

Добри практики в образованието
по математика и ИТ
за развиване на
ключови компетентности



Тони Чехларова, Евгения Сендова
(редактори)



Lifelong
Learning
Programme

Comenius Multilateral Project: Developing Key Competences by Mathematics Education Project
(Развиване на ключови компетентности чрез математическото образование)

www.KeyCoMath.eu

Редактори: Тони Чехларова, Евгения Сендова
Художник на корицата: Калина Сотирова
Графично оформление: Калина Сотирова

Издателство Макрос © 2015
ISBN 978-954-561-389-0

Проектът *KeyCoMath* е финансиран със съдействието на програма "Учене през целия живот" на Европейския съюз. Настоящият сборник отразява само личните виждания на авторите. Европейската комисия и Изпълнителна агенция за образование, аудиовизия и култура не носят отговорност за използването на информацията в сборника.



СЪДЪРЖАНИЕ

Увод	4
Ангелова, Р. Паркетиране на равнината или диалози на математиката с изкуството	7
Браухле, М. Всичко започна с едно стихотворение и завърши с много усмивки	12
Вълкова, Д. Визуални феномени - интерактивно приложение на динамичен софтуер в училище	16
Зарева, Ц. Сечения и сенки с AutoCAD в дескриптивната геометрия	22
Илиева, Р. Моделиране на калейдоскоп	29
Кокинова, С. Предизвикателства в четириъгълник или експерименти по математика – защо не!	32
Коцева, М. Интерактивност чрез Excel	36
Кунчева, Д. С мишка в ръка	41
Куюмджиева, Б. Така го усещам	46
Пенчева, Г. Малките математици опазват природата	50
Петков, И. За общуването и изследователския подход в часовете по ИТ	55
Стефанова, Е. Всичко започна с триъгълника на Паскал	61
Стоянова, Н., Раданов Р. Как да използваме остатъка при деление	67
Христозова, Н. Геометрия и моден дизайн	72
Цветкова, Н. Динамична математика с <i>GeoGebra</i>	75
Цвятков, Д. Симетричните функции в помощ на физичните явления	78
Gortcheva, I. Visualizing mathematical word problems	83



С мишка в ръка

Даниела Кунчева

dida_kuncheva@abv.bg

ОУ"Н.Й.Вапцаров", с.Селановци

Резюме: Представеният опит е свързан с математически занятия в две компютърни среди, в които учениците развиват няколко основни ключови компетентности – математическа (в контекста на декартови координати и ротационни тела), дигитална (в контекста на динамичния софтуер *Geonext* и приложението *Bottle Design* на *Elica*, както и уменията си за работа в екип, общуване на роден език (в контекста на едно литературно произведение) и проявяват усет за инициатива.

Ключови думи: *изследователски подход, динамичен софтуер, математическа компетентност, дигитална компетентност, социални компетентности, усет за инициатива, 3D въображение*

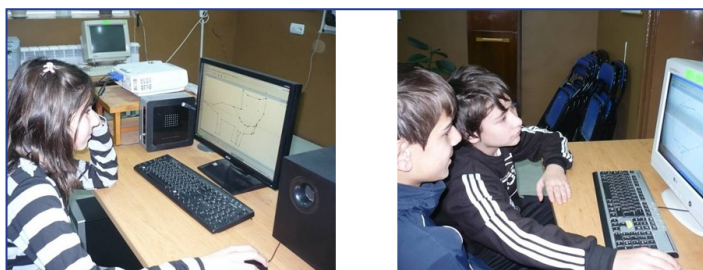
1. Увод

Ще споделя опита си от две занятия по математика с използване на *Geonext* и *Elica*, при провеждането на които учениците ми демонстрираха подобряване на дигиталната и математическата си компетентност.

2. С разместване на точки в *Geonext*

Урокът бе проведен в VI и VIII клас на ОУ"Н.Й.Вапцаров" с. Селановци в часове по ЗИП математика с малка разлика в началната задача. Почти едновременно в двата класа по учебен план трябваше да разгледам темата „Координатна система“. За VI клас в темата беше застъпено начално запознаване с координатите на точки и описание на координатна система, а в VIII - преговор на началните знания. Прецених, че осмокласниците ми нямат голям натрупан опит при работа с координатна система, така че реално започвах почти от едно и също място - от началото. В редовния час и в двата класа запознах учениците с координатна система и координати на точки и чертахме в тетрадките, върху квадратна мрежа. В часа по ЗИП учениците вече бяха пред компютрите със заредена нова страница на програмата *Geonext* (Фигура 1).

