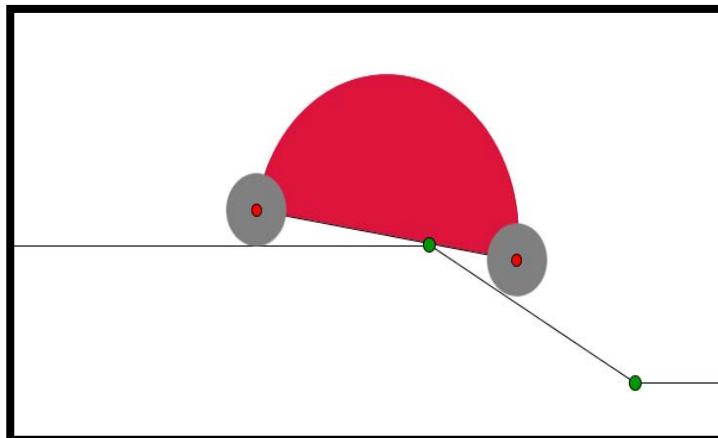


Проектиране на вход към подземен гараж

Резюме

Целта на задачата е да се осигури вход за паркиране от улицата към подземието за различни видове автомобили и други движещи се средства, като бебешки колички, инвалидни колички и др. Естественото намерение е проходът от улицата към подземието да е възможно най-кратък.

Тази задача е вдъхновена от (и е продължение на) **Задачата за паркинга**, предложена от испанския екип на Mascil (<http://www.mascil-project.eu/classroom-material>).



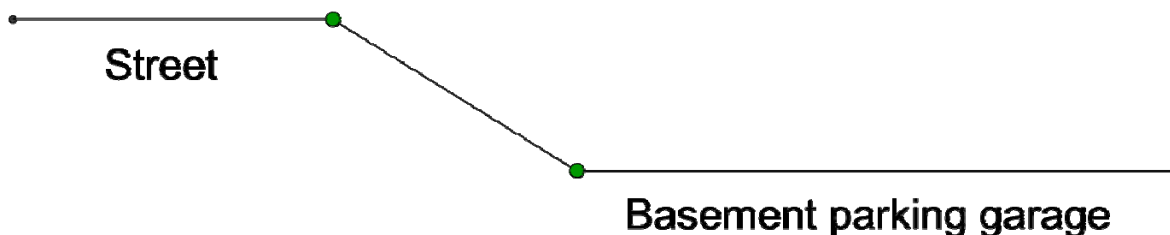
Задачата олицетворява математически идеи в контекста на пътното строителство, проектиране на автомобили, архитектура, контрол на трафика („лежащи полицаи“).

От учениците се очаква да изследват реалната ситуация с помощта на хартиени модели и динамичен геометричен софтуер. Въз основа на експериментите те ще подобрят интуицията си за разглежданата ситуация, ще формулират и проверят хипотези и накрая ще намерят практически допустими решения.

Задачата

Част 1: Паркиране от улицата в подземен паркинг

Учениците получават задачата да проектират праволинеен наклон, свързващ улицата и подземния гараж на новопостроена сграда, както е показано на Фиг. 1.



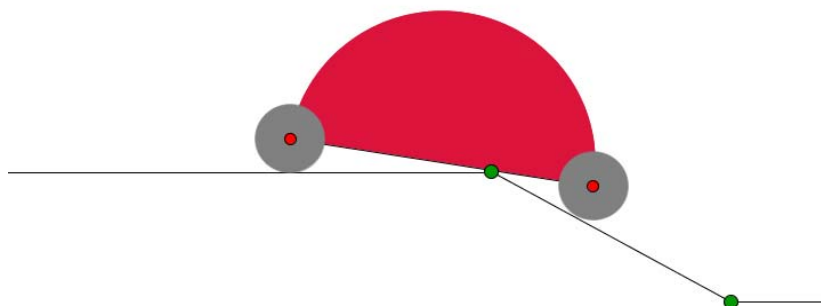
Фиг. 1

Целта е да се улесни паркирането от улицата към подземието за различни видове автомобили и други движещи се средства, като бебешки колички, инвалидни колички и др. Естественото намерение е проходът от улицата към подземието да е възможно най-кратък. Това може да се постигне чрез възможно най-голям наклон на рампата. За да разберат какви затруднения се появяват, когато наклонът става все по-стръмен, учениците трябва да експериментират с различни наклони (начертани на лист хартия) и с предварително изработени 2D хартиени модели на „кола-костенурка“, като на Фиг. 2.



