш цвят на новото кубче, натисни съответния цветен бутон; за да премахнеш кубче, посочи го с показалеца на мишката и щракни с десния ѝ бутон.

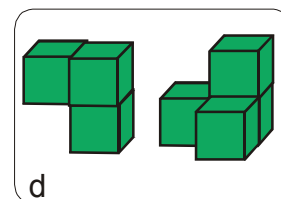
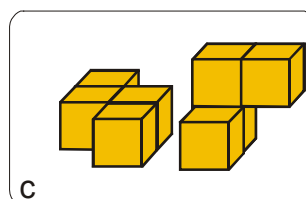
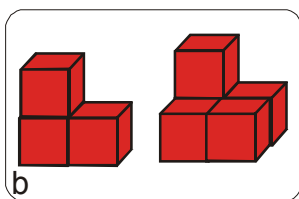
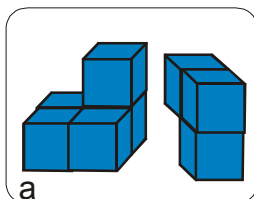
За да построиш двете конструкции е подходящо:

- да използваш различни дъски, за да работиш поотделно с конструкциите;
- да оцветиш двете конструкции в различен цвят.
- да завъртиш дъската с втората конструкция по подходящ начин, за да провериш решението си.



Изследване

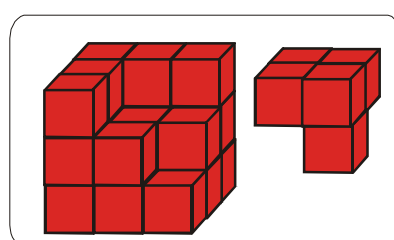
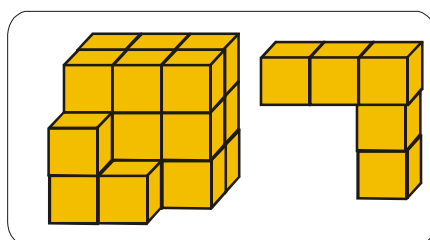
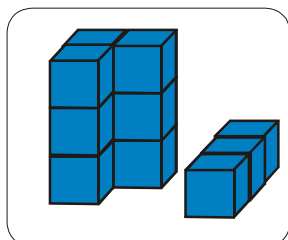
Задача. Може ли да се конструира куб с размери $2 \times 2 \times 2$ от двете конструкции във всяка от фигурите а, b, c, d?



Можеш да :

- сравниш обема на куб $2 \times 2 \times 2$ със сбора от обемите на двете конструкции;
- сравниш размерите на куб $2 \times 2 \times 2$ и размерите на двете конструкции;
- използваш програмата *Конструктор* .

Задача. Може ли да се конструира куб с размери $3 \times 3 \times 3$ от двете конструкции във всяка от дадените по-долу фигури?





Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Делимост на числа и конструиране на куб

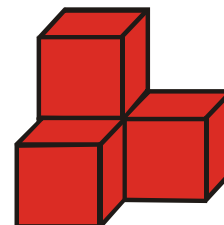
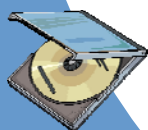


Цел:

Тук ще се научиш да използваш знания от делимост на числа за решаване на задачи за конструиране на куб. За целта ще използваш програмата Конструктор (Cubix Edi-

Предизвикателство

Може ли да се конструира куб $2 \times 2 \times 2$, като се използват няколко неразглобяеми конструкции като дадената?



Използвай програмата Конструктор (Cubix Editor).

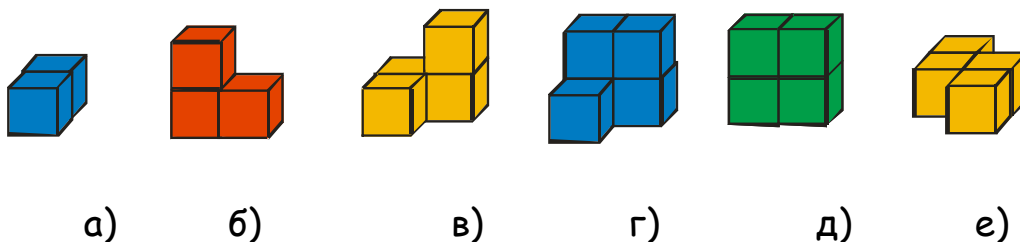
Подходящо е да оцветяваш с друг цвят всяка нова конструкция, с която допълваш.





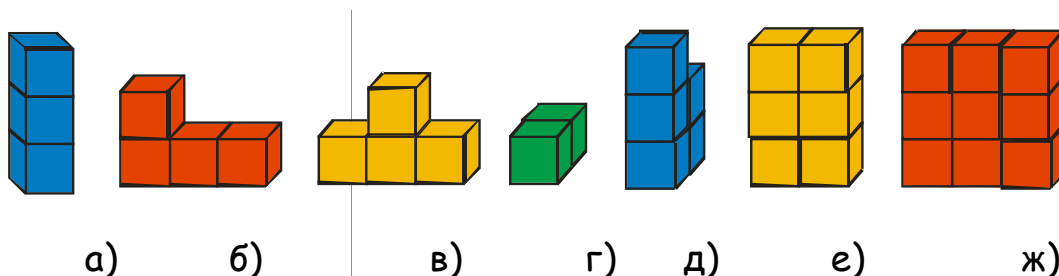
Изследване

Задача. Може ли да се конструира куб $2 \times 2 \times 2$, като се използват няколко еднотипни неразглобяеми конструкции като дадената във всяка от фигурите от а) до е)?



Упътване: Можеш да провериш дали обемът на търсения куб се дели без остатък на обема на дадената конструкция. Ако **не** се дели, какъв извод може да се направи?

Задача. Може ли да се конструира куб $3 \times 3 \times 3$, като се използват няколко еднотипни неразглобяеми конструкции като дадената във всяка от фигурите от а) до ж)?





Изследване

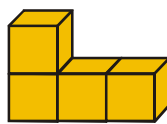
Задача. Може ли да се конструира куб $4 \times 4 \times 4$, като се използват няколко еднотипни неразглобяеми конструкции като дадената във всяка от фигурите от а) до е)?



а)



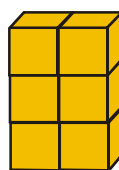
б)



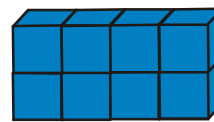
в)



г)



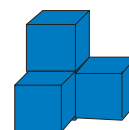
д)



е)

Задача. С използване на няколко еднотипни неразглобяеми конструкции (като дадената по-долу), съставени от четири единични кубчета с обем 1 куб. см, **не** може да се конструира куб с дължина на ръба:

А) 2 см; Б) 4 см; В) 6 см; Г) 8 см; Д) 9 см.





Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Развий въображението си с развивки на куб

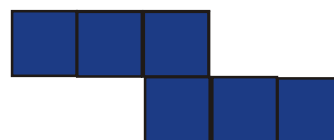
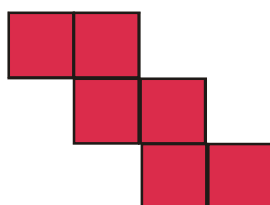
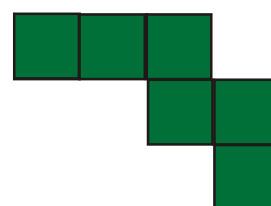
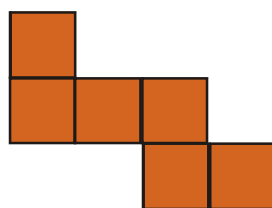
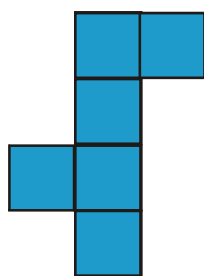
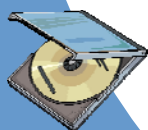


Цел:

Тук ще откриваш и конструираш развивки на куб. За целта можеш да използваш програмата Оригами (Origami Nets).

Предизвикателство

Коя от цветните хартиени форми не можеш да използваш за опаковка на кубче, ако нямаш право на разрязване? Защо?



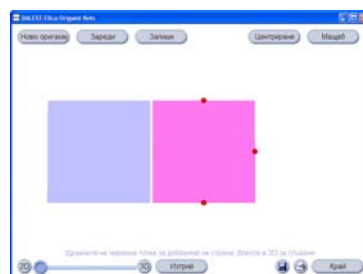
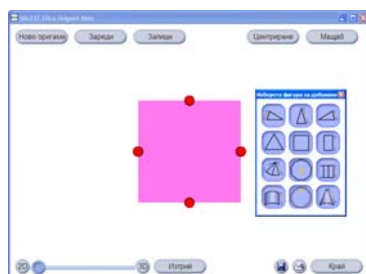


Действай с ...

Построй модел на фигурите с помощта на програмата *Оригами*.

За да построиш фигура от квадрати:

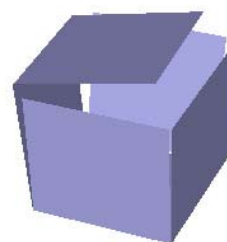
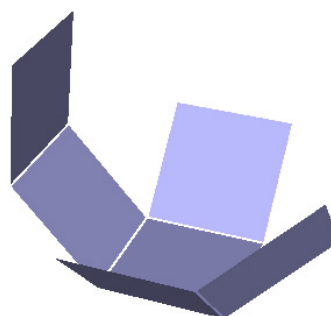
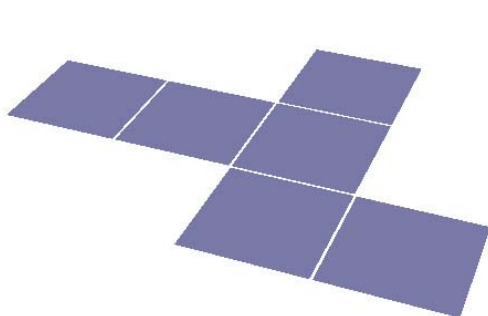
- избири квадрат от менюто от фигури
- посочи с мишката до коя от страните му да се да се добави следващ квадрат
- продължи до получаване на исканата фигура.



За да *сгънеш* фигурата:

- избири бутона **3D**
- посочи квадратчето, което да се наклони
- запиши ъгъла на наклона в градуси (например 90)

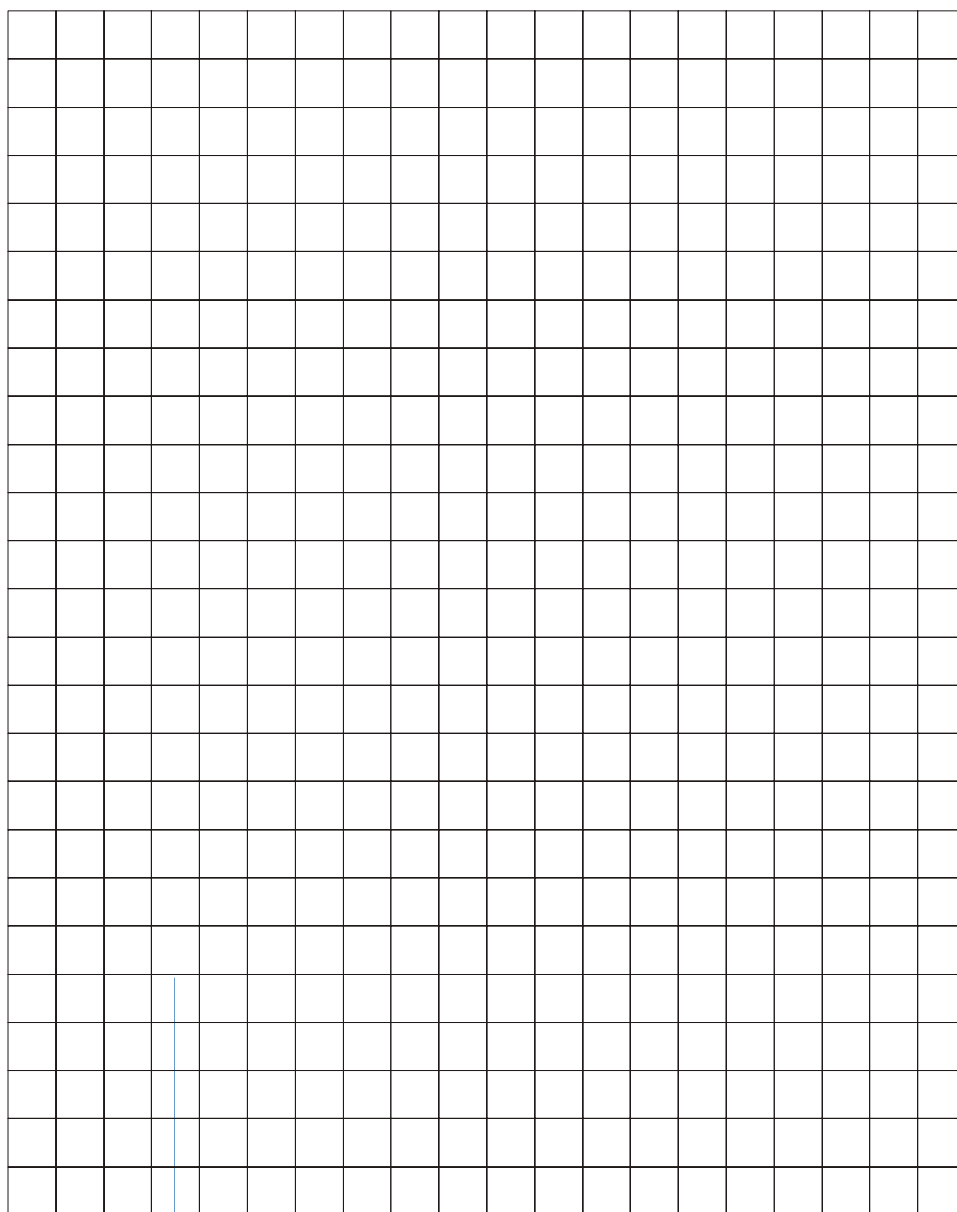
За да наблюдаваш ефекта на сгъване, използвай плъзгача между бутоните **2D** и **3D**.





Вариации

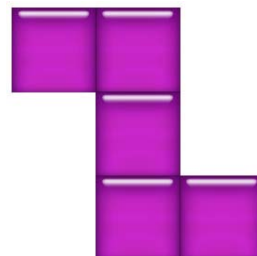
Задача Построй пет различни развивки на куб. Използвай *Оригами* за проверка на решението си.