Тъй като учениците ми познават в общи линии програмата, след актуализация на знанията за ко-



Фигура 1. В час по ЗИП математика в VIII клас

ординатна система им поставих следните задачи:

Задача 1 (за VI клас).

В координатна система изобразете точките $A(-8; 3)$, $B(-5; 4)$, $C(-5; 5)$, $D(-4; 7)$, $E(-2; 7)$, $F(-1; 6)$, $G(-1; 5)$, $H(-2; 4)$, $I(0; 2)$, $J(6; 2)$, $K(8; 4)$, $L(5; -2)$, $M(3; -3)$, $N(-1; -3)$, $O(-4; -2)$, $P(-5; 0)$, $Q(-5; 1)$, $R(-4; 3)$. Свържете последователно точките. Оцветете в подходящи цветове.

Задача 2 (за VIII клас).

В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати:

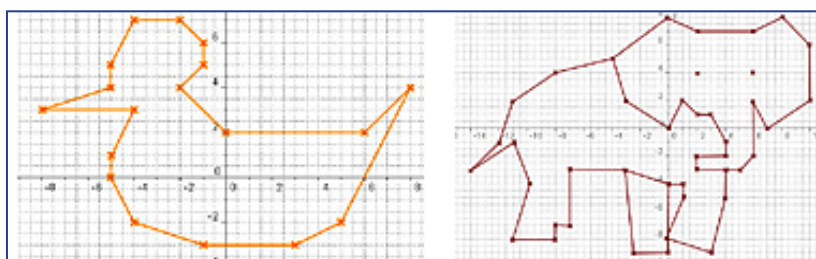
а) (2; -3), (2; -2), (4; -2), (4; -1), (3; 1), (2; 1), (1; 2), (0; 0), (-3; 2), (-4; 5), (0; 8), (2; 7), (6; 7), (8; 8), (10; 6), (10; 2), (7; 0), (6; 2), (6; -2), (5; -3), (2; -3)

б) (4; -3), (4; -5), (3; -9), (0; -8), (1; -5), (1; -4), (0; -4), (0; -9), (-3; -9), (-3; -3), (-7; -3), (-7; -7), (-8; -7), (-8; -8), (-11; -8), (-10; -4), (-11; -1), (-14; -3), (-12; -1), (-11; 2), (-8; 4), (-4; 5)

в) Отбележете точките (2; 4) и (6; 4)

Оцветете по подходящ начин получената фигура.

Фигурите, които се получават, са *пате* (за VI клас) и *слон* (за VIII клас) (Фигура 2).



Фигура 2. Стилизирани изображения на пате и слон

По-голямата част от учениците сравнително бързо се справиха с поставената задача, като представиха и интересни цветови решения на рисунката. А ето и условието на новата задача за всички ученици:

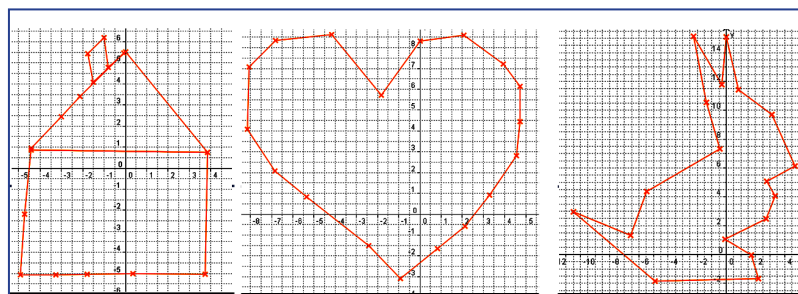
Задача 3.

Като използвате възможностите на програмата *Geonext*, разместете точките така, че да получите нова фигура. Оцветете. Запишете новите координати на точките, като оформите условие на нова задача.