Фиг. 2

Ето какво може да се случи:



Фиг. 3

Долната част на колата-костенурка се удря в началото на рампата и се поврежда.

За да се увеличат възможностите за изследване и експериментиране, учениците биват подканени да използват някоя от следващите две Експериментални среди (ЕС)

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22185.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22185.ggb>

В тях учениците могат да променят дължината на колата-костенурка, размера на

колелата и наклона на рампата. При втората ЕС учениците трябва да имат инсталирана GEOGEBRA на компютрите си. Този популярен и безплатен софтуер може да се изтегли от <http://www.geogebra.org/download> . Ако някоя (или двете) връзки не се отворят, можете да използвате файла EE1.ggb (GeoGebra), свързан с този материал.

Обсъждане с учениците:

Въпроси за разглеждане при определяне на факторите, които улесняват паркирането:

- По-големи или по-малки колела?
- По-дълга или по-къса кола-костенурка?
- По-стръмен или по-полегат наклон?

Как да измерим:

- Размерът на колелата (понятието окръжност и радиус на окръжност)?
- Дължината на колата (разстоянието между центровете на колелата)?
- Наклона (помолете учениците да предложат мерки за наклона)?

Повреждане на автомобила:

- Коя част на колата-костенурка ще се повреди, ако наклонът е твърде стръмен (предна, горна, задна, долна)?
- Какъв е най-стръмният наклон, който колата-костенурка може да преодолее без проблеми?
- Коя е най-уязвимата част отдолу на колата-костенурка при преминаване по наклона: предна, задна, средна?

(Експериментите ще покажат, че ако средната точка на долната линия на колата-костенурка преминава без проблеми началото на наклона, паркирането е възможно.)

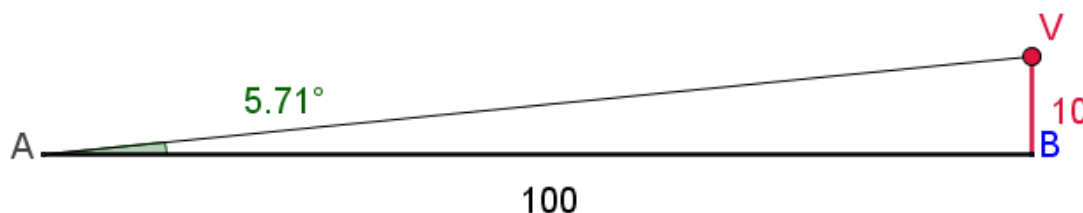
Домашна работа: Измерете радиуса на колелата на бебешка количка и на автомобила на родителите си. Измерете наклона на стълбите у дома и/или в училище. Представете измерените стойности в проценти и в градуси.

Указания за учителя при измерване на наклона:

Съществуват различни мерни единици за наклона.

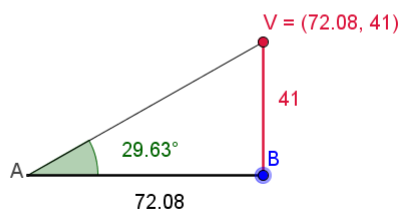
Той може да се измерва в проценти „%“ и в градуси “°“.

