

Добри практики в образованието
по математика и ИТ
за развиване на
ключови компетентности



Тони Чехларова, Евгения Сендова
(редактори)



Lifelong
Learning
Programme

Comenius Multilateral Project: Developing Key Competences by Mathematics Education Project
(Развиване на ключови компетентности чрез математическото образование)

www.KeyCoMath.eu

Редактори: Тони Чехларова, Евгения Сендова
Художник на корицата: Калина Сотирова
Графично оформление: Калина Сотирова

Издателство Макрос © 2015
ISBN 978-954-561-389-0

Проектът *KeyCoMath* е финансиран със съдействието на
програма "Учене през целия живот" на Европейския съюз.
Настоящият сборник отразява само личните виждания на авторите.
Европейската комисия и Изпълнителна агенция за образование, аудиовизия и култура не носят
отговорност за използването на информацията в сборника.

СЪДЪРЖАНИЕ

Увод	4
Ангелова, Р. Паркетиране на равнината или диалози на математиката с изкуството	7
Браухле, М. Всичко започна с едно стихотворение и завърши с много усмивки	12
Вълкова, Д. Визуални феномени - интерактивно приложение на динамичен софтуер в училище	16
Зарева, Ц. Сечения и сенки с AutoCAD в дескриптивната геометрия	22
Илиева, Р. Моделиране на калейдоскоп	29
Кокинова, С. Предизвикателства в четириъгълник или експерименти по математика – защо не!	32
Коцева, М. Интерактивност чрез Excel	36
Кунчева, Д. С мишка в ръка	41
Куюмджиева, Б. Така го усещам	46
Пенчева, Г. Малките математици опазват природата	50
Петков, И. За общуването и изследователския подход в часовете по ИТ	55
Стефанова, Е. Всичко започна с триъгълника на Паскал	61
Стойнова, Н., Раданов Р. Как да използваме остатъка при деление	67
Христозова, Н. Геометрия и моден дизайн	72
Цветкова, Н. Динамична математика с <i>GeoGebra</i>	75
Цвятков, Д. Симетричните функции в помощ на физичните явления	78
Gortcheva, I. Visualizing mathematical word problems	83



Колко математика е необходима за едно парти

Сценарий за работа в часовете по информационни технологии

Нели Стоянова

nstoyanova57@abv.bg

ПМГ „Акад. Н. Обрешков“, Разград

Радослав Раданов

rado_rw@abv.bg

ПГИ „Р. Шуман“, Разград

Резюме. Часовете по информационни технологии се свързват с добре позната и приятна житейска ситуация – в случая парти (празник). Учениците влизат в ролята на някого от участниците в събитието и обсъждат ангажиментите му към организацията и провеждането на партито, съставят математически задачи, отнасящи се към тези ангажименти и изготвят динамичен софтуер за решаване на съставените задачи.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер, дигитална компетентност, математическа компетентност*

1. Увод

През традиционния курс на обучение учениците придобиват умения за решаване на предварително съставени задачи с коректно зададено условие. Разглеждат се типове задачи (има готова схема за решаването им). Тематичната им подредба в учебниците ориентира в голяма степен обучаваните за математическия инструментариум, който трябва да използват. Извън училище ежедневно възникват проблеми (задачи) и голяма част от тях нямат общ метод за решаване, нито указания за необходимите умения, знания и средства. За да се развият способностите на учениците за справяне с житейските ситуации, предлагаме вариант на работа в часовете по информационни технологии, в който учениците търсят връзка между теоретичните знания и реални проблеми, формулират задачи с практико-приложен характер и създават динамичен софтуер за решаването им – все важни компетентности за гражданите на бъдещото общество на знанията [1].

2. Организационна схема

Задачите от сценария са творчески. Времето за изпълнение зависи от креативността на учениците и дигиталната им компетентност. Реализацията на сценария се извършва в три етапа:

- i. анализ на ситуацията и организационни въпроси;
- ii. съставяне на задачи по математика с практико-приложен характер;
- iii. създаване на софтуер, предназначен за решаване на съставените задачи.

Първи етап. Учениците влизат в ролята на участници в парти (празненство). В общ коментар се уточнява какво трябва да обмислят гостите и домакините.

Възможни задължения за домакините са финансово осигуряване, покана за гостите, избор на подходящо място, осигуряване на почерпка, музикално оформление, украса на помещението, игри и забавление по време на партито, тоалети, бижута и други. Към списъка със задължения на гостите могат да се включат подаръци, поздравления, организация на свободното време и други.