В началото учениците приеха задачата като много лесна, но в процес на изпълнение на задачата се сблъскаха с различни трудности:

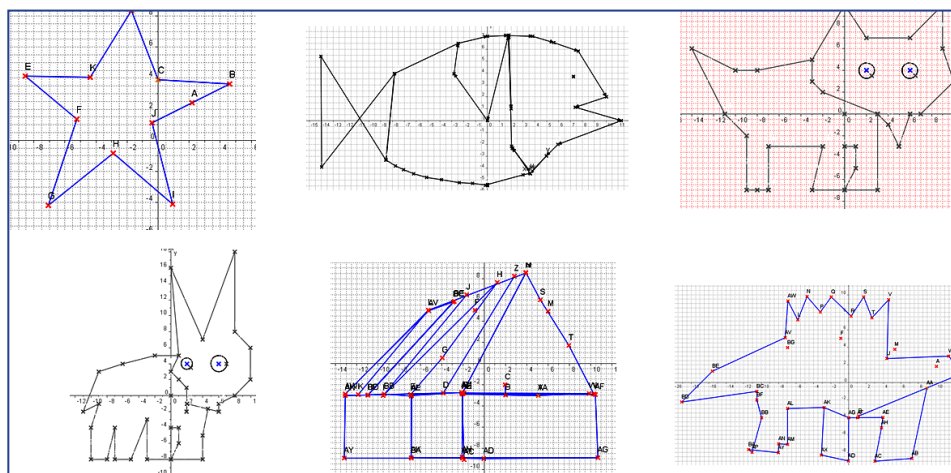
- Освен свободни точки върху чертежа се появяват и плъзгащи се точки, които не могат да се местят свободно.
- Точките не могат да се свързват с отсечки и фигурата не е заоблена.
- Има натрупване на точки, където е излишно прекалено гъстото им разположение.
- Необходима е добре развита фантазия, за да оформиш нова фигура.
- Има затруднения при записване на координатите.

В края на първия час на екраните на компютрите имаше рисунки с доста излишни елементи, но все пак с грубо оформени нови фигури (Фигура 3).



Фигура 3. Стилизирани изображения на къща, сърце, заек

Часът свърши и трябваше да спрем. Съжалението, че звънецът бие, беше голямо. Как се справиха с трудностите през втория учебен час? Ето няколко примера (Фигура 4).



Фигура 4. Различни фигури, генерирани от GeoNext

Повечето ученици бяха премислили рисунките си и след коментари помежду си бяха стигнали до идеята, че за да получат красива нова фигура, трябва да махнат всичко излишно.

Премахнаха плъзгащите се точки, за да получат хубав затворен контур. Решиха, че фигурите повече трябва да приличат на чертеж, отколкото на рисунка. Натрупаните точки просто трябваше да се изтрият, ако не носят в себе си информация за специфична извивка на линията. Само липсата на фантазия не можеше да се компенсира с нищо и учениците се прегрупираха по компютрите.

Относно координатите на новите точки се оформи дълъг коментар с крайни изводи:

- трябва да се преместят точките, така че да попаднат на пресечни линии на координатната система;
- координатите по възможност да са цели числа, за да е по-удобно да се нанасят;
- при затворена линия началната и крайната точка трябва да съвпадат;
- желателно е да е изключен надписът за име на точките.

Новите фигури бяха оцветени и координатите на точките им записани като нова задача, но имаше още работа. Предстоеше проверка на новите задачи. Част от най-активните учениците я извършиха къщи. Почти липсваха грешни координати, което е мерило за усвоени знания за координати на точка.

Когато си поставих задачата, имах идеята учениците ми да станат автори на нови задачи от координати на точки (специално свързани с интересна фигура¹). Това, на което станах свидетел, беше нещо по-различно. Учениците работеха като малки колективи по отделните компютри.

Преместваха се от фигура на фигура, споделяха идеи, всеки участваше с нещо в общия процес.

В VIII клас имам 5 ученика със СОП, които за два часа с малко помощ успяха да начертаят *пате* и да го оцветят подходящо, което им донесе голямо удовлетворение. *Geonext* не е страшна програма за тях.

Размножихме авторските задачи, за да се ползват и от други класове. Удовлетворението на учениците ми е огромно. Ако ги попита човек за процеса на съставяне на задачите, най-вероятно ще отговорят, че са си поиграли в *Geonext*. И е точно така, защото те играейки, откриха собствена технология за съставяне на задачи от координати на точки:

Лисица: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати A(-3; 5), B(0; 10), C(2; 7), D(6; 7), E(9; 10), F(9; 6), G(10; 3), H(6; 0), I(5; -2), J(2; 0), K(-2; 2), L(-3; 3), M(-3; 5), AA(-8; 3), AB(-14; 6), AC(-14; 3), AD(-9; 1), AE(-9; -7), AF(-7,5; -7), AG(-7,5; -2),

¹ Бел.ред. Конкурс за най-интересно стилизирано животно е организирано от сп. "Квант" преди 30-ина години