Пътен знак за наклона и неговото значение:



Пресмятане на наклона в проценти %:

$$\frac{41}{72.08} * 100 = 56.88\%$$



Връзката между наклона, измерен в проценти и в градуси, може да се изследва в много от следващите експериментални среди:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22190.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22190.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22191.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22191.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22192.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22192.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22193.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22193.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22194.html>

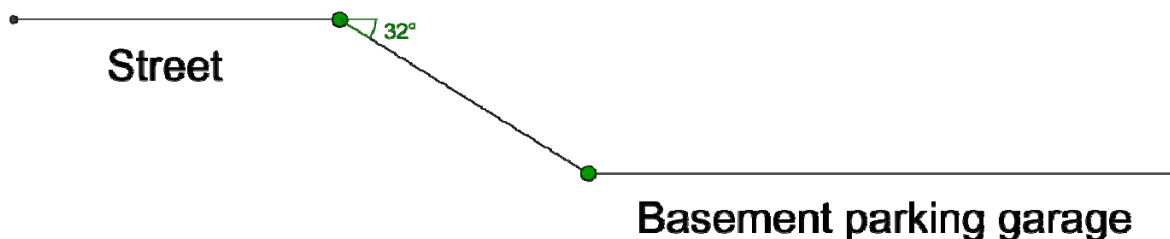
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22194.ggb>



Част 2: Проучване на наклона

Учениците проучват наклона, като изпълняват набор от задачи.

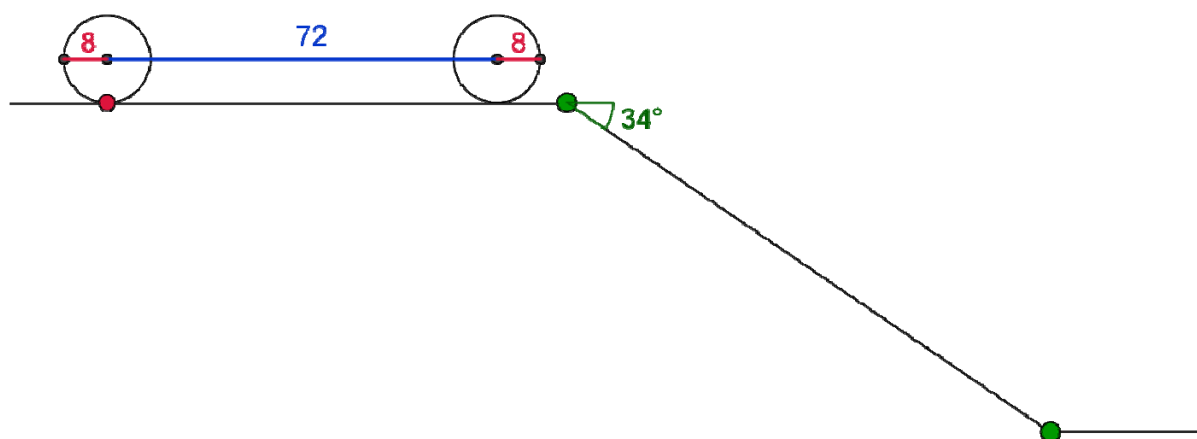
Впоследствие стръмността на наклона ще бъде измерена само в градуси. На Фиг. 4 е изобразен наклон от 32° .



Фиг. 4

Указания за учителя при работата по задачите

Задача 1. Ако колелата на колата-костенурка са с радиус 8 см, а разстоянието между центровете на колелата е 72 см (както е показано на Фиг. 5), ще може ли колата-костенурка да премине безопасно през наклона на 34° ?



Фиг. 5

За да изследват тази и следващите няколко задачи, учениците могат да използват

съответния файл EE2.ggb.

Обърнете внимание на учениците, че ако долната линия на колата-костенурка пресича хоризонталната линия на улицата или наклонената линия (рампата), в точката на пресичане се появява оранжев знак „х“. Това означава, че колата-костенурка не може да преодолее наклона и паркирането не е възможно.

Изследванията с помощта на предоставените експериментални среди и данните от Задача 1 показват, че колата-костенурка не може да преодолее наклона и в този случай паркирането не е възможно.

При намаляване на наклона с помощта на плъзгача α до 25° , паркирането става възможно.