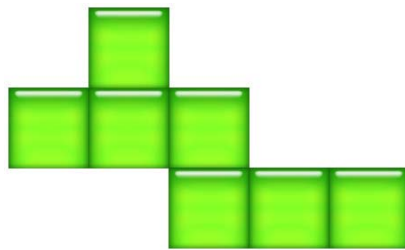


Вдигаме летвата

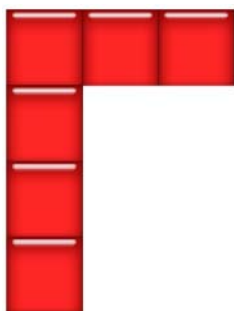
Задача Допълни фигурата с един квадрат така, че да се получи развивка на куб. Използвай *Оригами* за проверка на решението си.



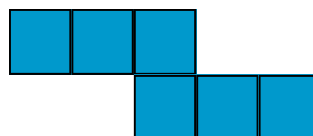
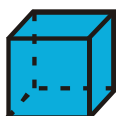
Задача Отстрани от фигурата един квадрат така, че да се получи развивка на куб.



Задача Премести един от квадратите така, че да се получи развивка на куб.



Задача Посочи седем ръба, по които може да се разреже кубът, за да се получи посочената развивка?

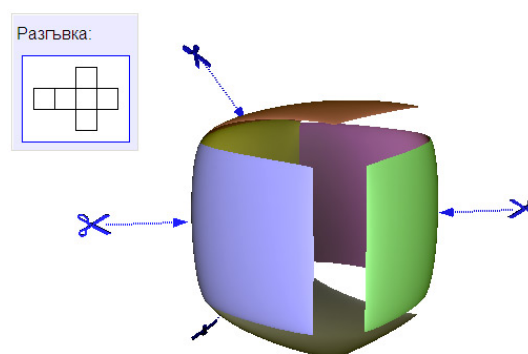
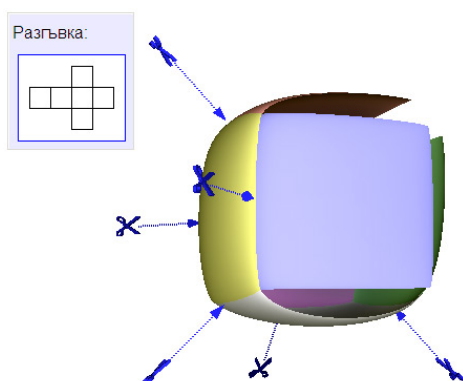
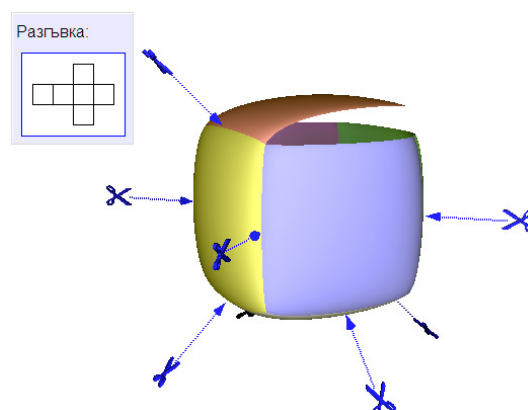
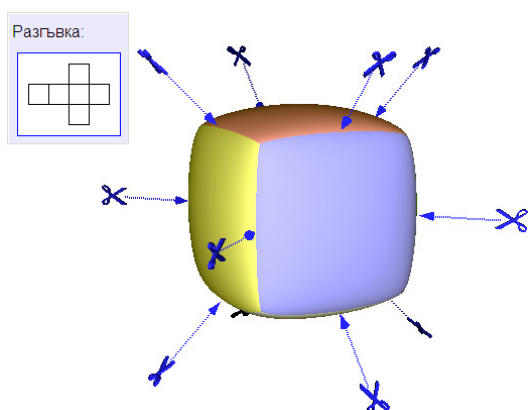


Упътване: Тук вече е добре малко да загрееш, като поиграеш с две нови програми—*Ножички* и *Плюшени играчки*. Обърни!



Действай с ...

- Зареди програмата *Ножички (Scissors)*.
- За да разрежеш играчката по даден ръб, щракни с мишката върху ножичката, която сочи към него.
- След всяко разрязване завърти играчката, за да се ориентираш по-добре. (Въртенето става, като влачиш мишката).
- Когато си готов, натисни бутона за разгъване на играчката и провери дали си получил желаната развивка. Не се отчайвай, ако получиш вместо това извинение от страна на програмата.



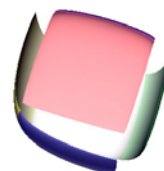
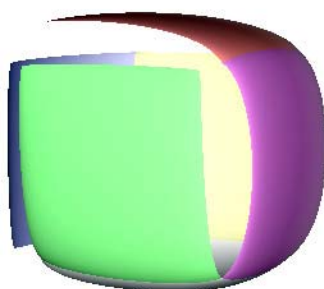
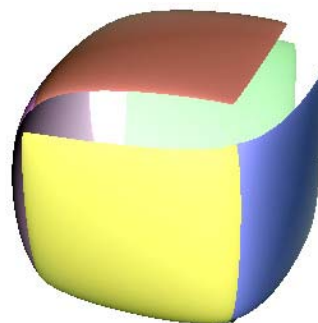
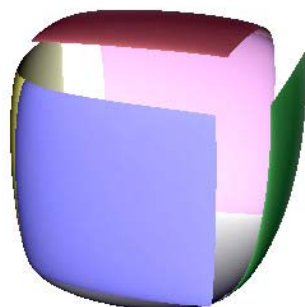
Задача Провери за пет развивки на кой опит успяваш да направиш верен избор на ръбове.

Задача Провери въображението си и за играчки, които не са кубчета. (Намери подходящия за тази цел бутон .)



Действай с ...

- Зареди програмата *Плюшени играки (Stuffed toys)*.
- Преди да отгатнеш коя е развивката, погледни разрязаната играчка от различни страни (като влачиш мишката).
- Когато си готов, натисни бутона за възможните отговори и избери развивка.



- Ако не си познал, програмата ще ти предложи да опиташ пак. Можеш и да не си *хабиш патроните*, като *кажеш*, че още не си готов с отговора и продължиш да изследваш играчката.

Задача Провери въображението си и за играчки, които не са кубчета. (Намери подходящия за тази цел бутон .)

Задача Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.



Развивка на правоъгълен паралелепипед

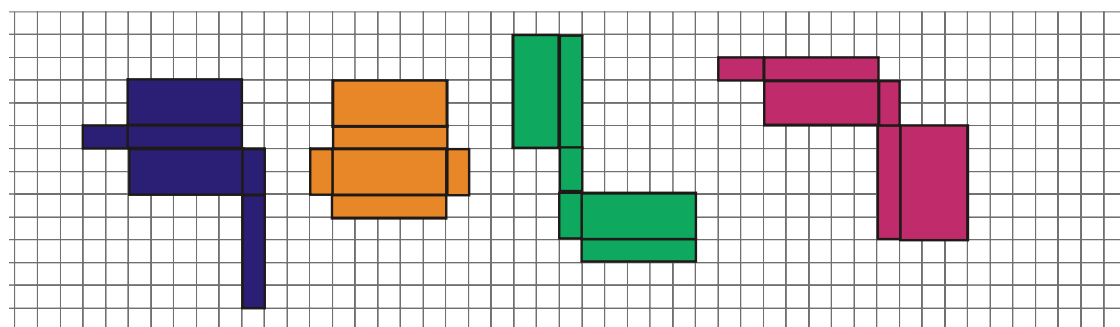
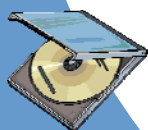


Цел:

Тук ще откриваш и конструираш развивка на правоъгълен паралелепипед. За целта ще използваш програмата Оригами (Origami Nets).

Предизвикателство

Коя от цветните хартиени форми не можеш да използваш за опаковка на кутията с форма на правоъгълен паралелепипед, ако нямаш право на разрязване? Защо?



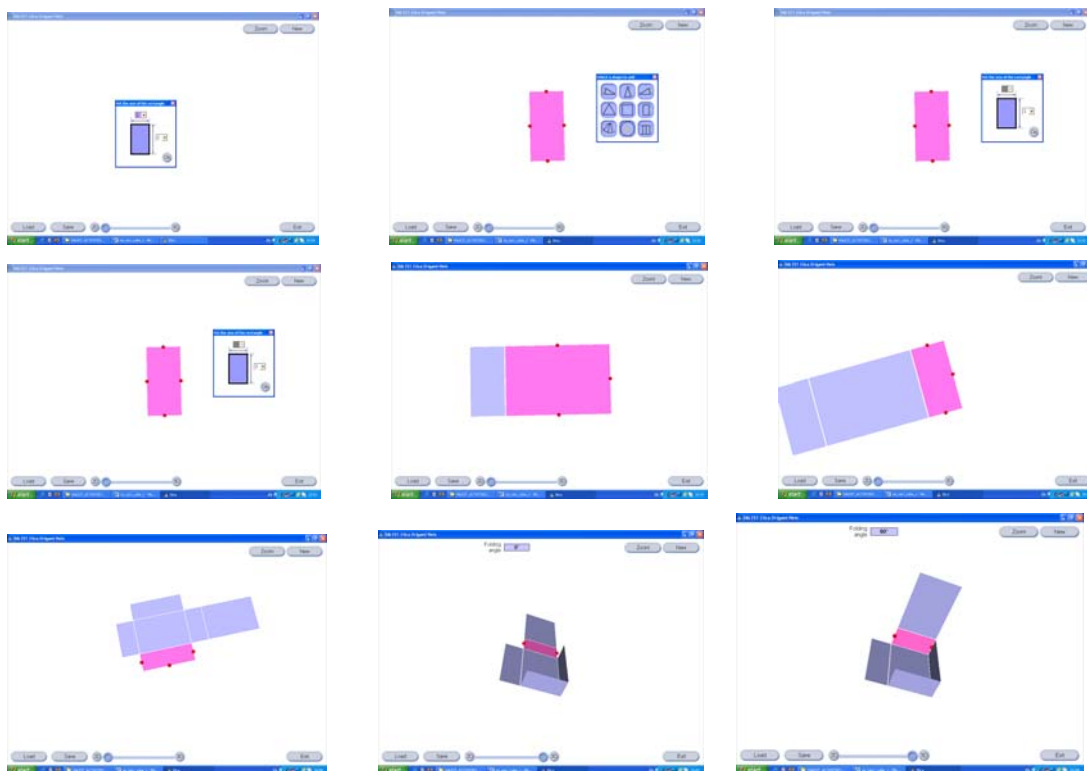


Действай с ...

Конструирай модел на развивка на правоъгълен паралелепипед с програмата *Оригами*.

За целта:

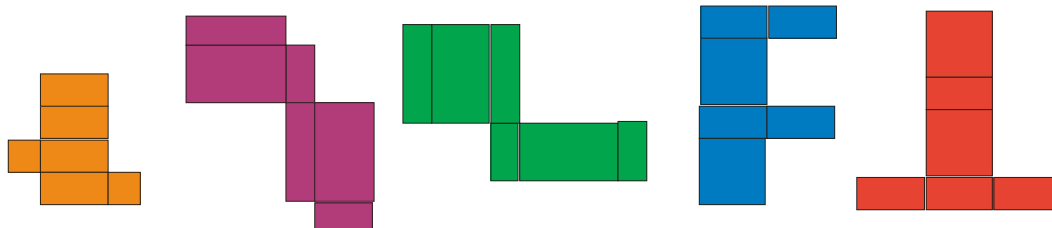
- Избери фигура правоъгълник и посочи размерите му.
- Маркирай страната на построения правоъгълник, към която ще се прикрепи следващият правоъгълник.
- Избери фигура правоъгълник и посочи дължината на едната страна (другата е равна на страната, до която се допира).
- Продължавай така до построяване на фигурата.
- При необходимост използвай бутон zoom, за да видиш цялата фигура.
- Избери 3D и посочвай ъгъла на завъртане (90°) на съответните правоъгълници.



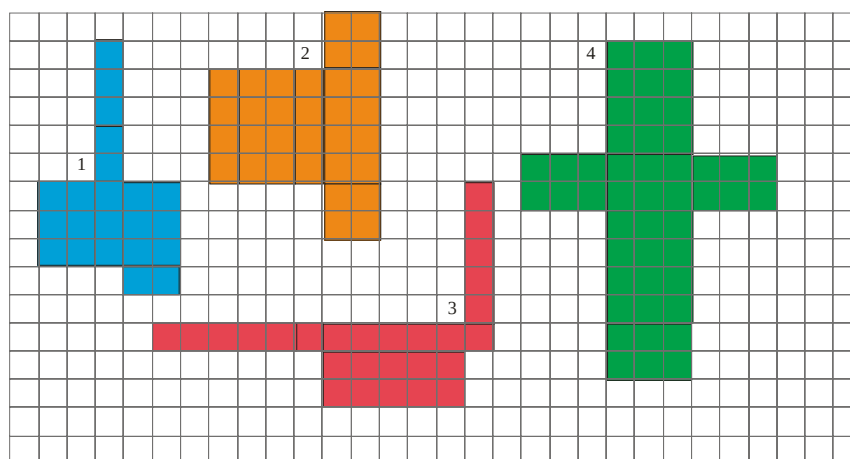


Действай с ...

Задача. Коя от фигурите долу не е развивка на правоъгълен паралелепипед? Провери верността на отговора си, като използваш програмата *Оригами*.



Задача. Коя от фигурите долу е развивка на правоъгълен паралелепипед? Провери верността на отговора си, като използваш програмата *Оригами*.

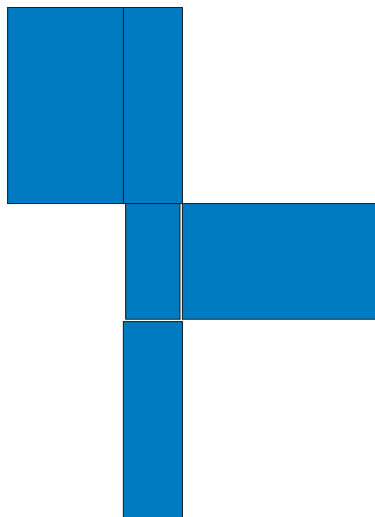




Действай с ...

Задача. Построй пет различни развивки на правоъгълен паралелепипед с измерения 1 см, 2 см, 3 см. Като използваш програмата *Оригами*, провери верността на решението.

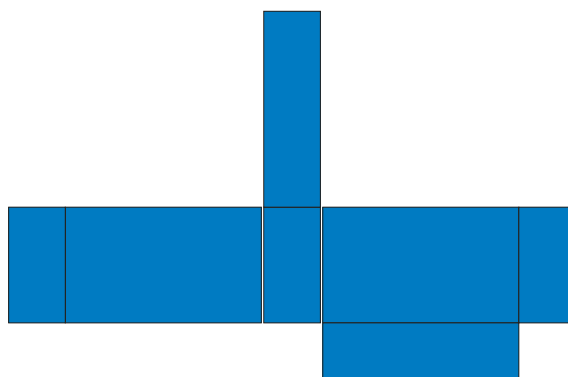
Задача. Допълни фигурата с един правоъгълник, че да се получи развивка на правоъгълен паралелепипед.



