

ПУЛСИРАЩО СЪРЦЕ ИЛИ ДИЗАЙНЕРЪТ И МАТЕМАТИКАТА

Как да създадем *сърце* и как да организираме *пулсирането* му, за да направим специална *валентинка*?

Опитайте сами. Предложете различни идеи.

При необходимост, ползвайте някои от идеите, описани долу. Използвали сме динамичен софтуер *Geogebra*.

1. Пулсиращо сърце чрез снимка

- *Сърце* можем да си нарисуваме с инструмента *молив* или да използваме снимка, която да вмъкнем в *Geogebra* файл. И в двата случая ще разполагаме с картинка.
- Създаваме плъзгач (параметър) **a**.
- Построяваме отсечка **AB** с дължина **a**.
- Фиксираме два от краищата на снимката в краищата на отсечка **AB**.
- Ако плъзгачът се изменя от 4 до 5 със стъпка 1, това означава, че в режим анимация ще виждаме последователно две положения на картинката – при **a=4** и **a=5**. Ще поиграем със стойностите на плъзгача, особено със скоростта. Подходящата стойност на скоростта е важна за моделиране на пулсирането.

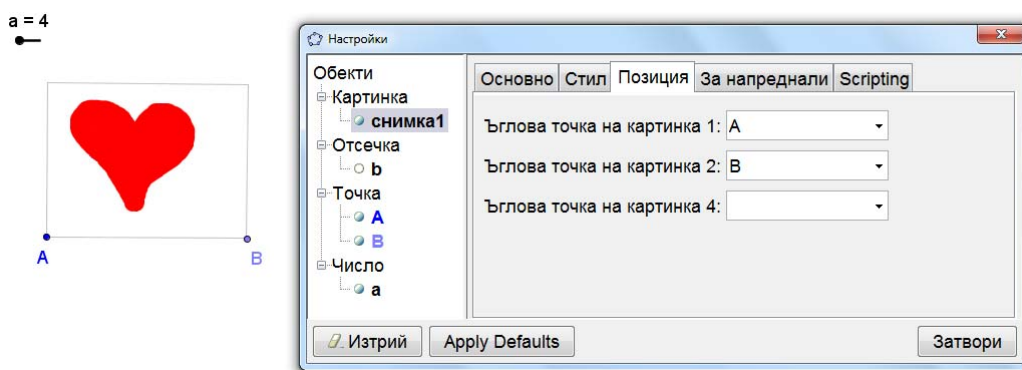


Fig. 1 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25051.html>

- Можем да направим плъзгач и за скоростта, за да я променяме според случая. Тогава в полето за скорост записваме не конкретно число, а името на новия параметър.

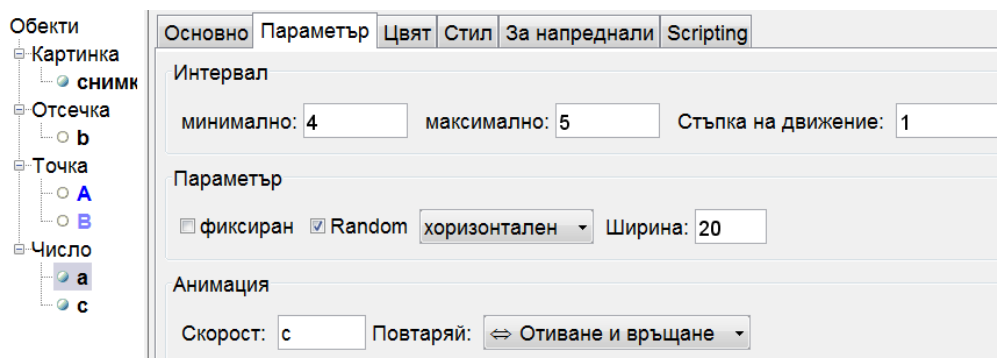


Fig. 2 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25052.html>

- Скриваме ненужните обекти или имената им.
- Поставяме подходящ текст, който ще направи валентинката ни уникална.