Всеки клас (група) съставя собствени списъци със задължения. Те могат да се различават от предложените тук и да бъдат променяни в процеса на работа според идеите на учениците и възможностите им за реализация.

Класът се разделя на групи и всяка група избира по кои задълженията ще работи.

Втори етап. Всяка група съставя задачи с практико-приложен характер, свързани със задълженията им относно партито.

Трети етап. Учениците създават динамичен софтуер за решаване на съставените задачи. Съставянето на задачи е трудно за тях. Учителят трябва да ги поощрява и да им помага, за да може от първоначалната си идея да стигнат до коректно съставена задача. Ако се наложи, в началото може да им подсказват идеи, а те да ги развиват. В процеса на работа може да им се дават и допълнителни задачи по информационни технологии – да търсят информация в интернет, да подготвят рекламни материали (плакат, брошура) за партито, да направят клип, отразяващ реално събитие (празник), да изготвят покана за празника, да намерят подходящ софтуер във виртуалния кабинет по математика [2] и да го адаптират за техните задачи.

3. Примерни варианти

Първи вариант на сценарий. Работи се със следния списък от задължения:

- финансово осигуряване на партито;
- избор на тоалет – “По дрехите посрещат, по решението на задачата изпращат”;
- доставка на хранителни продукти.

Задача 1. (За финансово осигуряване на партито) *Бащата на Ели получава по 1200 лева на месец, а майката – по 840 лева.*

а) *По случай рождения ден на Ели те решили да отделят по равна сума от заплатите си, не надхвърляща половината им заплата. По колко процента от заплатата си най-малко трябва да отдели всеки от тях, ако е известно, че търсеното число е цяло?*

б) *Всички разходи са най-малко 1600 лева, бабата и дядото на Ели са дали общо 720 лева, а майка ѝ планува да отдели между 35% и 50% включително от заплатата си. Най-малко колко процента от заплатата си трябва да даде бащата на Ели, за да е сигурен че ще осигури средствата независимо от решението на майката?*

Указание към Задача 1а: Ако се решава с Excel (Фигура 1), заплатите се въвеждат в A2 и N2, след което останалите клетки автоматично се попълват. Сравняват се числата от двете таблици до първо съвпадение (следи се от малко към голямо). Отчитат се процентите, които за бащата са 7, а за майката 10.

Ако се решава с Geogebra (Фигура 2), експериментира се с плъзгача до намиране на най-малката цяла стойност за броя на процентите.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
1	Въведете число														Въведете число										
2	1200														840										
3																									
4		+0%	+1%	+2%	+3%	+4%	+5%	+6%	+7%	+8%	+9%				+0%	+1%	+2%	+3%	+4%	+5%	+6%	+7%	+8%	+9%	
5	0 %	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108				0 %	0	8,4	16,8	25,2	33,6	42	50,4	58,8	67,2	75,6
6	10 %	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228				10 %	84	92,4	100,8	109,2	117,6	126	134,4	142,8	151,2	159,6
7	20 %	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348				20 %	168	176,4	184,8	193,2	201,6	210	218,4	226,8	235,2	243,6
8	30 %	360	372	384	396	408	420	432	444	456	468				30 %	252	260,4	268,8	277,2	285,6	294	302,4	310,8	319,2	327,6
9	40 %	480	492	504	516	528	540	552	564	576	588				40 %	336	344,4	352,8	361,2	369,6	378	386,4	394,8	403,2	411,6
10	50 %	600	612	624	636	648	660	672	684	696	708				50 %	420	428,4	436,8	445,2	453,6	462	470,4	478,8	487,2	495,6
11	60 %	720	732	744	756	768	780	792	804	816	828				60 %	504	512,4	520,8	529,2	537,6	546	554,4	562,8	571,2	579,6
12	70 %	840	852	864	876	888	900	912	924	936	948				70 %	588	596,4	604,8	613,2	621,6	630	638,4	646,8	655,2	663,6
13	80 %	960	972	984	996	1008	1020	1032	1044	1056	1068				80 %	672	680,4	688,8	697,2	705,6	714	722,4	730,8	739,2	747,6
14	90 %	1080	1092	1104	1116	1128	1140	1152	1164	1176	1188				90 %	756	764,4	772,8	781,2	789,6	798	806,4	814,8	823,2	831,6
15	100 %	1200													100 %	840									

Фигура 1. Решението с Excel

Чертотна повърхност		Електронна таблица		
		A	B	C
1			Баща	Майка
2		Заплата	1200	840
3		Дадени пари	84	84
4		Проценти	7	10

Фигура 2. Решението с GeoGebra

Указание към Задача 1б: От таблицата вляво се вижда, че майката е решила да даде най-малко 294 лева. За бащата остава да осигури най-малко 586 лева.