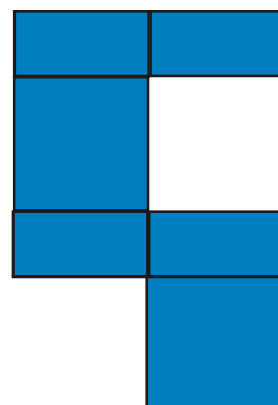


Действай с ...

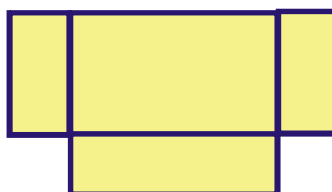
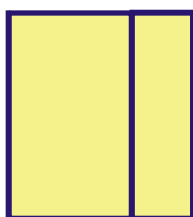
Задача. Отстрани от фигурата един правоъгълник така, че да се получи развивка на правоъгълен паралелепипед. Използвай програмата *Оригами* за проверка на решението. Състави аналогична задача за куб.



Задача. Премести един от правоъгълниците така, че да се получи развивка на правоъгълен паралелепипед. Използвай програмата *Оригами* за проверка на решението. Състави аналогична задача за куб.



Задача. От двете фигури получи развивка на правоъгълен паралелепипед.





Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Обем

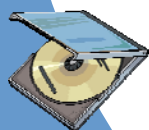
Цел:

Тук ще узнаеш за мярката за вместимост и ще откриеш правило за намиране на обема на правоъгълен паралелепипед. За целта можеш да използваш програмата Конструктор (*Cubix Editor*).



Предизвикателство

Ще се съберат ли 28 кубчета с ръб 1 см в кутия с форма на правоъгълен паралелепипед с измерения 2 см, 5 см и 3 см?





Действай с ...

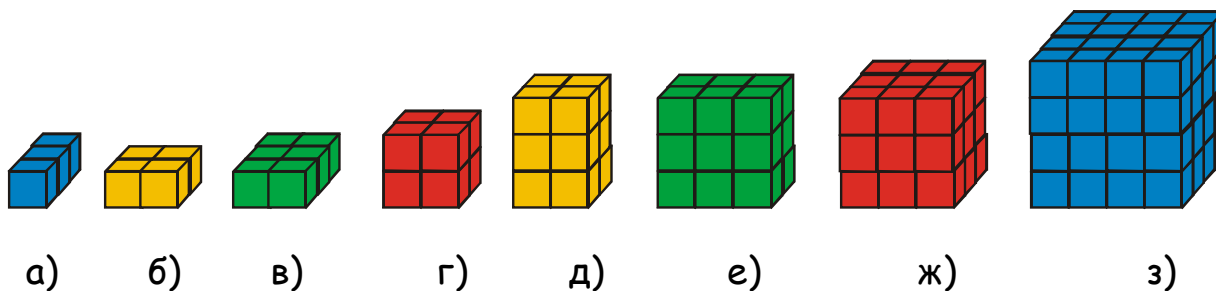


Зареди програмата *Конструктор (Cubix Editor)*. Използвай бутона *Statistics*.



Изследване

Задача. Намери обема на правоъгълния паралелепипед.



Попълни резултатите в таблицата.

	а)	б)	в)	г)	д)	е)	ж)	з)
V								

Задача. Колко кубчета още са необходими, за да се допълни конструкцията до правоъгълен паралелепипед:

а) $2 \times 3 \times 3$; б) $2 \times 3 \times 5$; в) $1 \times 3 \times 4$; г) $3 \times 4 \times 5$?

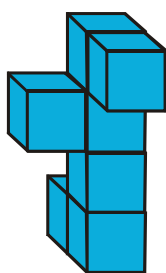




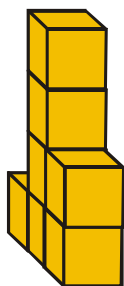
Изследване

Задача. Конструкциите имат един и същ обем. Коя от тях има:

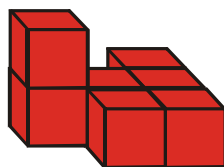
- а) най-голямо лице на повърхнината;
- б) най-малко лице на повърхнината?



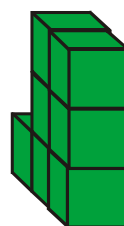
1



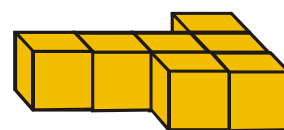
2



3



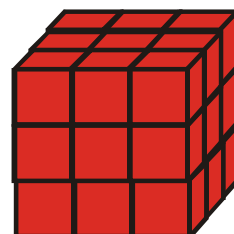
4



5

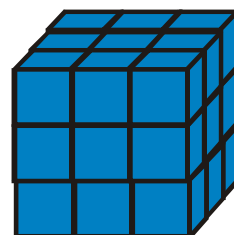
Задача. От куб $3 \times 3 \times 3$ отстрие едно единично кубче така, че да се получи конструкция:

- а) със същото лице на повърхнина;
- б) с по-голямо лице на повърхнина.



Задача. От куб $3 \times 3 \times 3$ отстрие три единични кубчета така, че да се получи конструкция:

- а) със същото лице на повърхнина;
- б) с по-голямо лице на повърхнина;
- в) с по-малко лице на повърхнина.





Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Как се икономисват кубчета

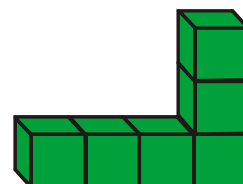
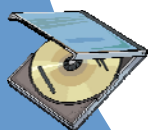


Цел:

Тук ще се научиш как да използваш обем на правоъгълен паралелепипед, за да построиш търсено тяло с най-малкия възможен брой допълнителни кубчета. За целта можеш да използваш програмата Конструктор.

Предизвикателство

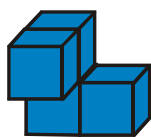
Намери най-малкия възможен брой единични кубчета, които трябва да се добавят в конструкцията, за да се допълни тя до куб.





Изследване

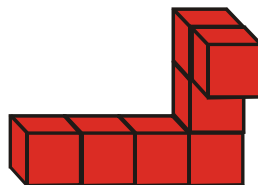
Задача. Намери най-малкия възможен брой единични кубчета, които трябва да се добавят в конструкцията, за да се допълни тя до куб.



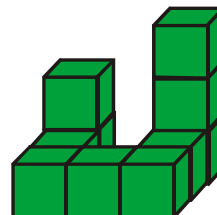
а)



б)



в)



г)

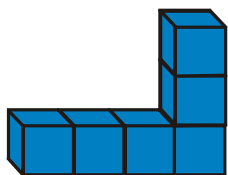
Попълни резултатите в таблицата.

	а)	б)	в)	г)
V на дадената конструкция				
V на търсения куб				
Брой на необходимите кубчета				

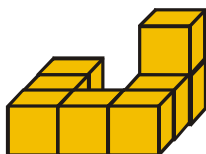


Изследване

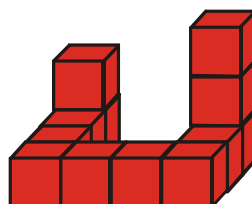
Задача. Намери най-малкия възможен брой единични кубчета, които трябва да се добавят в конструкцията, за да се допълни тя до правоъгълен паралелепипед.



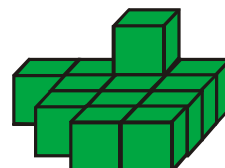
а)



б)



в)



г)

Попълни резултатите в таблицата.

	а)	б)	в)	г)
V на дадената конструкция				
V на търсения правоъгълен паралелепипед				
Брой на необходимите кубчета				



Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Фигурни числа и кубчета

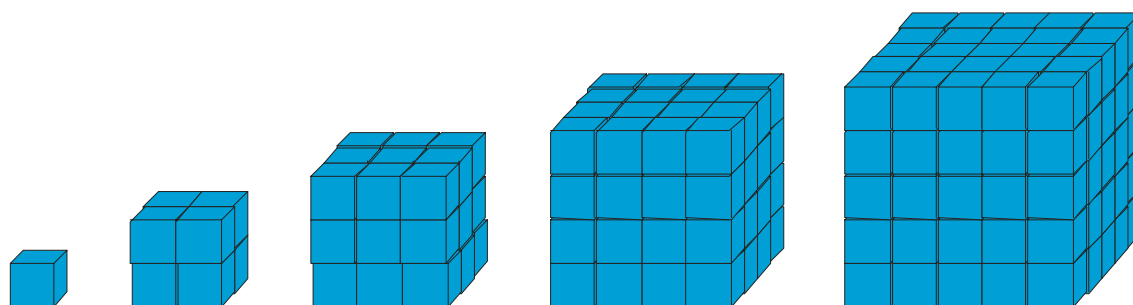
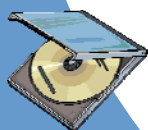
Цел:

Тук ще научиш кои числа се наричат **фигурни** и как да представяш техни сборове с конструкции от кубчета. За целта ще работиш с програмата Конструктор.



Предизвикателство

Намери обема на всеки от кубовете. Запиши получените числа със степен. Направи прогноза за числото, което стои на 20 място в получената редица от числа, съответстваща на редицата от кубове.



Не е случайно, че получените числа се наричат *кубични числа*, нали?

Древните гърци са въвели и други *фигурни числа* - *квадратни, триъгълни, правоъгълни, пирамидални* ... Тези числа могат да се представят например с точки, разположени във формата на съответните фигури.

А ти пък ще ги представяш с кубчета!

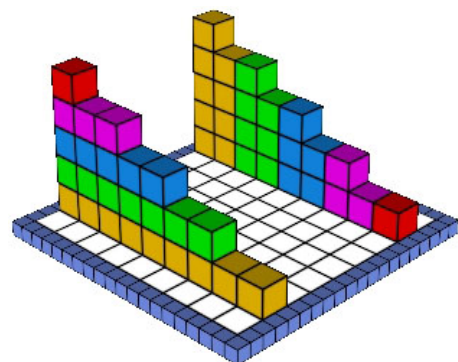
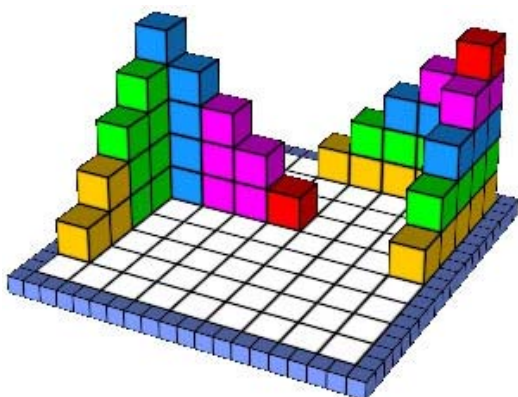
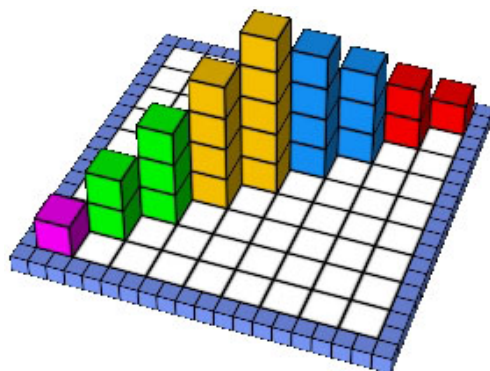




Действай с ...

- Зареди програмата *Конструктор (Cubix Editor)*.
- Избери размер на дъската, с която ще работиш (9X9)
- За да поставиш кубче върху дъската, щракни с левия бутон на мишката над свободно бяло квадратче; за да долепиш кубче до друго кубче, щракни върху съответната стена.

Ето няколко начина за представяне на сбора $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ с *Конструктора*:



Задача Направи собствен модел на сбора $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ с помощта на *Конструктора*.

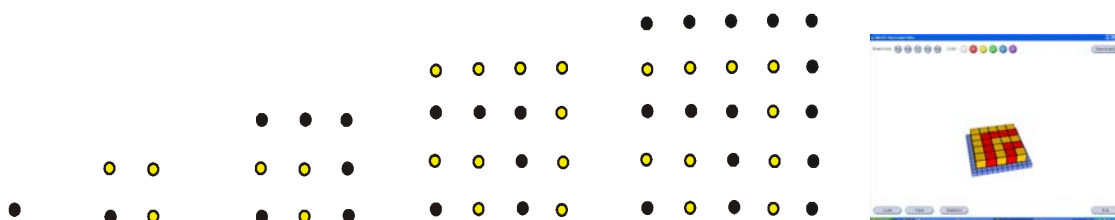
Упътване: За да откриеш отделните числа, използвай цветовете функционално, т.е. представи всяко число със съответния брой едноцветни кубчета.

Можеш да ускориш работата си, като създадеш няколко кубчета наведнъж—за целта задръж натиснат клавиша **Ctrl**, когато създаваш първото кубче (получената автоматично редица от кубчета ще съответства на размера на дъската.) За да изтриеш кубче, щракни върху него с десен бутон.



Вдигахме летвата

Древните гърци са използвали специално представяне на квадратните числа, с което са илюстрирали тяхно важно свойство.



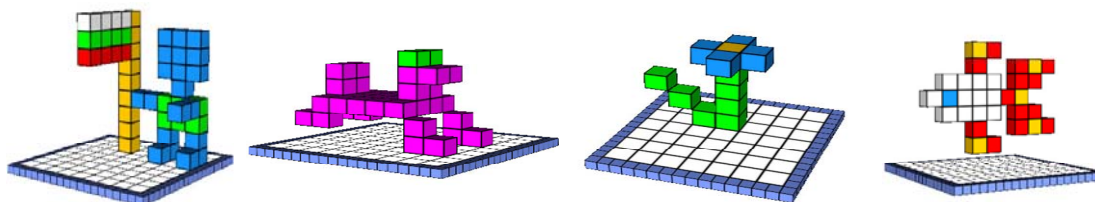
Ако твоя модел на сбора $1 + 3 + 5 + 7 + 9$ прилича на горната фигура, сигурно си съобразил, че този сбор е равен на $5 \times 5 = 5^2$. Открий свойството на квадратните числа, като попълниш таблицата и използваш получените резултати.