2. Пулсиращо сърце чрез две или повече снимки

Всяка от снимките се появява при конкретна стойност на плъзгач – в случая параметъра c се изменя в интервал от 1 до 2 със стъпка 1. Едната снимка се показва при условие $c=1$, а другата – при $c=2$. С точките **A**, **B**, **C** и **D** управляваме големината и мястото на снимките.

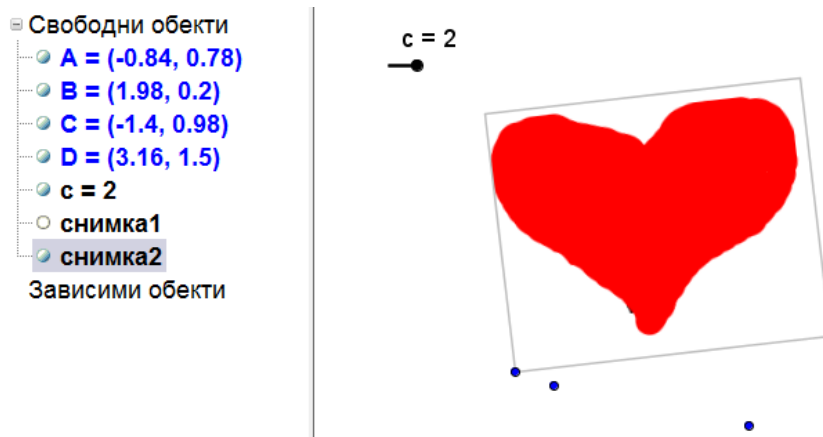


Fig. 3

3. Пулсиращо сърце чрез снимка и хомотетия

Една снимка е достатъчна за създаване на *пулсиращо сърце* с използване на хомотетия. За целта трябва да посочим център и коефициент. За коефициент ще използваме параметър c . Ще изследваме за различни интервали на параметъра c , както и за различни стъпки, за да постигнем желанния резултат. За хомотетия може да се използва лентата с бутони или въведе от командния ред:

`Dilate[снимка1, c, O]`

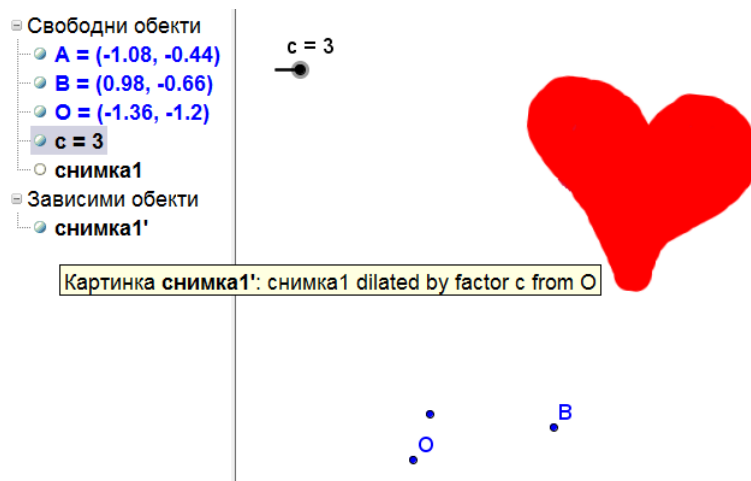


Fig. 4 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25053.html>

4. Пулсиращо сърце чрез квадрат и два полукръга

Решавали сме задачата за намиране на лице на фигура, съставена от квадрат и два полукръга, която има форма на сърце. Да я използваме за *пулсиращо сърце*! Опитайте сами. Ако се затрудните, използвайте последователността:

- Създаваме плъзчач (параметър) **a**.
- Построяваме отсечка **AB** с дължина **a**.
- Построяваме квадрат със страна **AB** (използваме бутона за правилен многоъгълник). Построяваме средите **E** и **F** на две съседни страни на квадрата.
- Построяваме два полукръга - **FCD** и **EBC** (използваме бутона за полукръг).
- Оцветяваме квадрата и двата полукръга с червен цвят и настройваме с прозрачност 100%.
- Поставяме параметъра **a** в режим анимация.