Задача 2. Имаме три коли-костенурки с различни размери, както е показано в таблицата:

Кола-костенурка	Радиус на колелата	Разстояние между центровете на колелата
КК1	8 см	72 см
КК1	10 см	99 см
КК1	13 см	111 см

Какъв е най-стръмният наклон, който може да бъде преминат от трите коли-костенурки?

Отговор. Чрез предоставени експериментални среди (използвайки плъзгача за наклона) учениците откриват, за всяка кола поотделно, най-стръмният наклон, при който паркирането е възможно. Така се получава

Кола-костенурка	Радиус на колелата	Разстояние между центровете на колелата	Най-стръмен наклон, при който паркирането е възможно
КК1	8 см	72 см	25°
КК1	10 см	99 см	23°

KK1	13 см	111 см	26 °
-----	-------	--------	------

За да могат трите автомобила да паркират, наклонът трябва да бъде 23° .

Друг въпрос, който възниква във връзка със Задача 1, е да се увеличи размера на колелата на колата-костенурка (без да се променя нейната дължина и наклона), така че паркирането да стане възможно. Например, експериментирайки с плъзгача g, учениците откриват, че ако радиусът на колелата е 12, паркирането е възможно.

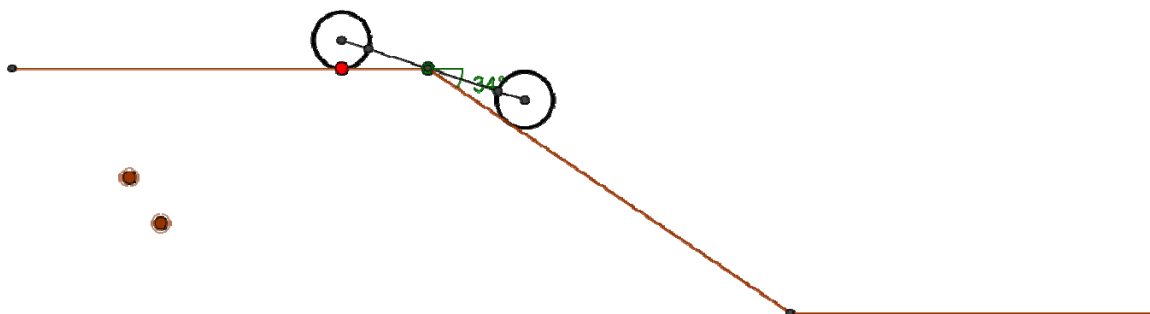
Задача 3. Ако разстоянието между центровете на колелата на колата-костенурка е 72 см, какъв е минималният радиус на колелата, така че колата да може да премине наклона от 34° ?

Изследвайки проблема с експерименталните среди, учениците откриват приблизителната стойност 10,7. Точната стойност е $36 \sin 17^\circ$, което е приблизително равно на 10.525, но в този момент не е необходимо това да се съобщава на учениците. Подобни задачи могат да бъдат дадени за домашна работа.

Още една посока на изследването е да се запазят непроменени радиусът на колелата и наклона, а да се намалява разстоянието между центровете на колелата на колата-костенурка от Задача 1, така че паркирането да стане възможно. Например, при намаляване на дължината на 50 см (вместо на 72 см), колата-костенурка вече лесно може да преодолее наклона от 34° .

Задача 4. Ако радиусът на колелата е 8 см, а наклонът е 34° , каква е максималната дължина между центровете на колелата, при която колата-костенурка може да бъде паркирана в подземния гараж?

Изследванията с експерименталната среда показват, че отговорът е със сигурност между 54 см и 55 см. Точният отговор е $8/\sin 17^\circ$, но това не е нужно да се съобщава на учениците. Едно много добро приближение е 54.725 см. В този оптимален случай долната част на колата-костенурка докосва началото на рампата, както е показано на Фиг. 6.



Фиг. 6

Оттук нататък ще използваме термина „връх“ за точката в началото на рампата (наклонената линия).