сума	1	1+3	1+3+5	1+3+5+7	1+3+5+7+9	1+3+5+7+9+11
квадрат						

Като използваш *Конструктора*, представи сбора:

- а) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$
- б) $2.1 + 2.2 + 2.3 + 2.4 + 2.5 + 2.6 + 2.7$
- в) $2 + 4 + 6 + 8$
- г) $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2$
- д) $1^3 + 2^3 + 3^3$
- е) $1^3 + 3^3 + 5^3$

Проект Моделирай с *Конструктора* свои скулптури с не повече от 25 кубчета. Ето няколко модела на петокласници от СМГ.



Опитай се да опишеш модела си в писмо до твой приятел така, че той да може да го възпроизведе само по твоето описание.



Проекции

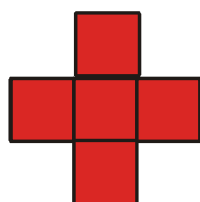


Цел:

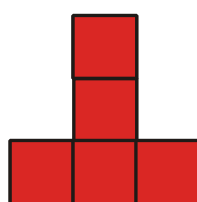
Тук ще се научиш да възстановяваш конструкция по проекциите ѝ (един вид сенки, които хвърля върху стените на куб, който я съдържа). За целта ще работиш с програмата Сенки (*Cubix Shadow*).

Предизвикателство

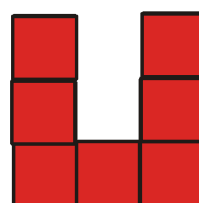
По-долу са показани три проекции на конструкция от кубчета. Колко единични кубчета съдържа конструкцията?



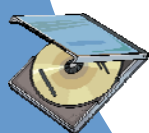
отгоре



отпред



отляво

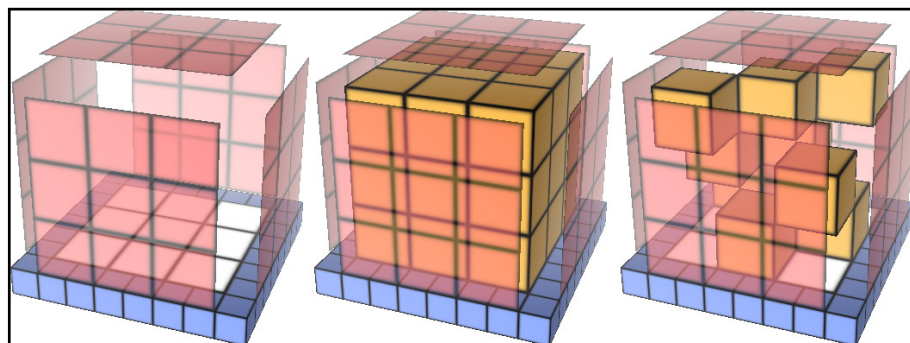
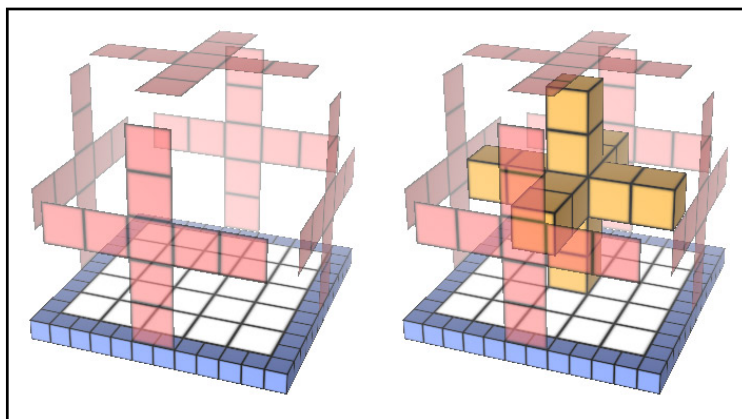




Действай с ...

Поиграй с програмата *Сенки (Cubix Shadow)*.

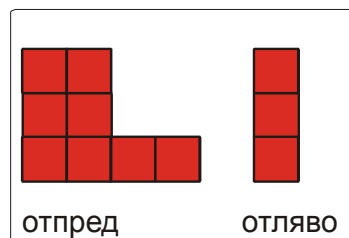
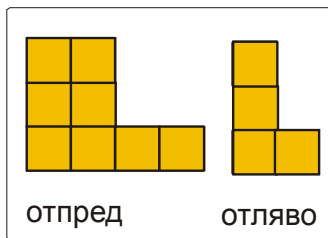
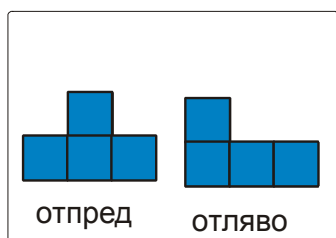
- Зареди програмата.
- Разгледай внимателно проекциите на конструкцията, която трябва да я възстановиш.
- Използвай знанията си за работа с програмата *Конструктор*.
- Търси различни възможности.
- Опитай се да построиш конструкцията с минимален брой единични кубчета.
- Опитай се да построиш конструкцията с максимален брой единични кубчета.





Изследване

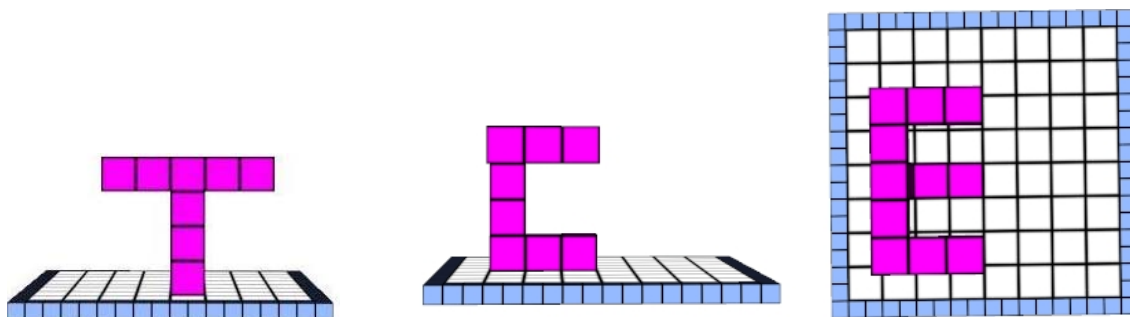
Задача. На всяка от фигурите а), б), в) са показани са по две проекции на конструкция от кубчета. Колко единични кубчета най-малко и колко най-много може да съдържа съответната конструкция?



Попълни резултатите в таблицата.

	а)	б)	в)
Най-малко			
Най-много			

Задача. С минимален брой единични кубчета направи конструкция с посочените проекции:





Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Да видиш невидимото

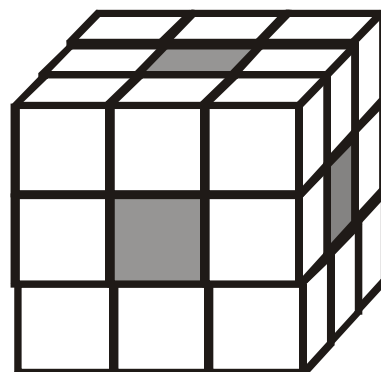
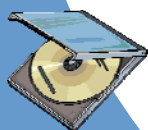


Цел: Тук ще се научиш да преброяваш “невидими” обекти. За целта ще работиш с програмата Конструктор (Cubix Editor).

Предизвикателство

От куб $3 \times 3 \times 3$ са отстранени кубчетата, лежащи в потъмнените колони, след което получената конструкция е потопена в боя. Колко са единичните кубчета:

- от които е съставена получената конструкция;
- с точно три оцветени стени?

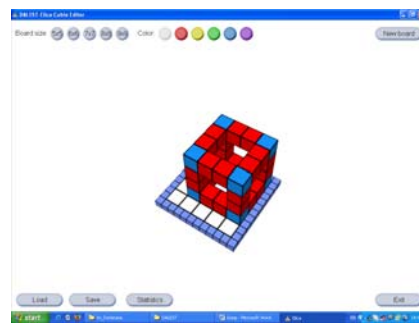
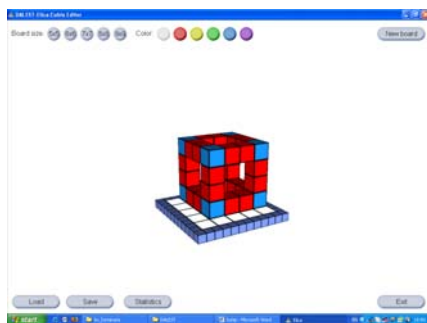




Действай с ...

Използвай програмата *Конструктор (Cubix Editor)*.

- Проверявай, като завърташ дъската, за да си осигуриш видимост на интересуващите те стени.
- Съобразявай за кои кубчета от конструкцията резултатът е същият.



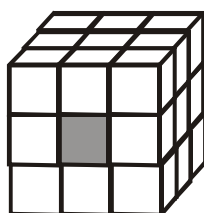


Изследване

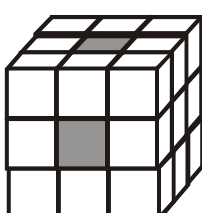


Задача. От куб са отстранени кубчетата, лежащи в потъмнените колони, след което получената конструкция е потопена в боя. Колко са единичните кубчета:

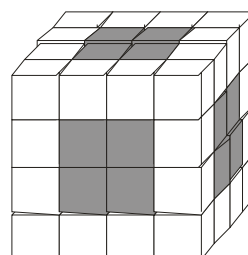
- а) от които е съставена получената конструкция;
- б) с точно три оцветени стени;
- в) с точно четири оцветени стени?



1



2

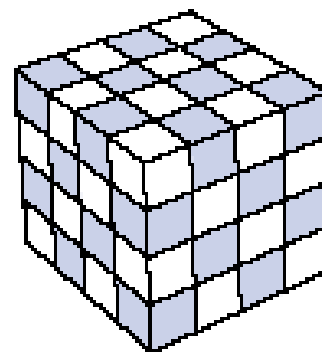


3

конструкция	а)	б)	в)
1			
2			
3			

Задача. Този куб е съставен от редуващи се сини и бели кубчета с дължина на страната 1 сантиметър.

- а) Намерете лицето на повърхнината на куба?
- б) Каква част от повърхнината е синя?





■ Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Призми и развивки

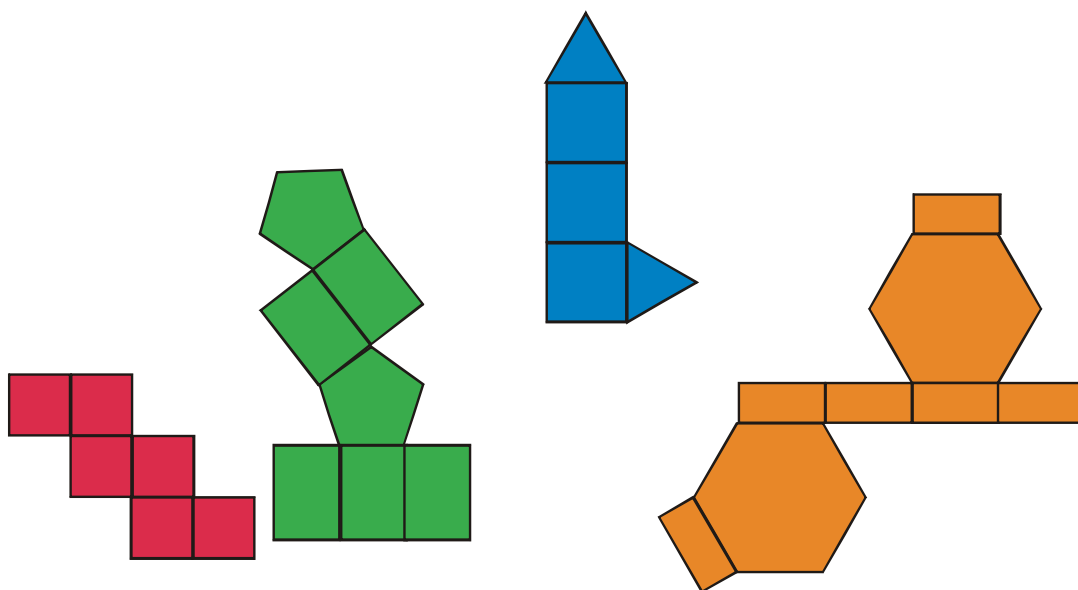
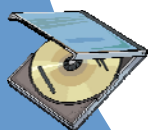
Цел:

Тук ще откриваш и конструираш развивка на правилна призма. За целта ще работиш с програмата Оригами (Origami Nets).



Предизвикателство

Коя от фигурите не е развивка на правилна призма?

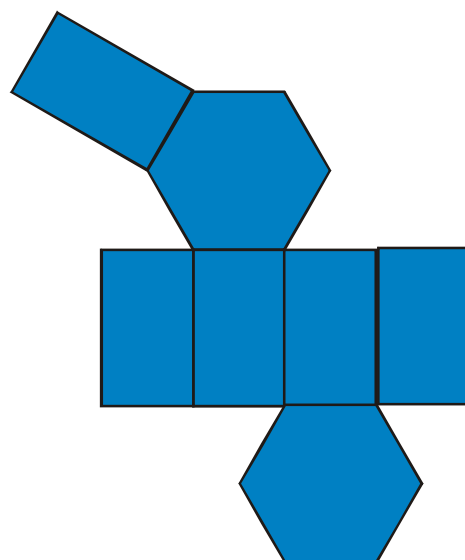




Действай с ...

Задача. Построй седем различни развивки на правилна триъгълна призма. Като използваш програмата *Оригами (Origami Nets)*, провери верността на решението.

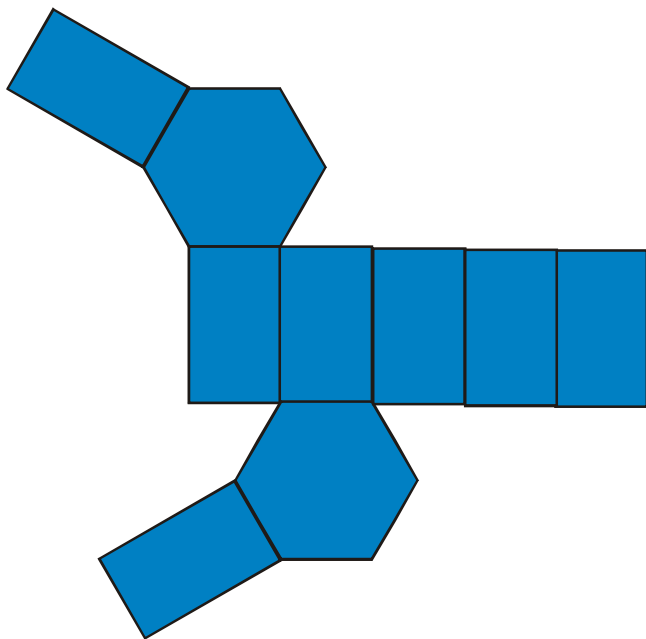
Задача. Допълни фигурата с един многоъгълник така, че да се получи развивка на правилна шестоъгълна призма. Използвай програмата *Оригами (Origami Nets)* за проверка на решението. Състави аналогична задача за правилна осмоъгълна призма.