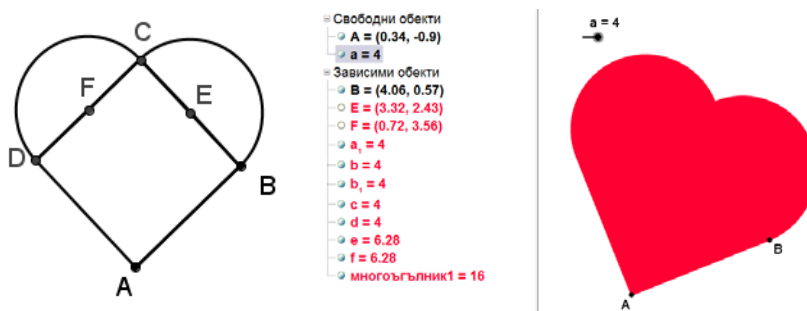


Fig. 5 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25054.html>

Да проверим какво ще се получи, ако вместо квадрат се използва триъгълник (равностранен, може би равнобедрен), или делтоид, или полукръг, като преценяваме как да разположим части от кръгове. Ето някои реализации:

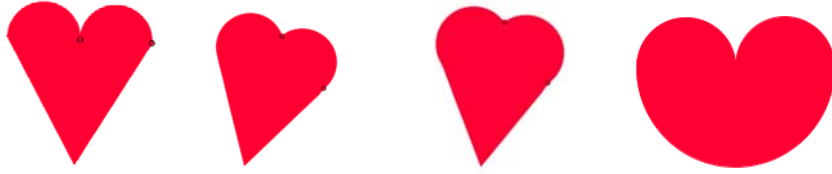


Fig. 6

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25055.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25056.html>

Долу е построен квадрат и окръжности с центрове във върховете му и радиуси, равни на половинка от страната му. Виждате ли в тази композиция *сърце*? Аз съм използвала и бял цвят, за да получа *пулсиращо сърце*.

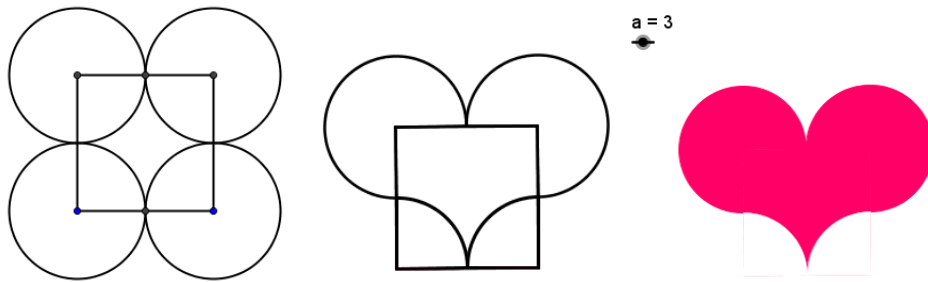


Fig. 7 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25057.html>

5. Пулсиращо сърце чрез елипси

- Построяваме плъзгач (параметър, ъгъл) α .
- Построяваме елипса (например чрез два фокуса и точка от нея).
- Построяваме и образите ѝ при ротация с център – центъра на елипсата и ъгли α и $-\alpha$.

В зависимост от конкретната елипса и границите на изменение на ъгъл α ще получаваме фигури, които повече или по-малко наподобяват *сърце*. Ограничили сме α в интервал $[30^\circ; 60^\circ]$.