Тук е подходящо да помолите учениците да измерят (на Фиг. 6, с помощта на инструментите, предоставени от GeoGebra) разстоянията между върха и центровете на колелата на Фиг. 6. Това ще покаже, че двете разстояния са почти еднакви и са равни на половината от разстоянието между центровете на колелата. Аналогично можем да измерим ъгъла между „линията на колата-костенурка“ (отсечката, свързваща центровете на колелата) и хоризонталната права, от една страна, и ъгъла между линията на колата-костенурка и наклона, от друга страна. Двата ъгъла трябва да са почти еднакви и всъщност равни на половината от ъгъла на наклона. Това винаги се получава при „критичната ситуация“ (като на Фиг. 6), независимо какъв е радиусът на колелата и какъв е ъгълът на наклона. Този факт може да бъде „открит експериментално“ от учениците, докато работят по следващата задача с помощта на файла EE2.ggb.

Задача 5. Имаме колела с различни размери, както е показано в таблицата. За всеки размер на колело намерете максималната дължина на колата-костенурка (разстоянието между центровете на колелата), която може да бъде паркирана при наклон от 34° . При такава максимална дължина проверете дали в процеса на паркиране върхът докосва средата на колата-костенурка отдолу. В „момента на докосването“ измерете ъгъла между долната част на колата-костенурка и хоризонталната линия. Попълнете празните клетки

в таблицата.

Радиус на колелата	Максимално разстояние между центровете на колелата при което паркирането е възможно	Големина на ъгъла в момента на докосването
8 см		
10 см		
13 см		
15 см		

Задача 6. (Домашна работа) Като Задача 4, но с наклон от 40° .

Да разгледаме сега един по-реалистичен модел на автомобил, показан на Фиг. 7.

Задача 7. Възможно ли е да се паркира автомобилът от Фиг. 7 (всички размери са дадени в сантиметри) при наклон от 28° ? Обърнете внимание на неприятностите, които се появяват при слизане от рампата и влизане в подземие.

Препоръчително е да използвате динамичния файл от:

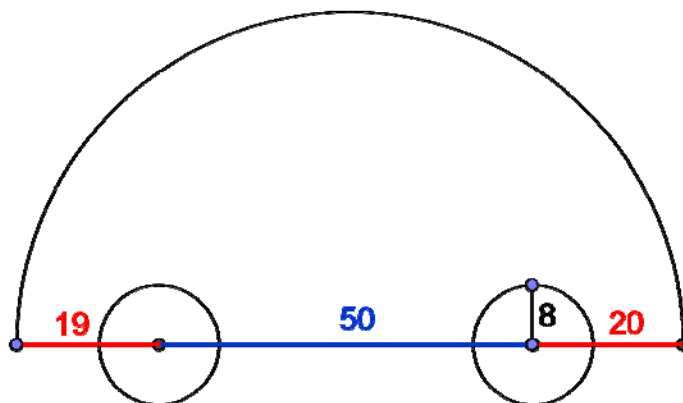
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22178.html>

или

(ако имате инсталиран софтуера GeoGebra) от връзката:

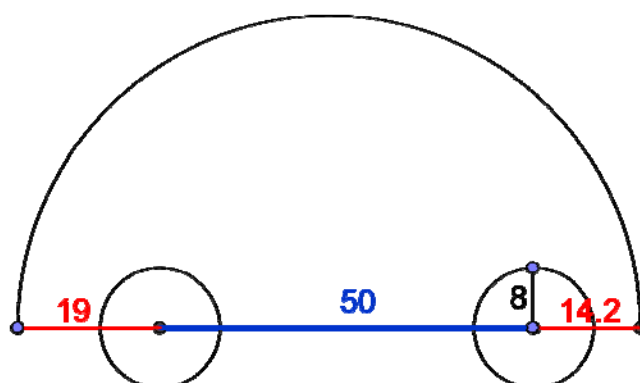
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d22178.ggb>





