

Добри практики в образованието  
по математика и ИТ  
за развиване на  
**ключови компетентности**



Тони Чехларова, Евгения Сендова  
(редактори)



Lifelong  
Learning  
Programme

Comenius Multilateral Project: Developing Key Competences by Mathematics Education Project  
(Развиване на ключови компетентности чрез математическото образование)

[www.KeyCoMath.eu](http://www.KeyCoMath.eu)

**Редактори:** Тони Чехларова, Евгения Сендова  
**Художник на корицата:** Калина Сотирова  
**Графично оформление:** Калина Сотирова

Издателство Макрос © 2015  
ISBN 978-954-561-389-0

Проектът *KeyCoMath* е финансиран със съдействието на  
програма "Учене през целия живот" на Европейския съюз.  
Настоящият сборник отразява само личните виждания на авторите.  
Европейската комисия и Изпълнителна агенция за образование, аудиовизия и култура не носят  
отговорност за използването на информацията в сборника.



# СЪДЪРЖАНИЕ

Увод	4
Ангелова, Р. Паркетиране на равнината или диалози на математиката с изкуството	7
Браухле, М. Всичко започна с едно стихотворение и завърши с много усмивки	12
Вълкова, Д. Визуални феномени - интерактивно приложение на динамичен софтуер в училище	16
Зарева, Ц. Сечения и сенки с AutoCAD в дескриптивната геометрия	22
Илиева, Р. Моделиране на калейдоскоп	29
Кокинова, С. Предизвикателства в четириъгълник или експерименти по математика – защо не!	32
Коцева, М. Интерактивност чрез Excel	36
Кунчева, Д. С мишка в ръка	41
Куюмджиева, Б. Така го усещам	46
Пенчева, Г. Малките математици опазват природата	50
Петков, И. За общуването и изследователския подход в часовете по ИТ	55
Стефанова, Е. Всичко започна с триъгълника на Паскал	61
Стоянова, Н., Раданов Р. Как да използваме остатъка при деление	67
Христозова, Н. Геометрия и моден дизайн	72
Цветкова, Н. Динамична математика с <i>GeoGebra</i>	75
Цвятков, Д. Симетричните функции в помощ на физичните явления	78
Gortcheva, I. Visualizing mathematical word problems	83



## Предговор

Петър Кендеров

Координатор на проекта *KeyCoMath* от страна на ИМИ - БАН

Kenderovp@cc.bas.bg

Драги читатели, в ръцете ви е сборник от статии, в които авторите споделят свои идеи и добри практики за изграждане на различни ключови компетентности у учениците си чрез прилагане на изследователския подход в часовете по математика и информатика. Споделянето и разпространението на такива практики е една от целите на европейския проект *KeyCoMath*<sup>1</sup>, с чиято подкрепа излиза сборникът.

Да припомним, че на 18.12.2006 г. Европейският парламент и Съветът на Европейския съюз приеха *Препоръки относно ключовите компетентности, необходими за удовлетворителна личностна и социална реализация в бъдещото общество, основано на знанието*. В този документ, известен като „Референтна рамка за ключовите компетентности“, са обособени следните осем групи от умения, знания и способности, по-общо – компетентности (в синьо е дадена оригиналната формулировка на английски):

1. **Комуникация на роден език** - *Communication in the mother tongue*
2. **Комуникация на чужди езици** - *Communication in foreign languages*
3. **Математическа компетентност и основни компетентности в областта на природните науки и ИТ** - *Mathematical competence and basic competences in science and technology*
4. **Дигитална компетентност** - *Digital competence*
5. **Умение за самостоятелно учене** - *Learning to learn*
6. **Социални и граждански компетентности** - *Social and civic competences*
7. **Усет за инициатива и предприемачество** - *Sense of initiative and entrepreneurship*
8. **Усет и подобаващо отношение към културата и към изявяването** - *Cultural awareness and expression*.

Ясно е, че притежаването на тези компетентности е добра основа за реализация на пълноценен живот – и в обществен, и в личностен план. Умението за самостоятелно учене, придружено с математическа и дигитална грамотност, дава добра основа за професионална мобилност и за лесна адаптация към бързо променящите се нужди на пазара и производството. Това намалява опасността от безработица. Добавянето и на комуникационните и на социалните компетентности открива въз-

<sup>1</sup> Comenius Multilateral Project: Developing Key Competences by Mathematics Education Project (Развиване на ключови компетентности чрез математическото образование) Reference: 538319-LLP-1-2013-1-DE-COMENIUS-CMP.

можност за пълноценна обществена реализация на личността като активен и отговорен гражданин с рационално поведение в обществото.

Формирането и развиването на тези компетентности е продължителен процес. Той обхваща целия съзнателен живот, но училищното образование има основополагаща роля в него. Характерната особеност тук е, че усвояването на тези компетентности не става пряко, чрез изучаване на отделен учебен предмет по всяка компетентност, а е по-скоро резултат от наслагването на редица образователни и възпитателни въздействия, разпръснати във всички учебни предмети, както и в цялостния процес на учене (в училище и извън него).