От таблицата вдясно се отчитат процентите за бащата (Фигура 3).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y
1	Въведете число										Въведете число													
2	1200										840													
3																								
4																								
5	0 %	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	0 %	0,00	8,40	16,80	25,20	33,60	42,00	50,40	58,80	67,20	75,60		
6	10 %	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	10 %	84,00	92,40	100,80	109,20	117,60	126,00	134,40	142,80	151,20	159,60		
7	20 %	240	252	264	276	288	300	312	324	336	348	20 %	168,00	176,40	184,80	193,20	201,60	210,00	218,40	226,80	235,20	243,60		
8	30 %	360	372	384	396	408	420	432	444	456	468	30 %	252,00	260,40	268,80	277,20	285,60	294,00	302,40	310,80	319,20	327,60		
9	40 %	480	492	504	516	528	540	552	564	576	588	40 %	336,00	344,40	352,80	361,20	369,60	378,00	386,40	394,80	403,20	411,60		
10	50 %	600	612	624	636	648	660	672	684	696	708	50 %	420,00	428,40	436,80	445,20	453,60	462,00	470,40	478,80	487,20	495,60		
11	60 %	720	732	744	756	768	780	792	804	816	828	60 %	504,00	512,40	520,80	529,20	537,60	546,00	554,40	562,80	571,20	579,60		
12	70 %	840	852	864	876	888	900	912	924	936	948	70 %	588,00	596,40	604,80	613,20	621,60	630,00	638,40	646,80	655,20	663,60		
13	80 %	960	972	984	996	1008	1020	1032	1044	1056	1068	80 %	672,00	680,40	688,80	697,20	705,60	714,00	722,40	730,80	739,20	747,60		
14	90 %	1080	1092	1104	1116	1128	1140	1152	1164	1176	1188	90 %	756,00	764,40	772,80	781,20	789,60	798,00	806,40	814,80	823,20	831,60		
15	100 %	1200										100 %	840,00											

Фигура 3. Илюстрация на указанието към Задача 1b.

Задача 2. (За финансово осигуряване на партито) За осемнадесетия рожден ден Ася получила от майка си 500 лева, с които си направила влог в банка1 при сложна лихва 20%, а от баща си получила 800 лева и ги внесла в банка2 при сложна лихва 2%. За кой рожден ден най-рано парите ѝ в банка1 ще бъдат повече от парите ѝ в банка2?

Указание към Задача 2: Търси се най-малката цяла стойност на x , за която $f(x) < g(x)$ (Фигура 4).

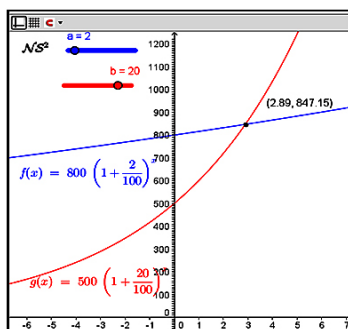
Задача 3. (За избор на тоалет) За предстоящото парти Лили си купила рокля, като за нея платила 60% от наличните си пари. Добавила към покупката и обувки на цена 60% от цената на роклята. Харесала си и чанта с 25% по-евтина от обувките, но не можела да си я купи, защото общата сума надхвърляла с 23 лева средствата ѝ.

а) Колко лева струва чантата?

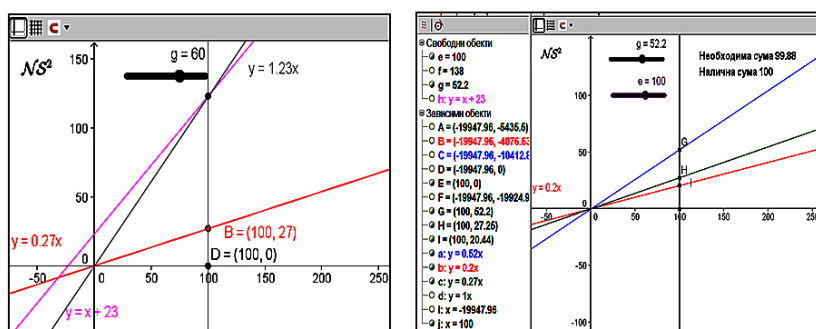
б) С колко процента най-малко трябва да се намали цената на роклята, за да може Лили да си купи и трите неща и на каква цена ще бъдат?

Указание към Задача 3а: Нека x е наличната сума. Функциите $y = 1.23x$ и $y = x + 23$ изчисляват цената на трите покупки общо, а $y = 0.27x$ – цената на чантата (Фигура 5, ляво). Ординатата на точка В дава цената на чантата.