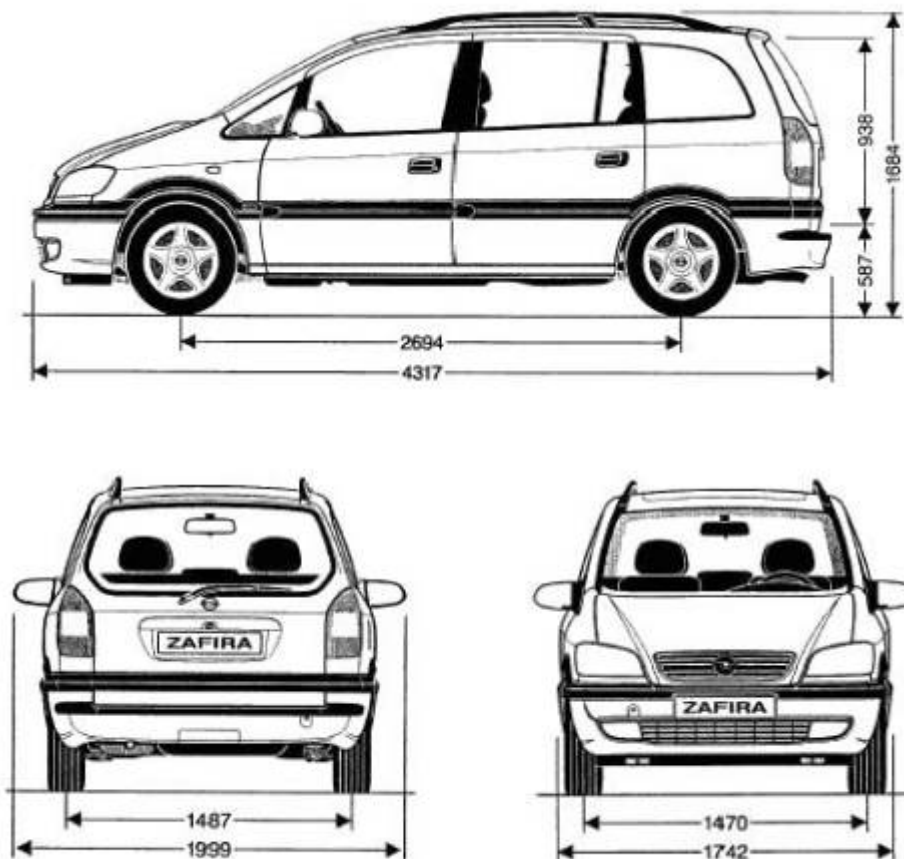
Фиг. 7

Задача 8. Възможно ли е да се паркира автомобил с технически характеристики като на Фиг. 8 при наклон от 28° ?



Фиг. 8

Всъщност при истинските автомобили „долната линия“ не е тази, която съединява центровете на колелата. Тя може и да е по-ниско, както е показано на Фиг. 9.



ОPEL ZAFIRA

(източник: <http://stamm.snimka.bg/automobiles/tehnicheski-shemi.523901.19987698>)

Фиг. 9

Когато проучваме задачата за паркиране, трябва да работим с реалното разстояние между земята и най-ниската част на шасито. Това разстояние се нарича „клиренс“ или „просвет“ на автомобила. Ето какво казва Уикипедия по въпроса (http://bg.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%8A%D1%82%D0%B5%D0%BD_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D0%B2%D0%B5%D1%82):

Пътен просвет (също **клярънс**, на английски: **clearance**) е разстоянието от повърхността, върху която се намира автомобил или друго превозно средство, до неговата най-ниска точка, различна от колелата или други части, проектирани да контактуват със земята (като гуми, вериги, ски и др.). Обикновено се измерва със стандартизирано оборудване и при автомобилите се определя без пътници и товар.

Това е една от особено важните характеристики на автомобила. За повечето автомобили, особено леките, разликите в просвета определят **мобилността** и практичността на автомобила. При по-голям пътен просвет центърът на тежестта на превозното средство се измества по-високо, което го прави трудно за управление и увеличава вероятността от преобръщане. По-големият пътен просвет обаче е по-подходящ за неравен терен, тъй като намалява риска от сериозно одраскване и съответно повреди на шасито и долната част на автомобила. По-големият пътен просвет също така се отразява негативно на аеродинамичните качества на колата. Обикновено за спортните коли е характерен нисък пътен просвет, а за превозните средства с висока проходимост (джипове и други) - голям пътен просвет. Типични представители на двете крайности в това отношение са Ferrari F40 и Hummer.