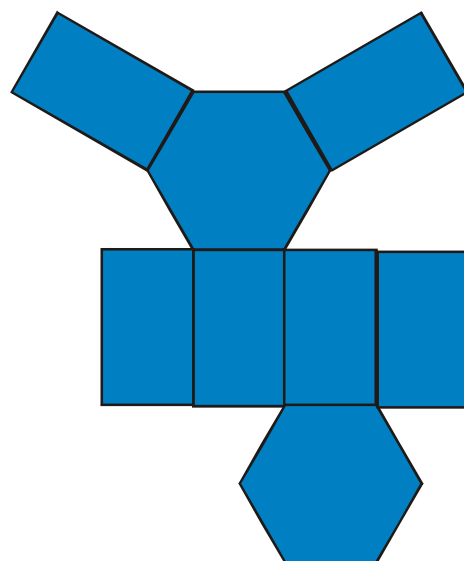


Вдигаме летвата

Задача. Отстрани от фигурата един многоъгълник така, че да се получи развивка на правилна шестоъгълна призма. Използвай програмата *Оригами (Origami Nets)* за проверка на решението. Състави аналогична задача за правилна петоъгълна призма.



Задача. Премести един от многоъгълниците така, че да се получи развивка на правилна шестоъгълна призма.





■ Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Пирамиди и развивки

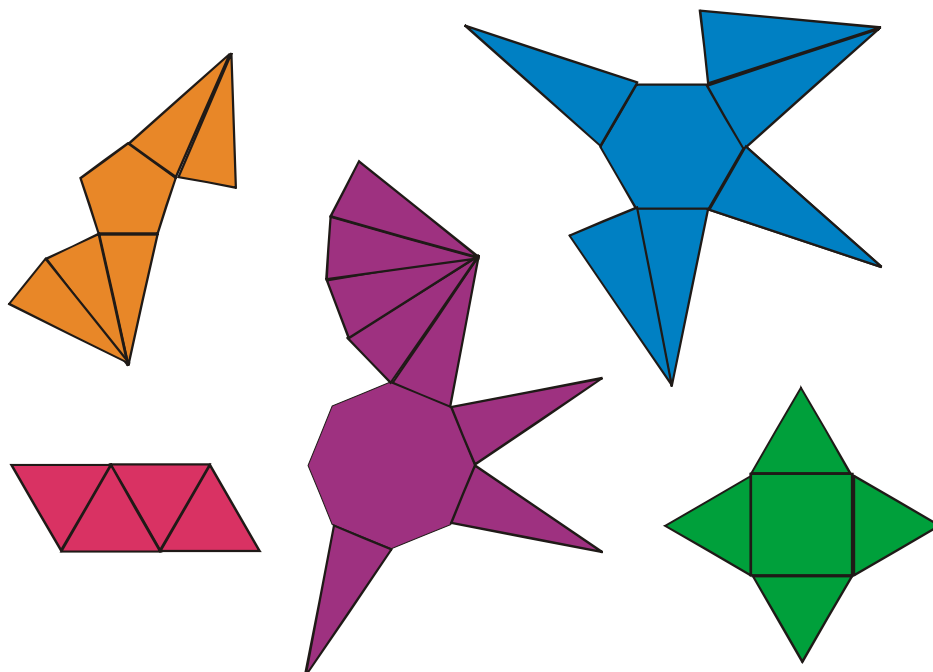
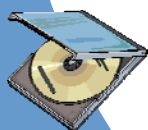


Цел:

Тук ще откриваш и конструираш развивка на правилна пирамида. За целта ще работиш с програмата Оригами (Origami Nets).

Предизвикателство

Коя от фигурите не е развивка на правилна пирамида?

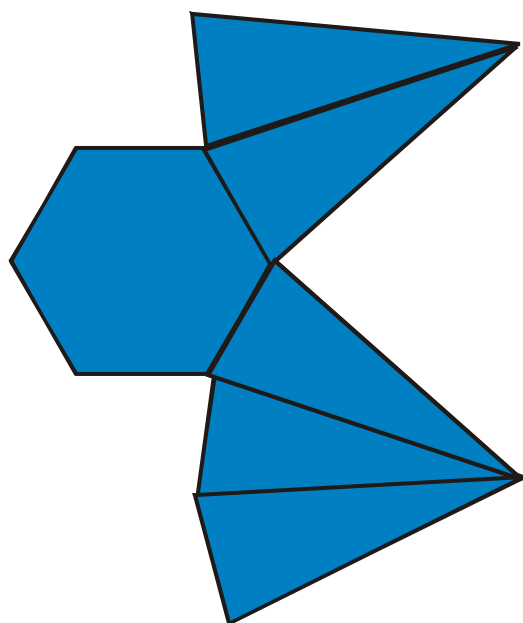




Изследване

Задача. Построй три различни развивки на правилна четириъгълна пирамида. Като използваш програмата *Оригами (Origami Nets)*, провери верността на решението.

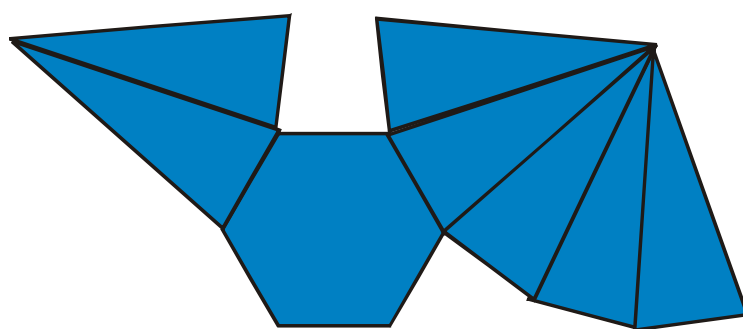
Задача. Допълни фигурата с един многоъгълник така, че да се получи развивка на правилна шестоъгълна пирамида. Използвай програмата *Оригами (Origami Nets)* за проверка на решението. Състави аналогична задача за правилна осмоъгълна пирамида.



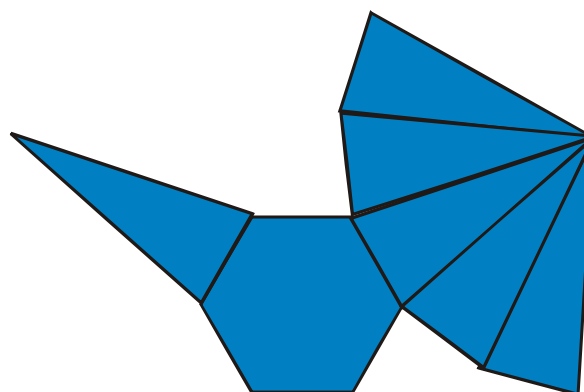


Изследване

Задача. Отстрани от фигурата един многоъгълник така, че да се получи развивка на правилна шестоъгълна пирамида. Използвай програмата *Оригами* (*Origami Nets*) за проверка на решението. Състави аналогична задача за правилна петоъгълна пирамида.



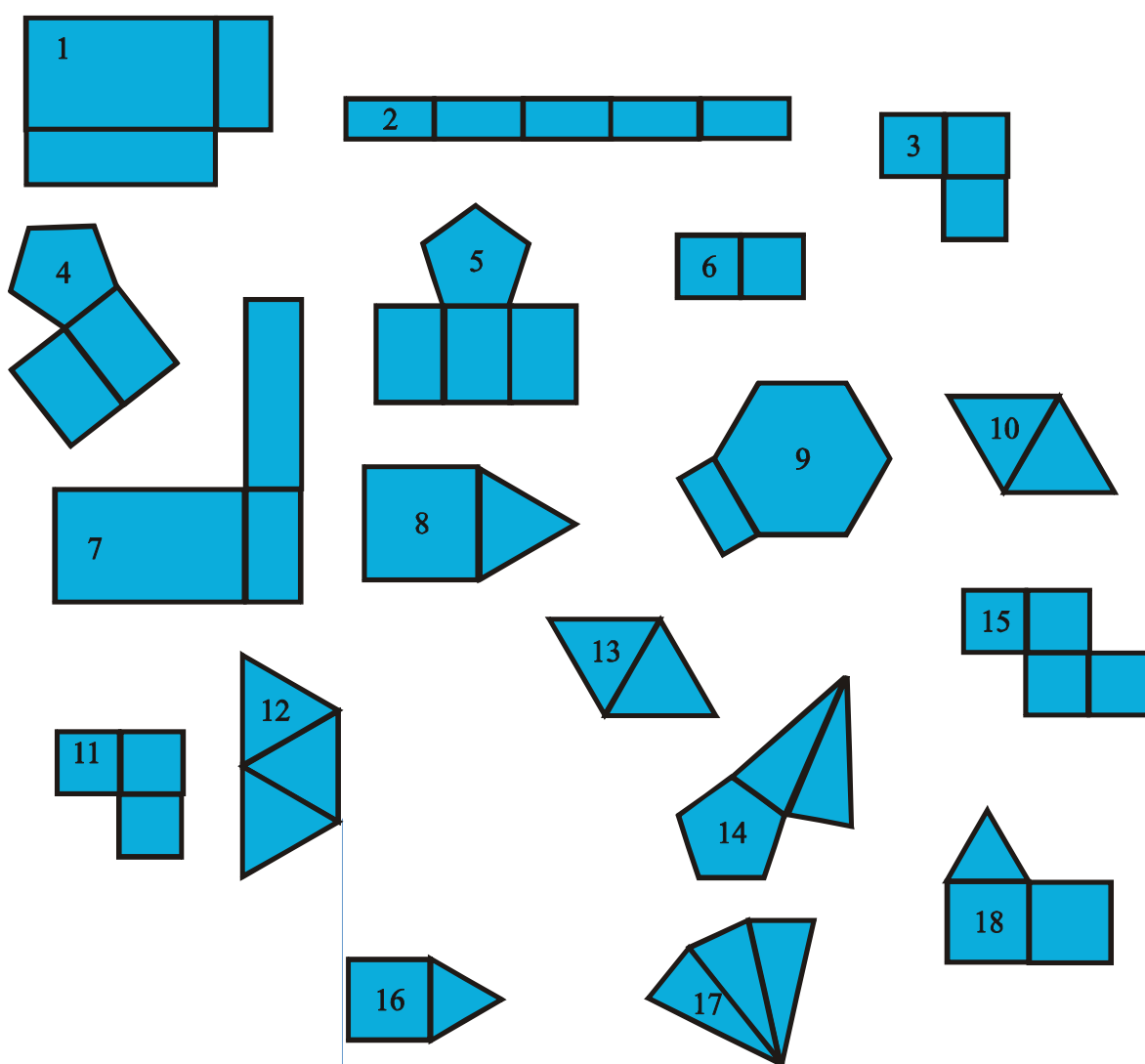
Задача. Премести един от многоъгълниците така, че да се получи развивка на правилна шестоъгълна пирамида.





Изследване

Задача. Всяка от девет развивки на тела е разделена на две части. Открий съответните части на всяка развивка. Провери решенията си с програмата Оригами (*Origami Nets*).





■ Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Хеопсовата пирамида

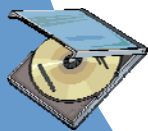


Цел:

Тук ще откриеш и използваш връзката между измеренията на правилна четириъгълна пирамида и обема ѝ. За целта може да работиш с програмата Dalest.

Предизвикателство

Неда направила модел на Хеопсовата пирамида. Оказало се, че основният ръб е 1000 пъти по-малък от истинския основен ръб. Колко пъти обемът на модела е по-малък от обема на Хеопсовата пирамида?





Изследване

В таблица са дадени измерения на правилни четириъгълни пирамиди.

- Като използваш програмата DALEST, попълни първите четири колони на таблицата.
- Направи прогноза за числата в последните две колони.
- Като използваш познатите формули, провери верността на предположението си.
- Направи извод за изменението на обема на правилна четириъгълна пирамида в зависимост от изменението на височината ѝ.

Правилна четириъгълна пирамида.

a	10	10	10	10	10	10
h	1	2	3	4	15	20
V						



Изследване

Задача. В таблица са дадени измерения на правилни четириъгълни пирамиди.

- Като използваш програмат DALEST, допълни първите четири колони на таблицата.
- Направи прогноза за числата в последните две колони.
- Като използваш познатите формули, провери верността на предположението си.
- Направи извод за изменението на обема на правилна четириъгълна пирамида в зависимост от изменението на дължината на основния ѝ ръб.

Правилна четириъгълна пирамида

a	1	2	3	4	15	20
h	10	10	10	10	10	10
V						

Задача. Като използваш изводите от предходните задачи, реши задачата-предизвикателство, без да използваш формула.



■ Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Цилиндър

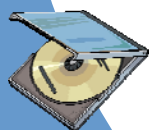
Цел:

Тук ще откриеш и използваш връзката между измерения на цилиндъра и лицето на повърхнината (обема) му. За целта ще използваш програмата Математическо колело (*Math Wheel*).



Предизвикателство

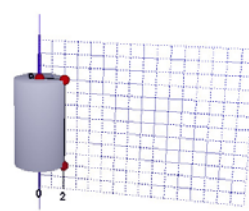
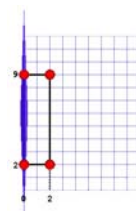
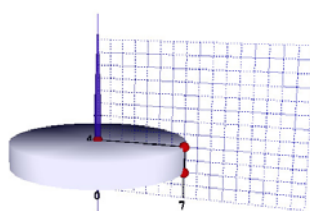
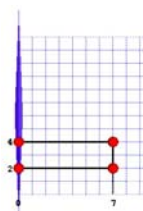
Фирма е поръчала въртяща се реклама във формата на правоъгълник 10x2. Цената на рекламата зависи от пространството, което тя заема при въртенето си. Ако ти си представителят на фирмата, около коя страна ще поръчаш да се върти рекламата, така че цената да е по-ниска?



Действай с ...

Построй модели на двата варианта на рекламата с помощта на програмата *Математическо колело (Math Wheel)*:

- Избери бутона *четириъгълник (quadrangle)*
- Разположи точките във върховете на правоъгълник 10x2.
- Завърти с бутона **3D** правоъгълника около всяка страна.



Направи предположение кой модел заема по-голямо пространство. Провери верността на разсъжденията си с *математическия бутон*.





Изследване

Задача. В таблица са дадени измерения на цилиндри.