Основната цел на проекта *KeyCoMath* е да покаже как образованието по математика може да допринесе за формирането, развитието и затвърдяването на шест от тези компетентности у отделния ученик (погледнете внимателно слънчевите лъчи на задната корица, илюстрирана от *Калина Сотирова*).

Проектът е насочен предимно към разпространение на такова образование по математика, което се основава на изследователския подход, на самостоятелната работа на учениците, на връзката с природните науки и технологиите, на активното участие на ученика в учебния процес, на развиването на математическо мислене и на правилното интерпретиране на числовата и графична информация, която ни съпровожда в ежедневието и влияе върху поведението ни. Всичко това допринася за развиване на математическата компетентност. Предвижда се изучаването на математиката в такъв стил да е съпроводено с интензивна комуникация между учениците (в устен и писмен вид), в процеса на която да се представят и обсъждат математически идеи, да се предлагат и отхвърлят хипотези, да се събират и организират данни и наблюдения, да се развива критично мислене и способност да се представят аргументи, да се убеждават другите със силата на логиката. По такъв начин се развиват и укрепват комуникативните умения и способността за работа в екип, която е една от важните съставки на социалните и граждански компетентности.

Доколкото този стил на образование по необходимост включва образователни среди, наситени със (и основани на) дигитални медии – софтуер за динамична математика, за електронни таблици, за компютърна алгебра, за компютърни симулации – учениците неусетно развиват сериозна дигитална компетентност с по-дълбоко разбиране за възможностите, както и за ограниченията на съвременните дигитални технологии. Нещо повече, неусетно се развива и алгоритмичното мислене, което е в основата на програмирането и на цялата информатика. Резултатността на изследователския подход в образованието произтича от самостоятелната работа на учениците (индивидуално или на групи). По такъв начин те развиват умения за самостоятелно учене с разбиране на същността на нещата, с критично отношение към наученото. Едновременно с това, укрепва и навикът човек сам да достига до ново знание, до нови умения, било като използва досегашните си знания, било като се допита до някого – интернет търсачка, специалист или други членове на социалните групи, в които участва. Ученето в изследователски стил развива и инициативността.

Новите образователни среди, основани на съвременните софтуерни системи, позволяват и поощряват проучването и изследването чрез експериментиране, чрез изпробването на нови и нови възможности. Те подтикват към новаторство, към желание да се проверят и реализират идеите, а тъкмо подобно поведение е характерна черта на инициативността и предприемчивостта. По този начин се изграждат навици за планиране, организиране и управление на дейности, което е от полза при професионалната реализация във всяка сфера на дейност.



Макар това да не е поставено като задача в проекта *KeyCoMath*, култивирането и на останалите две компетентности (комуникиране на чужд език и подобаващо отношение към културата) също може да получи положителен импулс чрез математическото образование. В момента светът разполага с огромно разнообразие от достъпни образователни среди на различни езици, като английският език е най-застъпен. Усвояването, използването и създаването на такива среди неусетно и неминуемо подобрява познанията по чужди езици и допринася за разширяването на културния кръгзор. Редица произведения на изкуството дължат въздействието си в значителна степен на закодираните в тях математически факти и явления (симетрия, перспектива, композиция и др.). Има много примери на влияние и в обратната посока – чрез произведенията на изкуството да се представят и възприемат математически факти и явления. По този начин се постига и положителна промяна в обществените нагласи спрямо образованието по математика като цяло.

Интересни идеи за съчетаване на математическите и дигиталните компетентности с усета към изкуството могат да се видят в добрите практики, представени от *Даниела Кунчева, Елисавета Стефанова, Иван Петков, Кремлина Черкезова, Нели Христовова, Румяна Ангелова, Руска Илиева*.

Изследване на функции като резултат от интересни експерименти в реална и виртуална среда предлагат в разработките си *Боряна Куюмджиева и Динко Цвятков*.

Един проект, в който се очаква учениците да приложат усета си за инициатива, планиране, математическа и дигитална компетентност и не на последно място – социални умения, е подготовката на „парти“, предложена чрез серия задачи в статията на *Нели Стоянова и Радослав Раданов*.

Как може да използваме софтуер на професионално равнище споделят *Монка Коцева, Цветелина Зарева и Дарина Вълкова*.

Стелиана Кокинова доказва за пореден път, че и в езиковите гимназии компетентностите на учениците не се ограничават до общуване на роден и чужд език, а включват способности за генериране на несрещани досега хипотези в контекста на интересна геометрична задача.

Не са забравени и най-малките ученици – за работата с тях в изследователски дух и за развиване на математическите им компетентности споделят идеи *Гая Пенчева, Йорданка Горчева, Мария Браухле, Николина Цветкова*.

Накрая да споменем компетентността на редакторите в прилагане на съвета на *Дьорд Пойа*: „Действайте като „акушерки на идеи“.

И така, приятно четене, изпробване и адаптиране на предложените добри практики!

Надяваме се техният списък да се обогатява благодарение и на вашите усилия!