АН(-6,5; -2), АI(-6,5; -7), АJ(-5; -7), АK(-5; -2), АL(-2; -2), АM(-2; -7), АN(-0,5; -7), АO(-0,5; -2), АP(0,5; -2), АQ(0,5; -7), АR(2; -7), АS(2; 0) **Очи:** А(2; 4) и В(6; 2) **Нос:** Свържете с отсечка точките А(4; 1) и В(5; 1)

Куче: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-7; 3), В(-7,5; 4), С(-5; 5), D(-4; 8), E(-2; 9), F(0; 7), G(0; 5), H(-2; 4), I(0; 1), J(6; 2), K(8; 4), L(7; 0), M(3; -7), N(-1; -3), O(-6; -6), P(-5; 1), Q(-4; 3), R(-7; 3)

Динозавър: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-20; -2), В(-15; 0), С(-8; 5), D(-7; 9), E(-6; 7), F(-5; 10), G(-4; 8), H(-2; 10), I(-1; -7), J(1; 10), K(2; 7), L(4; 9), M(5; 5), N(9; 3), O(11; 0), P(2; -3), Q(2; -6), R(3; -8), S(1; -8), T(1; -3), U(-1; -5), V(0; -8), W(-2; -8), X(-2; -3), Y(-3; -3), Z(-5; -6), AA(-4; -8), AB(-6; -8), AC(-6; -3), AD(-8; -3), AE(-9; -6), AF(-8; -8), AG(-10; -8), AH(-10; -3), AI(-11; -1), AJ(-20; -2); **Око:** А(5; 3)

Лодка: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-3; 1), В(-10; 1), С(-6; -3); D(2; -3), E(6; 1), F(-2; 1), G(-2; 2), H(4; 2), I(-2; 8), J(-2; 2), K(-3; 2), L(-3; 7), M(-7; 2), N(-3; 2), O(-3; 1)

Риба: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-13; 4), В(-8; 1), С(-4; 3), D(-1; 4), E(4; 5), F(8; 3), G(5,5; 1), H(8,5; 1), I(5; -2), J(1; 3), K(-4; -3), L(-8; -2), M(-12; -6), N(-10; 0), O(-13; 4); **Око:** А(6; 2)

Риба-сом: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-14; 7), В(-11; 3), С(-8; 6), D(2; 8), E(5; 7), F(9; 6), G(12; 3), H(15; 1), I(15; 0), J(12; -1), K(9; -3), L(6; -4), M(3; -5), N(-7; -3), O(-11; -1), P(-14; -5), Q(-14; 7); **Око:** Х(7; 3); **Горна перка:** А(-8; 6), В(-7; 9), С(-5; 8), D(-4; 10), E(-2; 8), F(-1; 10), G(2; 8); **Долна перка:** А(-7; -3), В(-6; -6), С(-4; -5), D(-3; -7), E(-1; -5), F(0; -7), G(3; -5); **Мустаци:** Свържете А(13; 1) с В(12; -3) и С(14; 1) с D(13; -2)

Котка: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-2; 3), В(0; 10), С(2; 7), D(6; 7), E(9; 10), F(10; 3), G(8; 0), H(4; -1), I(0; 0), AA(-2; 3), AB(-9; 3), AC(-11; 4), AD(-15; 8), AE(-11; 0), AF(-13; -7), AG(-11; -7), AH(-9; -3), AI(-8; -7), AJ(-6; -7), AK(-7; -3), AL(-3; -3), AM(-2; -7), AN(0; -7), AO(0; -3), AP(1,5; -3), AQ(1; -7), AR(3; -7), AS(4; -3), AT(4; -1); **Очи:** А(2; 4) и В(6; 4); **Ляв мустак:** Свържете с отсечки А(0; 1) с D(2; 2), В(0; 2) с D(2; 2) и С(0; 3) с D(2; 2); **Десен мустак:** Свържете с отсечки А(6; 2) с В(8; 1), А(6; 2) с С(8; 2) и А(6; 2) с D(8; 3); **Уста:** Свържете последователно с отсечки А(3; 2), В(5; 2), С(4; 1), А(3; 2)

Сърце: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-1; 6), В(0; 8), С(2; 8), D(4; 7), E(5; 5), F(5; 3), G(4; 2), H(2; 0), I(-1; -3), J(-3; -1), K(-6; 2), L(-7; 4), M(-6; 7), N(-5; 8), O(-3; 8), P(-1; 6)

Пеликан: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-9; 2), В(-5; 4), С(-4; 6), D(-2; 6), E(0; 5), F(0; 3), G(6; 2), H(12; 4), I(5; 0), J(4; -6), K(2; -1), L(0; -6), M(-1; 0), N(-2; -3), O(-4; -3), P(-9; -1), Q(-3; 1), R(-9; 2)