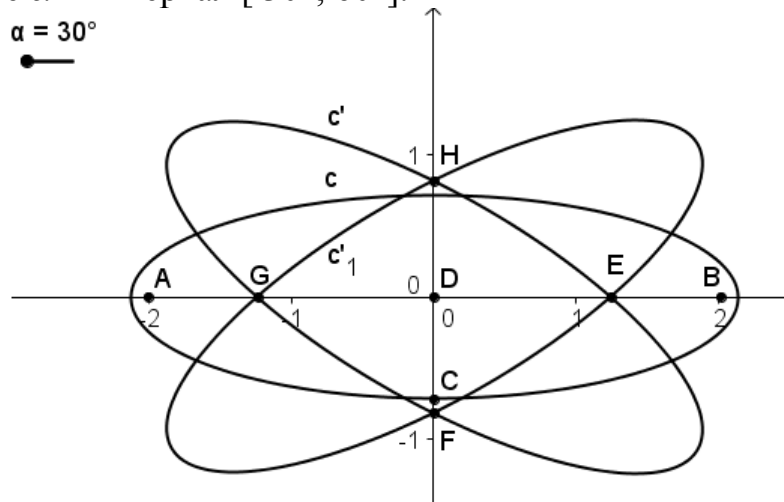


Fig. 8 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25058.html>

Сърце можем да получим от части на елипсите.

- Построяваме:

Дъга[с', Н, F]

Дъга[с'_1, F, Н]

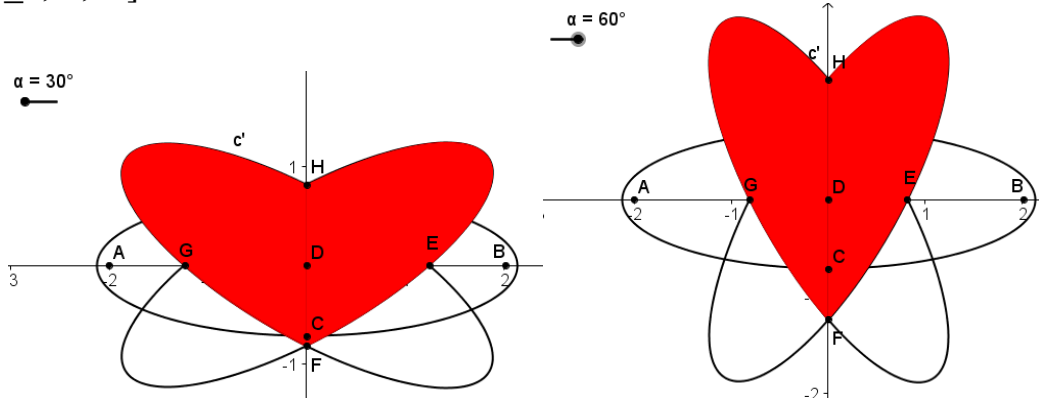


Fig. 9 http://www.math.bas.bg/omi/docs/valentinka/val_24.html

ИЛИ

Дъга[с', Н, E]

Дъга[с'_1, E, Н]

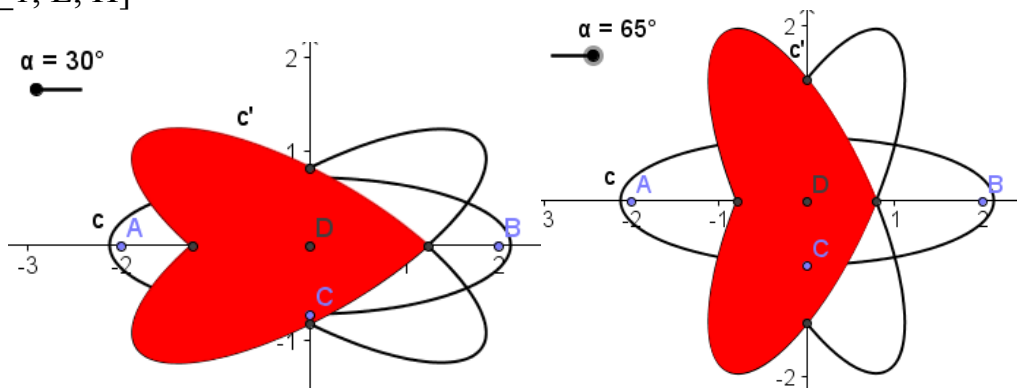
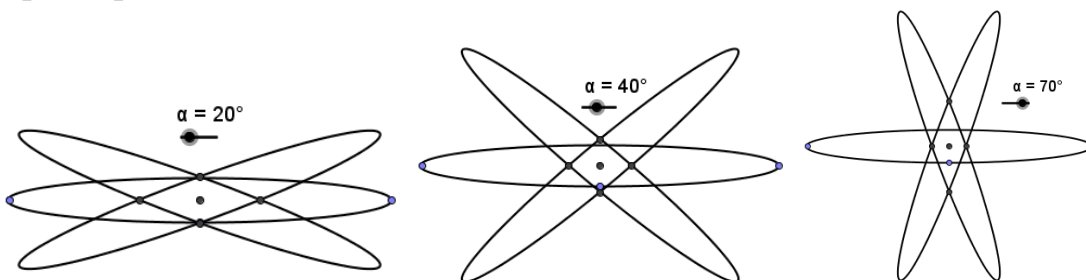