Задача 9. Намерете просвета на автомобила на вашите родители и определете максималния наклон, при който той може да бъде паркиран в подземния паркинг.

Задача 10. Конструирайте изкуствена неравност на пътя („лежащ полицаи“), чиято височина е по-голяма от просвета на автомобила от предишната задача, но въпреки това автомобилът може да премине над него без проблем.

Можете да намерите повече информация за изкуствените неравности по пътя (лежащи полицаи) на http://en.wikipedia.org/wiki/Speed_bump

Вижте също „Най-големият враг на супер автомобилите - лежащите полицаи“ на <https://www.youtube.com/watch?v=GSUU5xOAU8>



Примерен план на урока за Част 1:

5 мин. Разделете класа на малки работни групи (3-4 ученици) и ги запознайте с проблема. Оставете на учениците няколко минути да обмислят факторите, които трябва да се вземат предвид при създаване на конструкцията.

5 мин. Обобщете идеите на учениците чрез дискусия с целия клас в продължение на пет до десет минути.

Въпроси за разглеждане при определяне на факторите, които улесняват паркирането:

- По-големи или по-малки колела?
- По-дълга или по-къса кола-костенурка?
- По-стръмен или по-полегат наклон?

25 мин. Раздайте хартиени колички на учениците за провеждане на експерименти. Оставете ги да работят на групи по трима-четирима. Обикаляйте между групите и обсъждайте с тях какво правят. Посочвайте им елементи, на които да обърнат внимание. Някои важни въпроси могат да бъдат:

Как да измерим:

- Размерът на колелата (понятието окръжност и радиус на окръжност)?
- Дължината на колата (разстоянието между центровете на колелата)?
- Наклона (помолете учениците да предложат мерки за наклона)?

Повреждане на автомобила:

- Коя част на колата-костенурка ще се повреди, ако наклонът е твърде стръмен (предна, горна, задна, долна)?
- Какъв е най-стръмният наклон, който колата-костенурка може да преодолее без проблеми?
- Коя е най-уязвимата част отдолу на колата-костенурка при преминаване по наклона: предна, задна, средна?

(Експериментите ще покажат, че ако средната точка на долната линия на колата-костенурка преминава без проблеми началото на наклона, паркирането е възможно.)

Ако учениците имат достъп до Експерименталните среди, можете да им ги представите в този момент. След това може да е необходимо още време.

15 мин. Дайте възможност на групите да представят работата си по проблема и да направят хипотезите си. Обърнете внимание на въпросите, зададени в предишните етапи на урока.

Домашна работа: Измерете радиуса на колелата на бебешка количка и на автомобила на родителите си. Измерете наклона на стълбите у дома и/или в училище. Представете измерените стойности в проценти и в градуси.

Примерен план на урока за Част 2 (първи ден):

- 10 мин. Разделете класа на малки работни групи (3-4 ученици) и ги запознайте с проблема. Припомнете работата им по част 1 на задачата за подземния паркинг. Раздайте им материала със задачите.
- 35 мин. Оставете ги да работят на групи по трима-четирима. Обикаляйте между групите и обсъждайте с тях какво правят. Посочвайте им елементи, на които да обърнат внимание. Вижте бележките по-долу за това кои елементи да подчертаете.
- 5 мин. Обобщете въпросите, поставени от учениците по време на урока. Запознайте ги с домашната работа.

Примерен план на урока за Част 2 (втори ден):

- 5 мин. Разделете класа на същите групи като предишния ден. Изяснете въпросите от предишния ден. Раздайте им материала със задачите.
- 30 мин. Оставете ги да работят по задачата. Обикаляйте между групите и обсъждайте с тях какво правят. Посочвайте им елементи, на които да обърнат внимание. Вижте бележките по-долу за това кои елементи да подчертаете.
- 15 мин. Дайте възможност на учениците да представят работата си.