- Като използваш програмата *Математическо колело (Math Wheel)*, допълни първите четири колони на таблицата.
- Направи прогноза за числата в последните две колони.
- Като използваш познатите формули, провери верността на предположението си.

r	10	10	10	10	10	10
h	1	2	4	8	16	20
S						
V						

- Направи извод за изменението на лицето на повърхнината на цилиндър в зависимост от изменението на височината му.
- Направи извод за изменението на обема на цилиндър в зависимост от изменението на височината му.

Задача. В таблица са дадени измерения на цилиндри.

- Като използваш *Математическо колело (Math Wheel)*, допълни първите четири колони на таблицата.
- Направи прогноза за числата в последните две колони.
- Като използваш познатите формули, провери верността на предположението си.

r	1	2	4	8	16	20
h	10	10	10	10	10	10
V						

- Направи извод за изменението на обема на цилиндър в зависимост от изменението на радиуса му.



Вдигаме летвата

Задача. Като използваш откритите зависимости, сравни обемите на двата цилиндъра с:

- | | | |
|--|---|---|
| а) $r = 7 \text{ см}$, $h = 12 \text{ см}$ | и | $r_1 = 12 \text{ см}$, $h_1 = 7 \text{ см}$ |
| б) $r = 90 \text{ см}$, $h = 89 \text{ см}$ | и | $r_1 = 89 \text{ см}$, $h_1 = 90 \text{ см}$ |

Задача. Как ще се измени обемът на цилиндър, ако:

- а) височината му се намали 9 пъти;
- б) радиусът му се намали 9 пъти;
- в) височината му се намали 9 пъти и радиусът се намали 9 пъти;
- г) височината му се намали 9 пъти и радиусът се увеличи 9 пъти?

Задача. За да се увеличи обемът на цилиндър 100 пъти, колко пъти трябва да се увеличи:

- а) височината му;
- б) радиусът му?



Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Цилиндричен робот

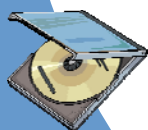


Цел:

Тук ще откриеш кой от цилиндрите с равни обеми има най-малко лице на повърхнина. За целта ще работиш с програмата Математическо колело (*Math Wheel*).

Предизвикателство

В НАСА получили заявка за построяване на робот с форма на цилиндър и обем 432π куб. дм, който да побере материалите за изследване. Освен това роботът трябва да има възможно най-малко лице на повърхнина. Какви трябва да са размерите на цилиндъра?



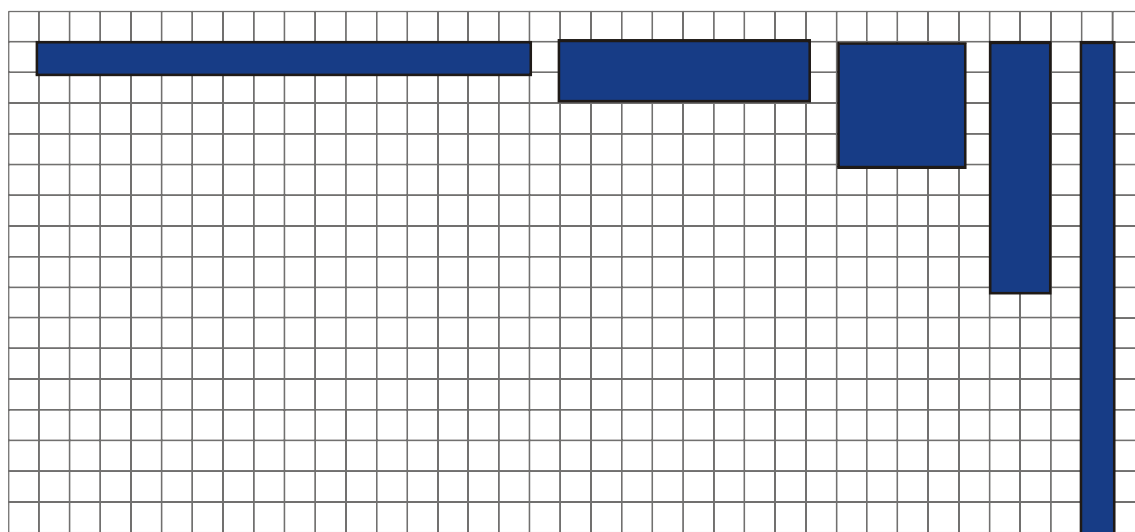
EUROPEAN COMMISSION
MINERVA 2005





Изследване

Задача. Помниш ли кой от всички правоъгълници с равни лица има най-малък периметър?



А кой ли от всички правоъгълни паралелепипеди с равни обеми ще има най-малко лице на повърхнината?

Направи предположение кой от всички цилиндри с обем 432π куб. дм има най-малко лице на повърхнината?

Решаването на следващата задача ще ти помогне да се справиш с проблема.



Изследване

Задача. В таблица са дадени измерения на цилиндри.

- Като използваш програмата *Математическо колело*, допълни таблицата.
- Направи извод за лицето на повърхнината на цилиндър в зависимост от отношението на височината и диаметъра на цилиндъра.

r	1	2	3	4	6	8	12
h							
S							
V	432π	432π	432π	432π	432π	432π	432π

Цилиндър

Задача. Като използваш откритата зависимост, намери височината на цилиндъра с най-малко лице на повърхнина от всички цилиндри с обем:

а) 54π куб. см

б) 250π куб. м

Задача. Като използваш откритата зависимост, намери радиуса на цилиндъра с най-малко лице на повърхнина от всички цилиндри с обем:

а) 2000π куб. м

б) 2662π куб. дм



Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Зависимости в конус

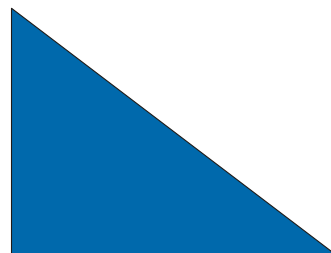
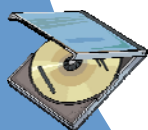


Цел:

Тук ще откриеш и използваш връзка между измеренията и обема на конус. За целта ще работиш с програмата Математическо колело (Math Wheel).

Предизвикателство

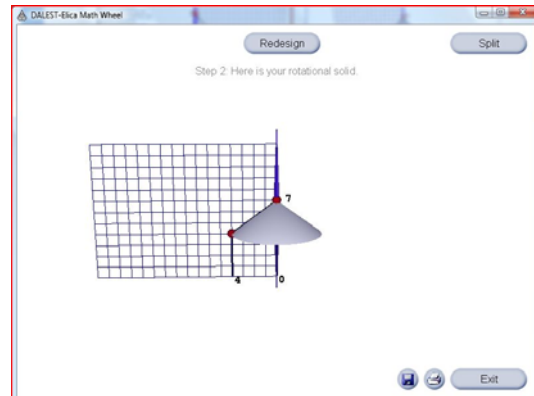
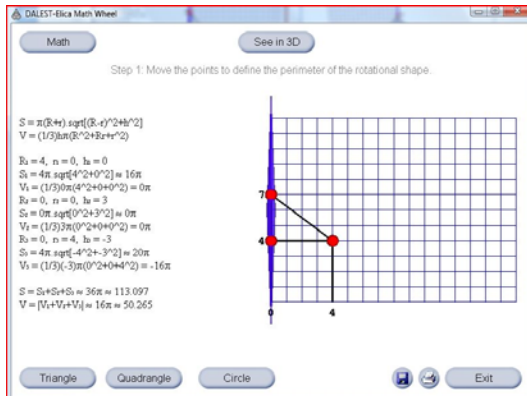
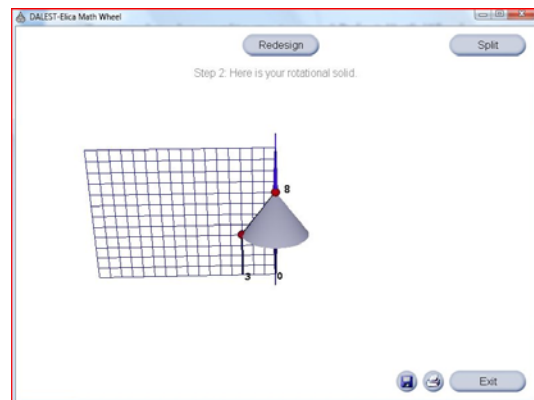
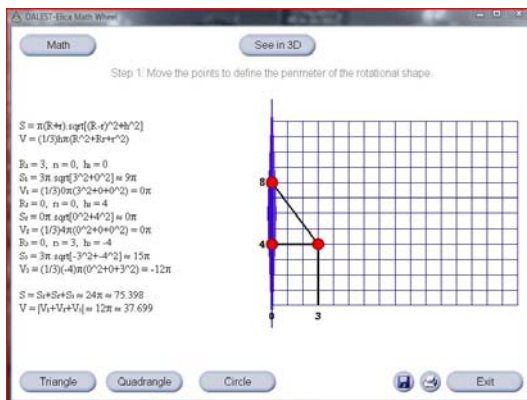
Сравни обемите на двата конуса, които се получават при въртенето на правоъгълен триъгълник около всеки един от катетите, дълги съответно 3 см и 4 см.





Изследване

Създай модел, като използваш програмата *Математическо колело (Math Wheel)*.



Можеш да използваш бутона *Math*.



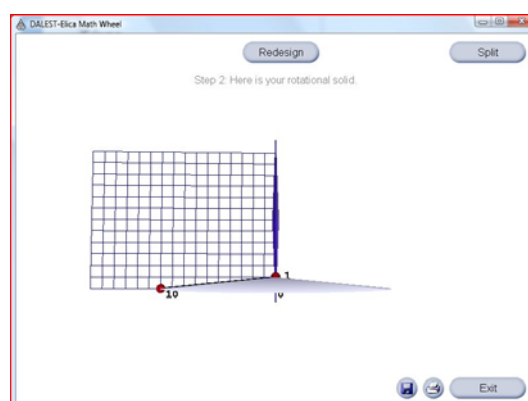
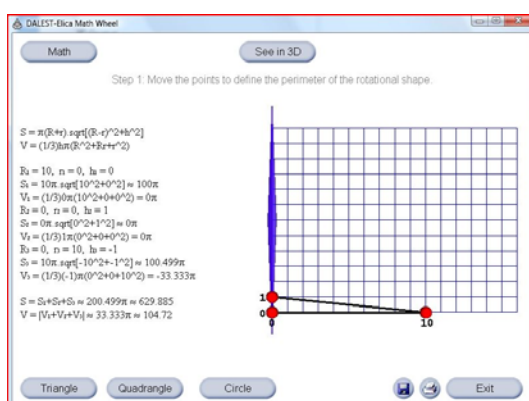
Изследване

Задача. В таблица са дадени измерения на конус.

- Като използваш програмата *Математическо колело*, попълни първите четири колони на таблицата.
- Направи прогноза за числата в последните две колони. За целта е по-удобно да превърнеш десетичните дроби в обикновени дроби.
- Като използваш познатите формули, провери верността на предположението си.
- Направи извод за изменението на обема на конус в зависимост от изменението на височината.

Конус

r	10	10	10	10	10	10
h	1	2	4	8	16	20
V						





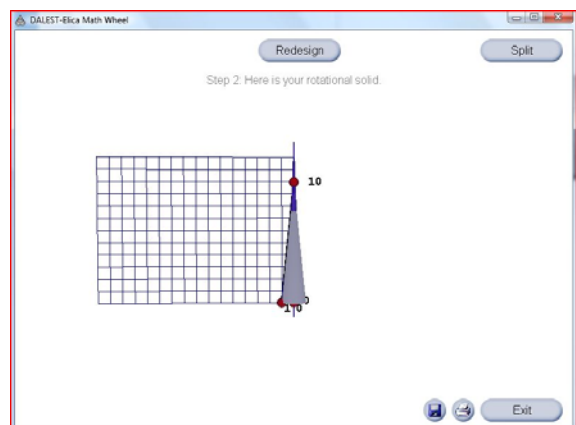
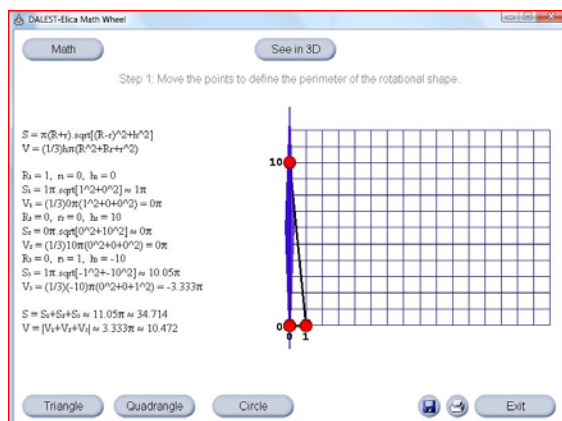
Изследване

Задача. В таблица са дадени измерения на конуси.

- Като използваш програмата *Математическо колело*, попълни първите четири колони на таблицата.
- Направи прогноза за числата в последните две колони. За целта е по-удобно да превърнеш десетичните дроби в обикновени дроби.
- Като използваш познатите формули, провери верността на предположението си.
- Направи извод за изменението на обема на конус в зависимост от изменението на радиуса.

r	1	2	4	8	16	20
h	10	10	10	10	10	10
V						

Конус





Изследване

Задача. Като използваш откритите зависимости, сравни обемите на конусите с :

- | | | |
|---|---|--|
| а) $r = 5 \text{ см}, h = 12 \text{ см}$ | и | $R = 12 \text{ см}, H = 5 \text{ см}$ |
| б) $r = 7 \text{ см}, h = 24 \text{ см}$ | и | $R = 24 \text{ см}, H = 7 \text{ см}$ |
| в) $r = 21 \text{ см}, h = 20 \text{ см}$ | и | $R = 20 \text{ см}, H = 21 \text{ см}$ |
| г) $r = 45 \text{ см}, h = 28 \text{ см}$ | и | $R = 28 \text{ см}, H = 45 \text{ см}$ |

Задача. Как ще се измени обемът на конус, ако:

- височината му се намали 7 пъти;
- радиусът му се намали 7 пъти;
- височината му се намали 7 пъти и радиусът се намали 7 пъти;
- височината му се намали 7 пъти и радиусът се увеличи 7 пъти?

Задача. За да се увеличи обемът на конус 64 пъти:

- колко пъти трябва да се увеличи височината му?
- колко пъти трябва да се увеличи радиусът му?



Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Двоен памук-шекер?

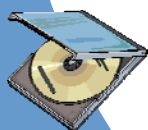


Цел

Тук ще откриеш и използваш връзката между радиуса и обема на кълбо. За целта може да използваш програмата DALEST.

Предизвикателство

Неда много обичала памук-шекер и поискала топката да е с два пъти по-голям радиус. Приготвила 2 лв., защото обикновената топка памук-шекер струвала 1 лв. Ще й стигнат ли парите за покупката?