Указание към Задача 3б: Плъзгач $e = 100$ (наличната сума) (Фигура 5, дясно). Цената на роклята е $g\%$ от наличната сума.



Фигура 4. Към решението на Задача 2.



Фигура 5. Към решението на 3а и 3б

Задача 4. (За доставка на хранителни продукти) За парти са необходими 20 килограма домати. Предвидена е сума за закупуването им при цена 3,6 лева за килограм. В деня на пазаруването цената на домати била намалена с $a\%$. С надеждата, че ще има още намаление, доставчикът закупил само половината от необходимото количество. На следващия ден купил и останалата част, но за негово съжаление цената била увеличена с $a\%$ в сравнение с предния ден. Колко трябва да е a , за да се спестят поне 5 лева, в сравнение с първоначално предвидените.

Указание към Задача 4:

Първи начин. Въвеждат се данни в A2 и D2, а всички останали клетки се попълват автоматично. Експериментира с различни стойности на а (Фигура 6, ляво).

Втори начин. С помощта на плъзгача a1 се експериментира, за да се определят процентите. Дължината на АВ е равна на спестените пари (Фигура 6, дясно).

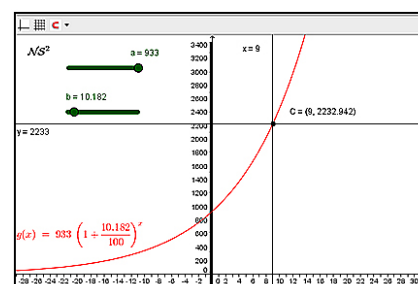
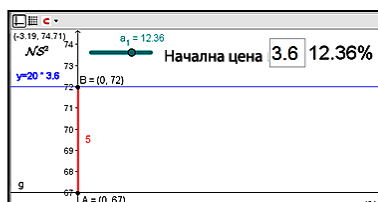
Втори вариант на сценарий. Работи се със следния списък от задължения:

- осигуряване на финансови средства;
- намиране на подходящо място за партито;
- уточняване списъка с гости;
- забавления.

Задача 1. (За осигуряване на финансови средства За юбилея си след точно 9 години Асенов решил да събира пари, като внесе определена сума в банката и разчита на увеличаването ѝ от сложната лихвата. Ако разносните по юбилея са 1300 лева и първоначално внесената сума е 933 лева, какъв лихвен процент би осигурил необходимите средства само от лихвата?

Указание към Задача 1: Точка С е сечение на графиките на $x=9$ и $g(x)$. С помощта на плъзгача b се експериментира, докато т. С се позиционира върху графиката на $y(x)$ (Фигура 7).

Цена	Процент (a)
3.60	12
0 % 0.00	0 % 0.00
1 % 0.04	1 % 0.03
2 % 0.07	2 % 0.06
3 % 0.11	3 % 0.10
4 % 0.14	4 % 0.13
5 % 0.18	5 % 0.16
6 % 0.22	6 % 0.19
7 % 0.25	7 % 0.22
8 % 0.29	8 % 0.25
9 % 0.32	9 % 0.29
10 % 0.36	10 % 0.32
11 % 0.40	11 % 0.35
12 % 0.43	12 % 0.38
13 % 0.47	13 % 0.41
14 % 0.50	14 % 0.44
15 % 0.54	15 % 0.48

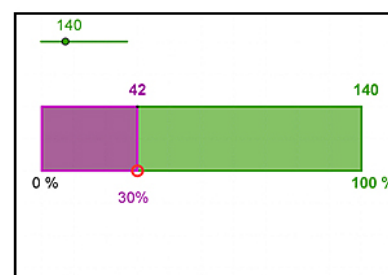
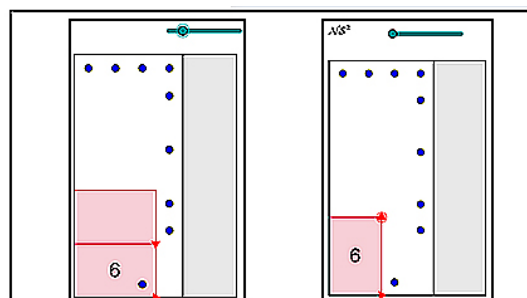


Фигура 6. Към решението на Задача 4 - с Excel и с GeoGebra

Фигура 7. Към решението на Задача 1

Задача 2. (За намиране на подходящо място за партито.) В зала2 на ресторант „Луна“ ще изграждат сепарета. Изборът е между два вида – за четири души, заемащи квадратна площ със страна 2м, и за шест човека, заемащи правоъгълна площ с размери 3м и 2м. Подът на залата е правоъгълник с размери 6м и 9м. На схемата с точки са означени местата, където могат да се поставят саксии с цветя. Те трябва да бъдат извън сепаретата. Сепаретата трябва да са еднакви, ориентирани в една и съща посока, плътно едно до друго и допиращи се до стената, означена на схемата с удебелена отсечка. С „X“ (Фигура 8) е маркирано мястото, където задължително трябва да има сепаре.