Fig. 10 http://www.math.bas.bg/omi/docs/valentinka/val_25.html

Ето още няколко частни случая (не изключвайте никой от тях, изборът на параметри зависи от целта):



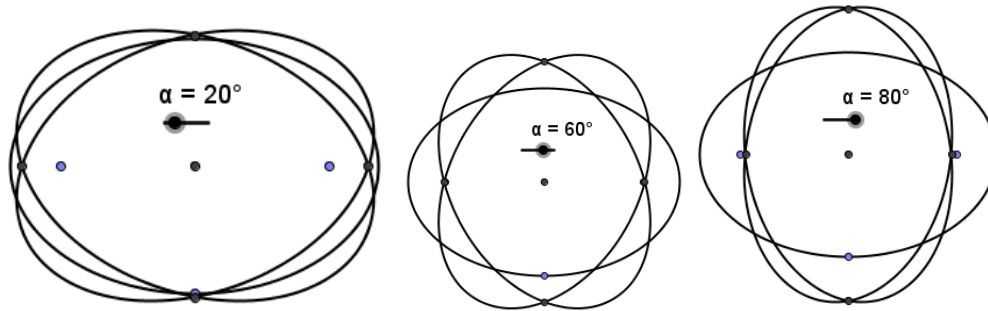


Fig. 11 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25059.html>

6. Пулсиращо сърце чрез графики на функции

За моделиране на *пулсиращо сърце* можем да използваме и част от парабола, част от синусоида ...

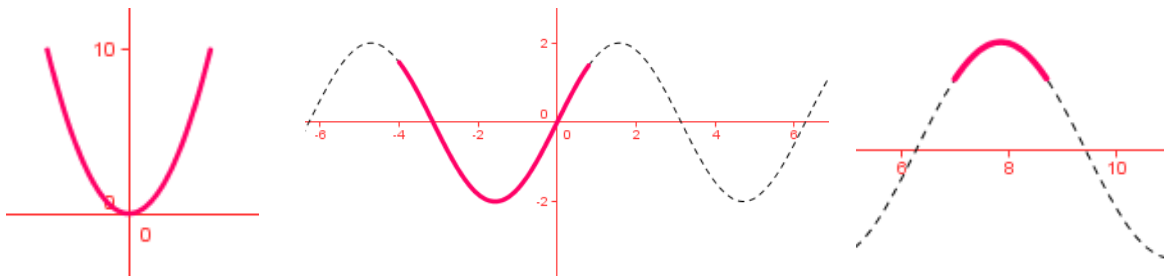


Fig. 12 http://www.math.bas.bg/omi/docs/valentinka/val_31.html

Ето някои функции, графиките на които наподобяват части на *сърце*. А параметрите осигуряват пулсирането.