Изследване



За целта може да работиш с програмата DALEST.



Изследване

Задача. В таблица са дадени радиуси на кълба.

- Попълни първите пет колони на таблицата. Прецени как е удобно да запишеш резултата, за да откриеш по-лесно зависимостите в таблицата.
- Направи прогноза за резултатите в последните две колони.
- Провери верността на предположението си.
- Направи извод за изменението на обема на кълбо в зависимост от изменението на радиуса му.

Кълбо

r	1	2	3	4	5	6	10
V							

Задача. Колко пъти ще се намали обемът на кълбо, ако радиусът му се намали:

- 7 пъти;
- 9 пъти;
- 100 пъти?

Задача. Колко пъти трябва да се увеличи радиусът на кълбо, за да се увеличи обемът му:

- 1000 пъти;
- 64 пъти?



Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Ваза на богатството

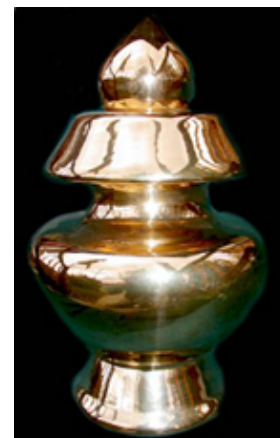
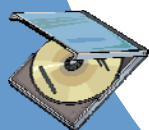
Цел:

Тук ще се научиш да моделираш съдове с помощта на програмите Грънчарско колело (*Potter Wheel*) и Проектиране на вази (*Bottle Design*).



Предизвикателство

Вазата на богатството е красив съд, в който се слагат скъпоценни камъни, билки и различни символи за привличане на късмета в древното учение Фън Шуй. Най-удачната форма е с широко гърло, което преминава в по-тясна шийка, а надолу обемът нараства. Идеята е ценностите, които слагат в нея, да влизат лесно, но да излизат трудно.



Потърси снимки на такива вази в интернет например с ключовите думи *ваза на богатството* или *treasure vase* в Мрежата и в Изображения. Разгледай снимките на няколко вази на богатството и направи собствен модел.





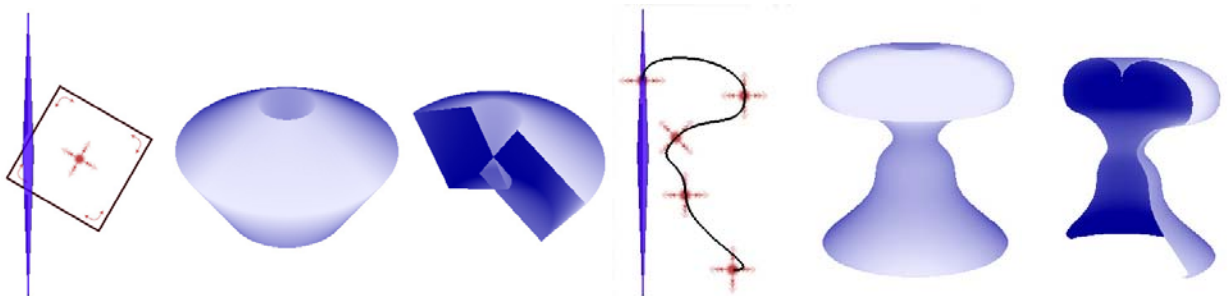
Действай с...

Дори на опитните гърнчари е трудно да осигурят симетрията при създаване на модел на ваза. Затова те рисуват само едната половина — използват въображението си и знанието за симетрията след завъртане на гърнчарското колело.



Можеш да се упражняваш да съставяш модели на ръка — ще развиеш графичните си умения, но може да използваш програмата *Гърнчарско колело (PotterWheel)*:

- Избери една от петте възможни фигури (отсечка, кръг, квадрат, триъгълник или крива)
- Премести я и я завърти по избран от тебе начин в равнината на оста, след което с помощта на бутона **3D** виж резултата от завъртането на фигурата около оста
- Избери *свободен стил* на моделиране, при който можеш да разположиш дадените 5 точки по избран от теб начин и да видиш резултата след завъртане на изобразената линия около оста.





Действай с ...

Задача. Помниш ли баснята на Лафонтен за лисицата и щъркела? Изобрази съда, в който:

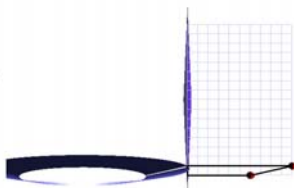
- щъркелът нагостил лисицата
- лисицата нагостила щъркела.

Може ли тези съдове да имат приблизително еднаква вместимост?

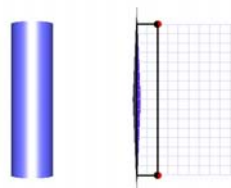
Упътване: Най-лесно можеш да отговориш на въпроса, ако използваш програмата за проектиране на съдове *Bottle Design*:

- Започни с модели, в които работиш с 2 точки.
- След като построиш даден модел, провери обема му с математическия бутон.

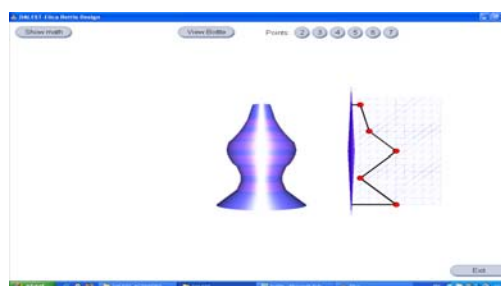
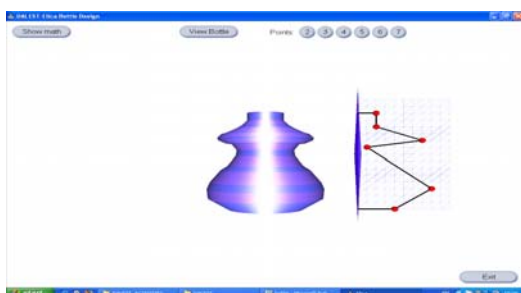
$$\begin{aligned} S &= \pi(3\pi) \operatorname{arctg}(3/4) \approx 45.72 \\ V &= (1/3)\pi(3^3) \operatorname{arctg}(3/4) \approx 10.72 \\ R_0 &= 10, \quad n = 6, \quad h_0 = 1 \\ S_1 &= 16\pi \operatorname{arctg}(4/3) \approx 66\pi \\ V_1 &= (1/3)\pi(10^3) \operatorname{arctg}(4/3) \approx 65.3\pi \\ S &= 225, \quad h = 207.2 \\ V &= 22V_1 \approx 65.3\pi \approx 205.8 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S &= \pi(3\pi) \operatorname{arctg}(3/4) \approx 45.72 \\ V &= (1/3)\pi(3^3) \operatorname{arctg}(3/4) \approx 10.72 \\ R_0 &= 2, \quad n = 2, \quad h_0 = 16 \\ S_1 &= 4\pi \operatorname{arctg}(3/4) \approx 64\pi \\ V_1 &= (1/3)\pi(2^3) \operatorname{arctg}(3/4) \approx 64\pi \\ S &= 225, \quad h = 207.2 \\ V &= 22V_1 \approx 64\pi \approx 201.8 \end{aligned}$$



- Усложни моделите, като избереш повече точки.



Проект Направи своя колекция от съдове, като използваш подходяща програма от приложенията на DALEST.

Проект Потърси в Интернет снимки на съдове от прочути съкровища или на керамични съдове. Помисли, кои от тях могат да се моделират с някоя от програмите, които познаваш.



Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Еднаквост в пространството

Цел:

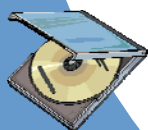
Тук ще се научиш да допълваш дадена конструкция така, че тя и друга дадена конструкция да бъдат еднакви.



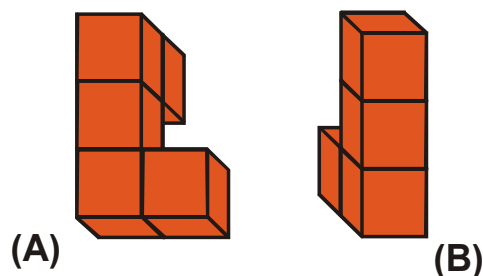
Въведение

Допълни с едно кубче конструкция (B) така, че получената конструкция да е еднаква на (A).

Определение: Две тела в пространството са **еднакви**, когато едното от тях може да заеме положението на другото или когато едното е огледален образ на другото.



EUROPEAN COMMISSION
MINERVA 2005

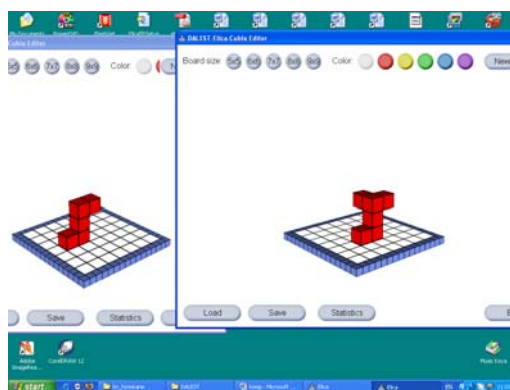
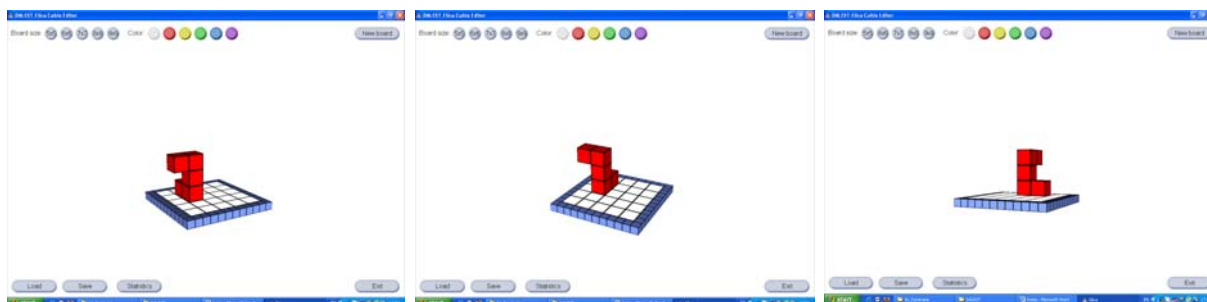




Изследване

- Зареди програмата *Конструктор* и построй конструкция **A** (или я зареди наготово от файла **FiguraA.txt** от библиотеката с конструкции).
- Зареди ново копие на *Конструктор* и построй конструкция **B** (или я зареди наготово от файла **FiguraB.txt**).
- Допълни конструкция **B**.
- Провери верността на решението си чрез завъртане на дъската.

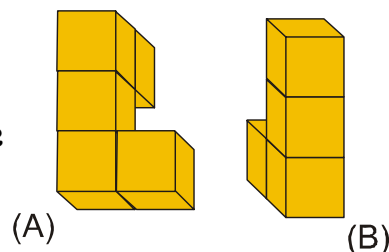
Тук се използва възможността едновременно да са отворени два или повече прозореца на програмата *Конструктор*. Така едната конструкция е видима на екрана, а върху другия прозорец се работи с втората конструкция.



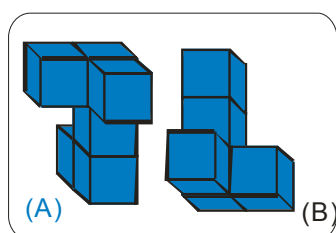


Изследване

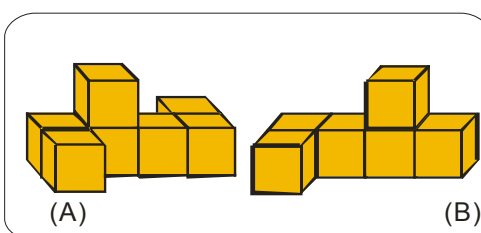
Задача. Допълни с едно кубче (B) така, че получената конструкция да може да заеме в пространството положението на конструкция (A).



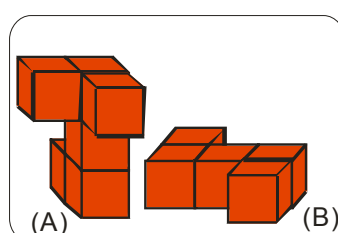
Задача. Допълни с едно кубче (B) така, че получената конструкция да може да заеме в пространството положението на конструкция (A).



а)



б)



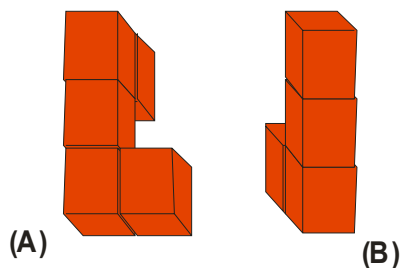
в)

Можеш да провериш решението си или да си помогнеш при решаването, като използваш програмата *DALEST*.

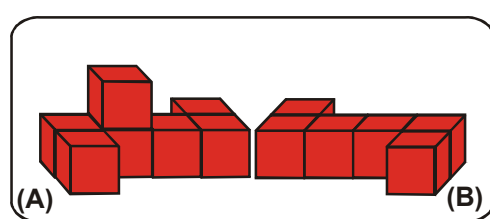
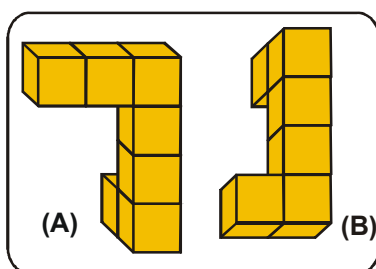
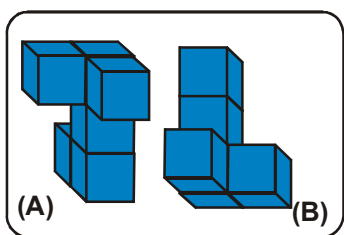


Изследване

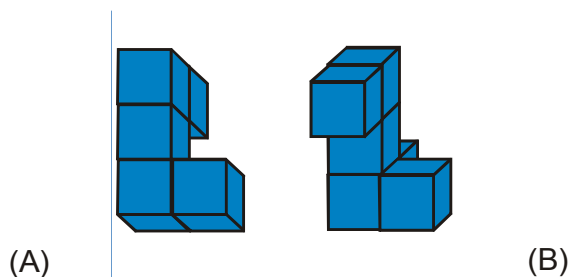
Задача. Допълни с едно кубче конструкция (B) така, че получената конструкция да може да е **огледален образ** на (A).



Задача. Допълни с едно кубче конструкция (B) така, че получената конструкция да може да е **огледален образ** на (A).