Колко души най-много може да събере заведението, ако саксиите са извън сепаретата и освен това:



Фигура 8. План на мястото

Фигура 9. Динамичен модел на сепаретата

Фигура 10. Изследване на ситуацията

- a) на всички възможни места се поставят цветя;
b) саксиите са поне осем;

Указание към Задача 2: Динамичните правоъгълници конфигурират сепаретата, а плъзгачът определя броя им (Фигура 9). За всяка една от ситуациите се съобразява броят на саксиите.

Задача 3. (За уточняване списъка с гости) Списъкът за гостите на рождения ден на Мими е от 150 души. От тях 8% са роднини, 14% - колеги, останалите са приятели, които не са роднини или колеги. В деня на тържеството се оказало, че един от роднините е болен и не може да дойде, а двама колеги са в командировка и също ще отсъстват. Колко процента са приятелите, които не са роднини или колеги?

Указание към Задача 3: Учениците може да бъдат насочени към предложени динамичен файл във виртуалния кабинет по математика (Фигура 10), да се опитат да решат задачата си с него, а след това да направят собствен вариант, като използват Excel или Geogebra.

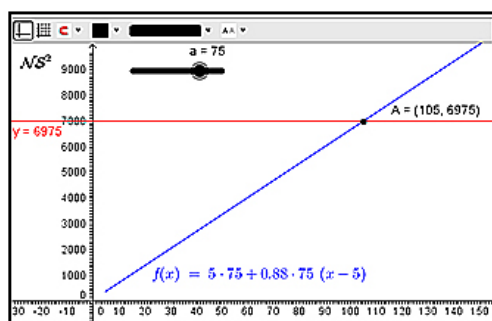
Задача 4. (За уточняване списъка с гости или за осигуряване на средства) На фирмено тържество пристигнали 5 непредвидени гости без отстъпка за кувертите, която за останалите е 12%. Колко са хората общо, ако цялата сума е 6975 лв. и цената на куверта е цяло число, по-голямо от 60 лв.?

Указание към Задача 4: С плъзгача се определя кога $x(A)$ е цяло число (Фигура 11).

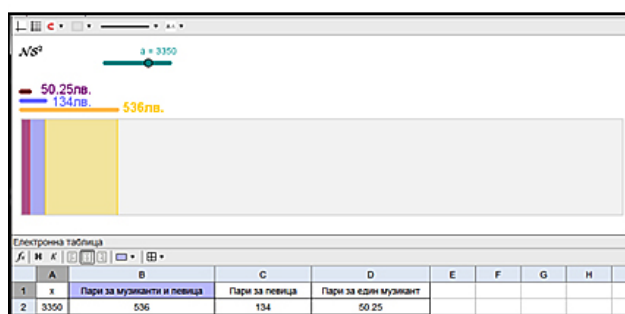
Задача 5. За забавление на гостите на бал с маски са използвани X лева. Те са разпределени за водеж, танцьори, актьори, като 16% от сумата са за 8 музиканти и певица. По колко лева е получил всеки музикант, ако певицата е взела 96 лв. и те са 25% от общата сума за музикантите и нея?

Указание към Задача 5: Сумата се определя с помощта на плъзгача (Фигура 12).

Заклучение



Фигура 11. Към решението на Задача 4



Фигура 12. Към решението на Задача 5

Съставянето на задачи, близки до собствения им свят, и изготвянето на подходящ динамичен софтуер развиват креативните способности на учениците, подобряват уменията им за работа в екип и допринасят за повишаване на математическите, дигиталните и социалните им компетентности [3, 4].

Литература

1. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект KeyCoMath. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105
2. Chehlarova, T., G. Gachev, P. Kenderov, E. Sendova. (2014) A Virtual School Mathematics Laboratory. В: V^a Национална конференция по електронно обучение, pp.146-15
3. Stoianova N., Radanov R., (1989) Children's Software House, 3^d international conference children in the information age
4. Stoyanova, N. (1999) The Students – Authors of Tasks'99, Sofia, Bulgaria