$$f(x) = \text{abs}(a x) + \text{sqrt}(b^2 - x^2)$$

$$g(x) = \text{abs}(a x) - \text{sqrt}(b^2 - x^2)$$

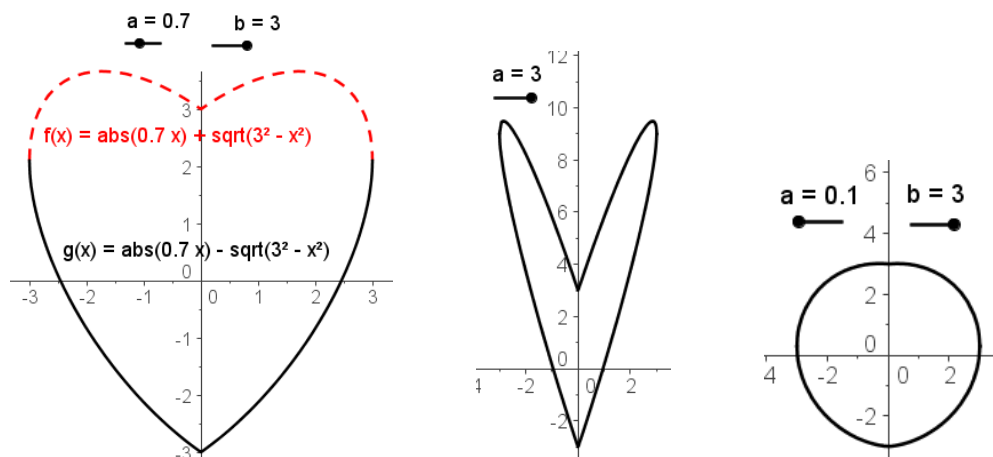


Fig. 13

Пулсирането може да се реализира чрез **a**, чрез **b**, или чрез **a** и **b** едновременно. Разбира се, може да изберем конкретна стойност на единия параметър и интервал на изменение и стъпка на другия. За да се получи търсен

модел, експериментираме. А след няколко опита по-успешно ще прогнозираме.

7. Пулсиращо сърце чрез криви

Създаваме плъзгач (параметър) **a** и дефинираме *пулсиращо сърце* като крива, например:

Curve[a sin(t)³, a (cos(t) - cos(t)⁴), t, 0, 6.28]

Curve[a sin(t)³, a (cos(t) - cos(t)⁶), t, 0, 6.28]

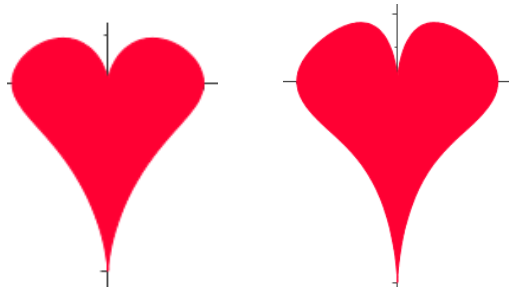


Fig. 14 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25060.html>

Ще използваме симетрията за разделяне на *сърцето* две половини, които се доближават до получаване на един обект. Една възможност е чрез разделяне на интервала и включване на още един параметър **b** за разстоянието между двете части:

Curve[b + a sin(t)³, a (cos(t) - cos(t)⁴), t, 0, 3.14]

Curve[-b + a sin(t)³, a (cos(t) - cos(t)⁴), t, π, 6.28]

$$\overset{a=2}{\bullet} \quad \overset{b=0.6}{\bullet}$$



Fig. 15 <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25066.html>

Не е трудно да се изобразят две или повече *пулсиращи сърца*, да се деформират:

$$\text{Curve}[2 a \sin(t)^3, 2.5 a (\cos(t) - \cos(t)^6), t, 0, 6.28]$$

$$\text{Curve}[5 + a \sin(t)^3, 3 + a (\cos(t) - \cos(t)^6), t, 0, 6.28]$$

$$(x^2 + y^2 - 1)^3 = a x^2 y^3$$

$$(x^2 + y^2 - 3)^3 = a x^2 y^3$$

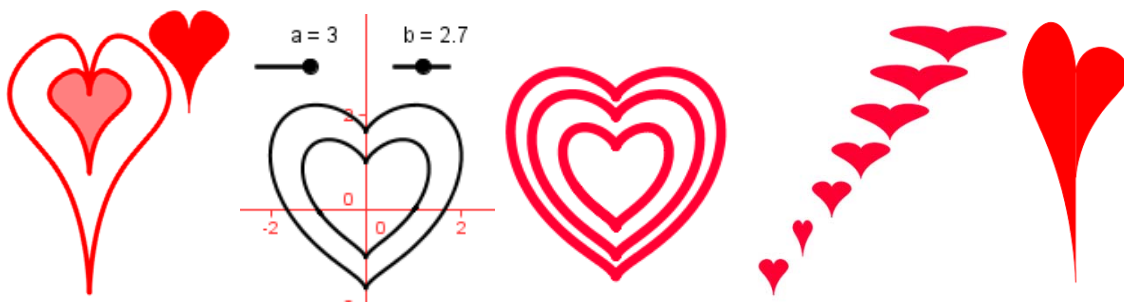


Fig. 16

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25066.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25067.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25069.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25069.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25070.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25071.html>