Звезда: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-9; 4), В(-4; 4), С(-2; 8), D(0; 4), E(4; 4), F(0; 1), G(1; 4), H(-3; -1), I(-9; -4), J(-5; 1), K(-9; 4)

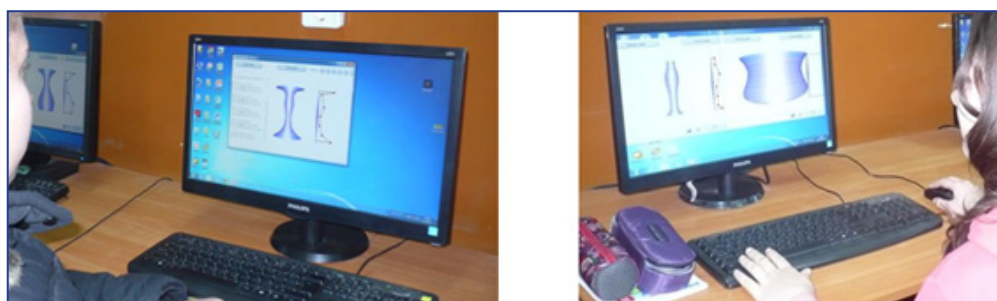
Супер зайче: В правоъгълна координатна система отбележете и свържете в посочената последователност точките с координати А(-5; -1), В(3; -1), С(2; 0), D(0; 1), E(2; 2), F(2,5; 3,5), G(2; 5), H(4; 6), I(3; 9), J(1; 10), K(0; 14), L(0; 10), M(-3; 14), N(-1; 7), O(-5,5; 4), P(-6,5; 2), Q(-11; 4), R(-5; -1)

3. Като грънчарите и не съвсем

Темата за визуализация на съдовете от баснята „Лисицата и щъркелът“ бе вдъхновена от обучение, в което бе представен сценарий за развиване на пространственото въображение на учениците в изследователски стил [1]. Предложих темата на учениците си от VI клас и им пуснах прочит на баснята.

В клипа имаше звук и снимка само на началната страница на книгата, което не позволи на учениците да добият визуална представа за съдовете, които трябваше да конструират.

Програмата, с която работихме, е *DALEST-Elica Bottle Design* [2]. Учениците ми познават пакета приложни програми *DALEST-Elica* [3], но тази използваха за първи път (Фигура 5).



Фигура 5. В час по ЗИП математика в VIII клас

Да работят с динамични точки, да имат възможност за 3D ефект и да могат да следят стойностите на обема на тялото напълно отговаряше на нуждите им. Оставаше само да приложат изследователския подход в действие и да решат задачата. Учениците поставяха различни въпроси:

Колко трябва да е обема на телата? Как да видят и двата съда едновременно? Съвсем точно ли трябва да съвпадат обемите? На кого са по-красиви съдовете?

След направените снимки до края на часа имаше още малко време. Поставих нова задача – да направят ваза с възможно най-голям обем и съответно с най-малък обем. Условието усложних с искането да е красива и да се каже за какви цветя е предназначена. Имаше и спорове: *Коя е най-малката по обем ваза и може ли в нея да се сложат цветя. Кое е по-важно – дали вазата да е с най-голям възможен обем или да е малко по-малка, но по-красива?*

4. Заключение

Съчетаването на математиката с компютърни среди, в които децата могат да проявяват и артистичните си заложби, е особено важно за изграждането на положително отношение към математиката. А развиването на дигитална компетентност позволява на учениците да увеличат спектъра на изразните си средства, да бъдат изследователи, да проявяват инициативност и да се докоснат до нови за себе си области на науката и изкуството [4].

Литература

1. Сендова, Е., Т. Чехларова, П. Бойчев (2007) Еврика с Елика (примерни сценарии за стимулиране на откривателския дух в часовете по математика). сп. Математика и информатика, бр.3, с. 33 – 48
2. Сендова, Е., Т. Чехларова, П. Бойчев, Ч. Лозанов. Пространствено въображение «без праг и без таван». сп. Математика и информатика, бр.3, 2007. с. 3 – 18
3. Christou, C. et al. (2007) Stereometry Activities with Dalest. University of Cyprus: Nicosia
4. Кендеров, П., Сендова, Е., Чехларова, Т. (2014) Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath*. Математика и математическо образование, т. 43, с. 99–105