

Изследователският подход: пример за приложението му в практиката

Кирил Банков

НСО, София, 2 декември 2017

История

- На семинара миналата година (2016):
 - Ситуации, породени от разположение на числа върху окръжност
 - Как изследването на такива ситуации води до откриване на закономерности, формулиране и решаване на задачи

Ситуация, породена от...

- Върху една окръжност са отбелязани 9 точки. Върху четири от тях е написано числото 1, а върху останалите 5 – числото 0.
- Между всеки две еднакви числа пишем 0, а между всеки две различни – пишем 1. След това изтриваме първоначалните числа.
- Може ли след многократно повтаряне на операцията да получим 9 нули?

Не може

- Ако има само нули, предишната конфигурация е била само с единици.
- Тогава по-предишната е била с различни числа по окръжността. Но с 9 числа, това не е възможно

Ситуация

Нека $n > 2$ клетки са наредени по окръжност. Във всяка от тях може да има или 0, или 1. Допустима е следната операция: между всеки две клетки поставяме по една „нова“ клетка; във всяка от новите клетки пишем 0, ако в съседните „стари“ клетки числата са равни, или 1, ако в съседните „стари“ клетки числата са различни; след това изтриваме „старите“ клетки.

Свойство 1

- Ако n е нечетно число и в началото не всички числа в клетките са равни, не е възможно да получим 0 във всички клетки.

Задача

- Първоначално в една от клетките има написано 1 и във всички останали е написано 0. Кои са всички стойности на n за които е възможно да се получи 0 във всички клетки?
- Хипотеза: n е степен на 2

ICME-13 Monographs

Alexander Soifer *Editor*

Competitions for Young Mathematicians

Perspectives from Five Continents



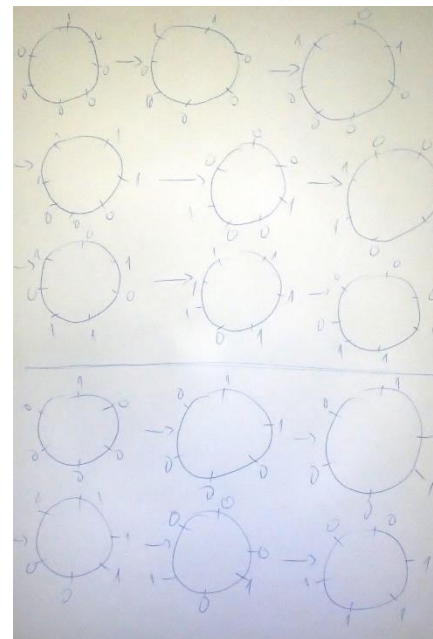
Изследователски подход

- Експерименти „на хартия“

- Експерименти с компютър

- Хипотезата е потвърдена за стойности на n до 250

- Появяват се и други интересни зависимости



Ако n не е степен на числото 2

- Има зацикляне
- **Отворена задача**: изследване на дължината на циклите в зависимост от стойностите на n

Примери

- Ако $n = 2^k$, след $n = 2^k$ -тото изпълнение на операцията се получава 0 във всички клетки
- Ако n не е степен на числото 2:

n	Брой операции до първото зацикляне
10	8
11	32
13	64
14	16
19	512
23	2048
29	16 384
48	32
58	32 768

Благодаря!

НСО, София, 2 декември 2017