Стигаме и до крива, която не случайно е наречена **кардиоида**. Ето как можем да получим *пулсиращо сърце* чрез нея:

$$(x^2 + y^2 - 2a x)^2 = 4a^2 (x^2 + y^2)$$

или
 $\text{Curve}[(a - a \sin(k)) \cos(k), (a - a \sin(k)) \sin(k), k, 0, 6.28]$
или
 $\text{Curve}[a (1 - \cos(k)) \sin(k), a (1 - \cos(k)) \cos(k), k, 0, 6.28]$
или
 $\text{Curve}[a (1 - \sin(k)) \sin(k), a (1 - \sin(k)) \cos(k), k, 0, 6.28]$
или ... все се получава кардиоида.

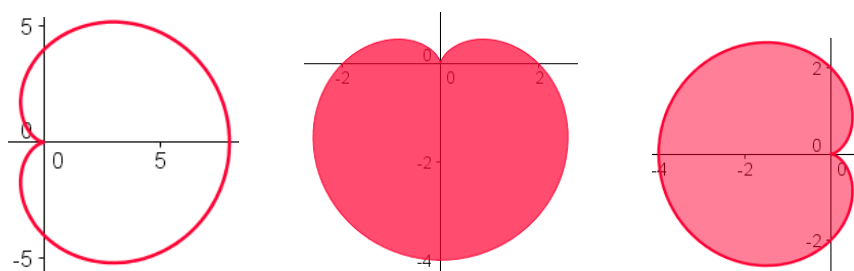


Fig. 17

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25062.html>
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25072.html>
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25073.html>
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25074.html>

Целта ни беше да направим валентинка с *пулсиращо сърце*. Ако си поставите за цел да научите повече за кардиоидата, още по-интересна е появата ѝ като геометрично място на точки.

Забележки:

- За да работите с динамичните файлове, трябва да имате инсталирана **java**.
- От адрес <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/index.php?appletid=25> можете да свалите голяма част от горните динамични файлове и като **Geogebra** файлове.
- За да можете да ги използвате, трябва да имате инсталирана **Geogebra**
<http://www.geogebra.org/cms/bg/>
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/index.php?appletid=25>
- Използвана литература

Чехларова, Т. Пулсиращо сърце. сп. Математика, бр. 2., с. 30-34., 2012. ISSN 0204-6881

Чехларова, Т., Т. Терзиева, С. Анева. (2011). Да впрегнем информатиката за моделиране на матрьошки от различни ъгли или команда за редици в *GeoGebra*. сп. Математика и информатика, бр.5, с. 5-12, 2011, ISSN 1310-2230

Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Европейският проект MASCIL – математика и природни науки за цял живот!. 42. Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2013. с.183-186 ISSN 1313-3330

Чехларова, Т., Е. Сендова. Stimulating different intelligences in a congruence context. In: Constructionist approaches to creative learning, thinking and education: Lessons for the 21st century. Proceedings for Constructionism 2010. The 12th EuroLogo conference. 16-20 August, Paris, France. 2010. ISBN 978-80-89186-65-5 (Proc) ISBN 978-80-89186-66-2 (CD)

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/index.php?appletid=25>
<http://mathworld.wolfram.com/Cardioid.html> (03.09.2013)
http://wiki.geogebra.org/en/Locus_Command (03.09.2013)
<http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm> (03.09.2013)
<http://www.math.bas.bg/omi/docs/Sleda/index.html> (03.09.2013)
<http://www.math.bas.bg/omi/docs/valentinka/index.html> (03.09.2013)