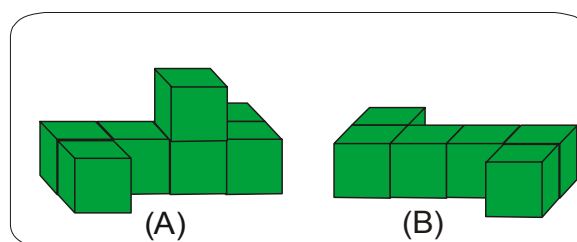
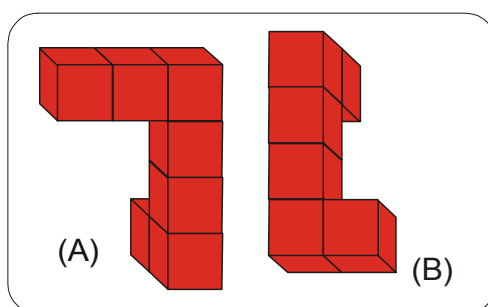
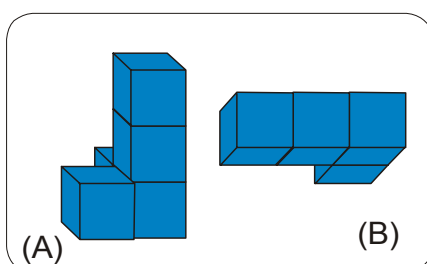
Задача. Отстрани едно кубче от конструкция (B) така, че получената конструкция да може да е **огледален образ** на (A).





Продължение

Задача. Допълни с едно кубче конструкция (B) така, че получената конструкция да е еднаква на (A).



Опитай се да откриеш всички решения.



Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Кога две конструкция могат (не могат) да бъдат еднакви

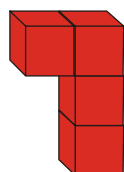
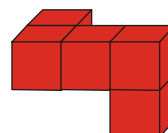
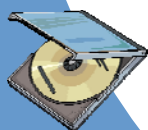


Цел:

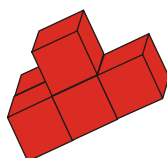
Тук ще научиш как да използваш броя на единичните кубчета и размерите на една конструкция за преценка кои две конструкции могат да бъдат еднакви и кои — не. За целта ще работиш с програмата Конструктор (Cubix Editor).

Предизвикателство

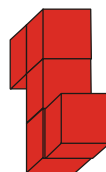
Коя от конструкциите от 1 до 6 е еднаква на дадената?



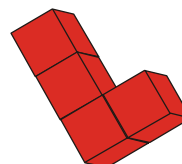
1



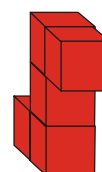
2



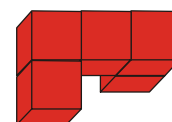
3



4



5



6





Изследване

Провери:

- Равен ли е броят на единичните кубчета, от които са построени двете конструкции, които сравняваш?
- Еднакви ли са измеренията на двете конструкции, които сравняваш?

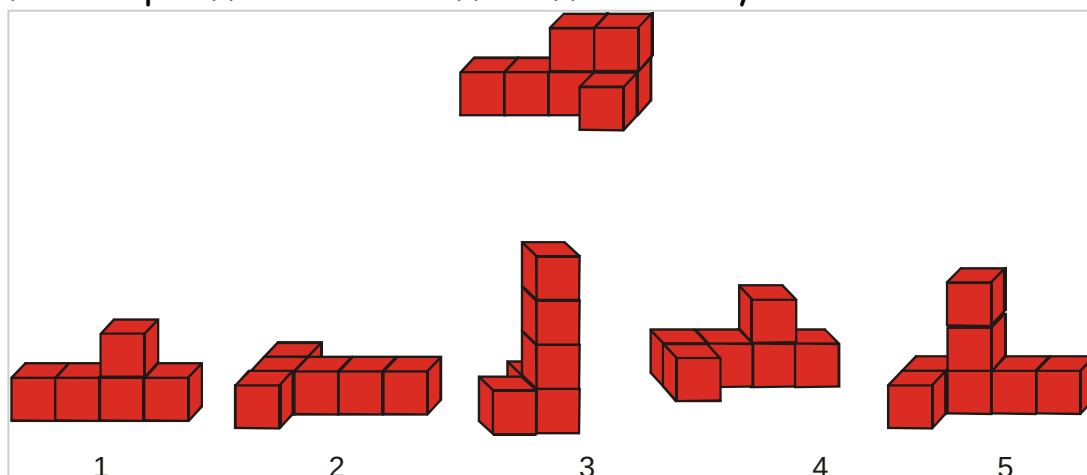
Можеш да построиш дадената конструкция с помощта на програмата *Конструктор* (или да заредиш файла **Figura.txt** от библиотеката с конструкции).

Провери верността на решението си чрез завъртане на дъската.



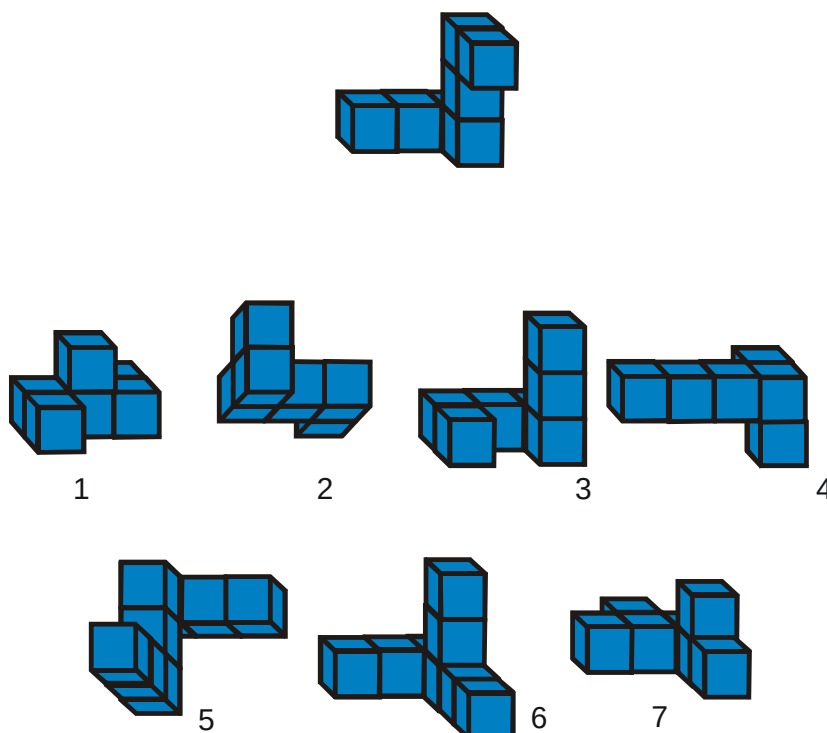
Изследване

Задача. От коя от конструкциите от 1 до 5 може да се получи дадената чрез добавяне на едно единично кубче.



Задача. От коя от конструкциите от 1 до 7 може да се получи еднаква на дадената чрез:

- а) добавяне на едно кубче;
- б) отстраняване на едно кубче;
- в) преместване на едно кубче?





Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Тела с равнина на симетрия

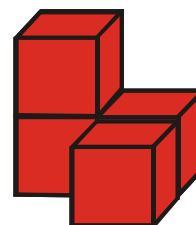
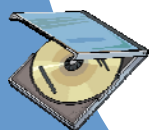
Цел:

Тук ще се научиш да разпознаваш и построяваш тела с равнина на симетрия. За целта ще работиш с Dalest Software.



Предизвикателство

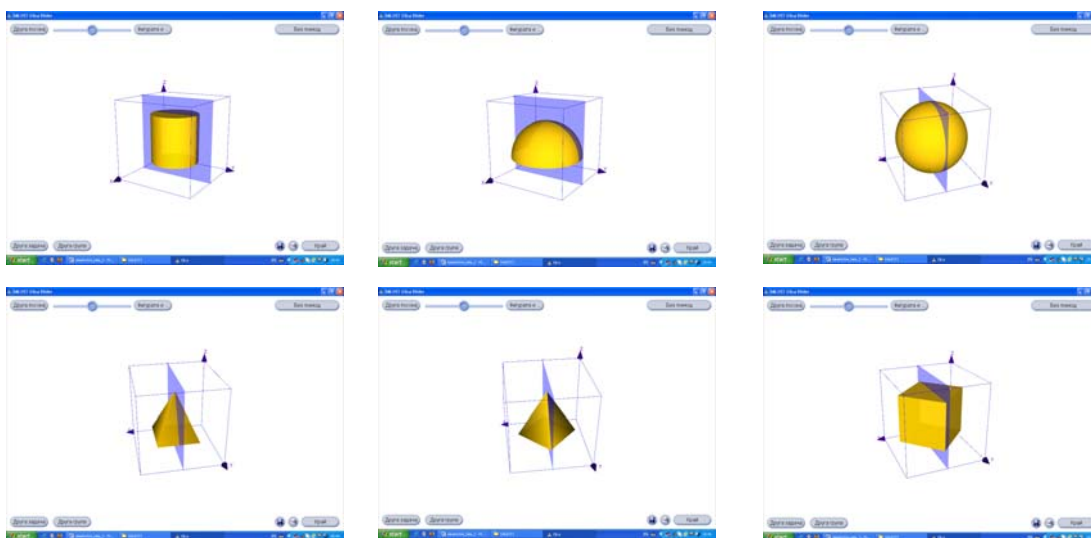
Добави едно единично кубче така, че получената конструкция да има равнина на симетрия.





Действай с ...

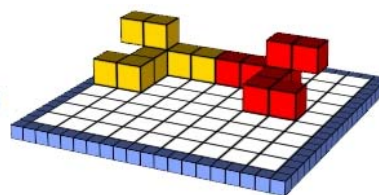
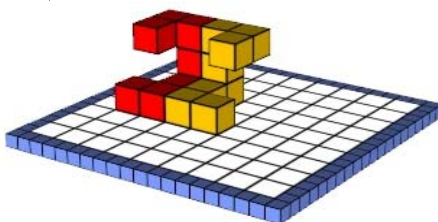
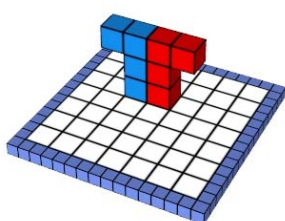
Поиграй с програмата *Slider*, ще откриеш различни тела с равнини на симетрия:



С програмите Грънчарско колело (*Potter Wheel*) и Проектиране на вази (*Bottle Design*) също ще работиш с тела с равнини на симетрия.



Построй няколко конструкции с програмата *Конструктор*, които имат равнина на симетрия. В някои случаи можеш да използваш различно оцветяване за двете еднакви части, на които равнината разделя конструкцията.

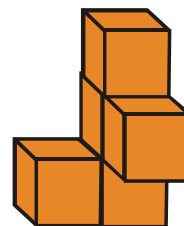




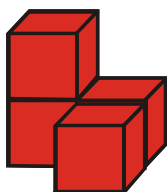
Изследване

Задача. Намери броя на равнините на симетрия на куба.

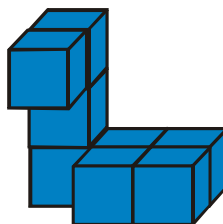
Задача. Отстрани едно единично кубче така, че получената конструкция да има равнина на симетрия.



Задача. Премести едно единично кубче така, че получената конструкция да има равнина на симетрия.



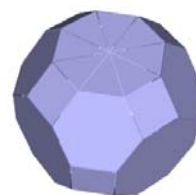
Задача. Намери минималния брой единични кубчета, които трябва да се отстранят така, че получената конструкция да има равнина на симетрия.



Задача. Колко равнини на симетрия има правилна n - ъгълна призма при: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 5$; г) $n = 6$; д) $n = 8$?

Задача. Колко равнини на симетрия има:

- а) правия кръгов цилиндър;
- б) правия кръгов конус;
- в) кълбото;
- г) тялото на фигурата?

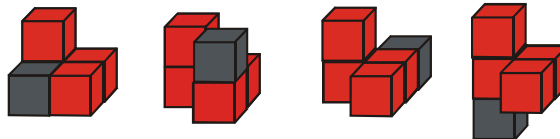




Напиши писмо до приятел, в което

- обясняваш какво си научил
- описваш откритията си
- поставяш подобни задачи, съставени от теб.

Използвай фигурите долу за обяснение на задачата—
предизвикателство



.....

.....

.....

.....

.....

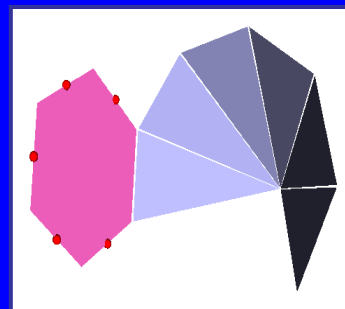
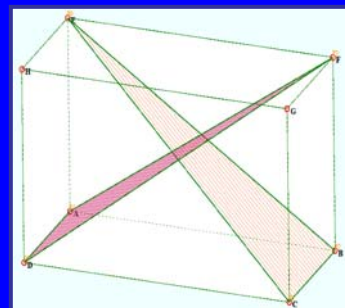
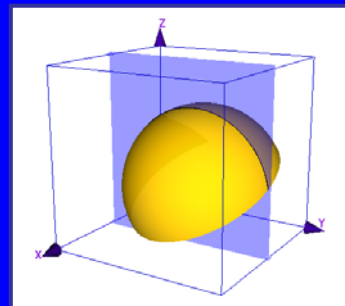
.....



Книгата „Стереометрия в света на DALEST“ отразява резултатите от европейския проект DALEST (Developing an Active Learning Environment for Stereometry) за създаване на среда за активно учене по стереометрия. Този проект бе частично финансиран от програмата SOCRATES 2005–2007, в рамките на акцията MINERVA. В книгата са представени компютърни приложения и дидактически сценарии за обучение по стереометрия, разработени в рамките на проекта.

Партньорите по проекта - Кипърският университет (координираща институция), Саутхамптънският университет, Лисабонският университет, Софийският университет и Атинският университет си сътрудничиха активно както помежду си, така и с N.K.M. Netmasters и с Кипърската асоциация на учителите по математика.

Основната цел на проекта DALEST бе да създаде тримерна компютърна среда, подходяща за преподаване на стереометрия в основния и средния курс. Разработеният образователен софтуер стимулира пространственото въображение на учениците, подпомага развитието на способностите им да разсъждават и да създават модели на идеите си, да анализират и решават задачи от всекидневното си обучение.



Education and Culture

Socrates
Minerva

Проектът е финансиран с подкрепата на Европейската комисия. Тази публикация отразява единствено възгледите на авторите и Комисията не носи отговорност за използването на съдържащата се в нея информация.

ISBN: 978-9963-671-26-7