

4
2011

МАТЕМАТИКА ИНФОРМАТИКА

РАЗПРОСТРАНЕНИЕ НА
ИЗСЛЕДОВАТЕЛСКИЯ ПОДХОД
В ЕВРОПЕЙСКОТО ОБРАЗОВАНИЕ
ПО МАТЕМАТИКА И ПРИРОДНИ НАУКИ



★ ★ ★ ★ ★
The
Fibonacci
Project

DISSEMINATING INQUIRY-BASED SCIENCE
AND MATHEMATICS EDUCATION IN EUROPE



МЕЖДУНАРОДНИ ПРОЕКТИ

Е. Ковачева – QED или Re-designing Institutional Policies and Practices to Enhance the Quality of Education through Innovative Use of Digital Technologies – Семинар по ЮНЕСКО 3

Т. Чехларова – Ако моите учители бяха такива 5

ИЗВЪНКЛАСНА РАБОТА

В. Ненков – Множество на центровете на описаните за четиригълник конични сечения 15

ИЗ ОПИТА

П. Христова – Базови задачи по темата „Делимост на числата“ за начинаещи състезатели по информатика 21

ДЪРЖАВНИТЕ ЗРЕЛОСТНИ ИЗПИТИ

*** – Матурата по математика, 19 май 2011 г. 33

*** – Писмен държавен изпит по математика за НПМГ „Акад. Любомир Чакалов“ 39

КОНКУРСНИТЕ ИЗПИТИ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА ПРЕЗ 2011 г.

*** – За Софийския университет „Св. Климент Охридски“

– Писмен конкурсен изпит по математика, 10 април 2011 г. 44

– Писмен конкурсен изпит по математика, 11 юли 2011 г. 50

*** – За Пловдивския университет „Паисий Хилендарски“

– Конкурсен изпит по математика, 4 юни 2011 г. 54

– Конкурсен изпит по математика, 15 юли 2011 г. 56

– Предварителен кандидатстудентски изпит по информатика, 1 юни 2011 г. 58

– Кандидатстудентски изпит по информатика, 13 юли 2011 г. 61

ОЛИМПИАДИ. СЪСТЕЗАНИЯ

Е. Келеведжиев, С. Капралов – 23. международна олимпиада по информатика 64

Е. Келеведжиев, К. Манев, М. Манев, А. Шиков – 19. балканиада по информатика и 5. младежка балканиада по информатика 67

И. Кортезов, С. Дойчев, И. Шаркова – 15. младежка балканиада по математика 69

Н. Николов, П. Бойваленков, Е. Колев – 52. международна олимпиада по математика 75

ЗАДАЧИ

*** – Задачи по математика 77

*** – Решения на задачите от кн. 3, 2010 г. 78

*** – Решения на задачите от кн. 4, 2010 г. 79

INTERNATIONAL PROJECTS

E. Kovacheva – QED or Re-designing Institutional Policies and Practices to Enhance the Quality of Education through Innovative Use of Digital Technologies – A seminar after UNESCO 3

T. Cheklarova – If my teachers were like these 5

OUT-OF-CLASS WORK

V. Nenkov – A set of centers of described for a quadrangle conic sections 15

FROM OUR EXPERIENCE

P. Hristova – Basic problems under the topic „Divisibility of numbers“ for beginning contestants in informatics 21

STATE GRADUATION EXAMINATIONS

*** – The state graduation examinations in mathematics, May 19, 2011 33

*** – A written state examination to NSMSS „Acad. Lyubomir Chakalov“ 39

ENTRANCE EXAMINATIONS IN MATHEMATICS AND INFORMATICS IN 2011

*** – To Sofia University „St. Kliment Ohridski“

– A written entrance examination in mathematics, April 10, 2011 44

– A written entrance examination in mathematics, July 11, 2011 50

*** – To Plovdiv University „Paisiy Hilendarsky“

– An entrance examination in mathematics, June 4, 2011 54

– An entrance examination in mathematics, July 15, 2011 56

– A preliminary entrance examination in informatics, June 1, 2011 58

– An entrance examination in informatics, July 13, 2011 61

OLYMPIADS. COMPETITIONS

E. Kelevedjiev, S. Kapralov – 23. International Olympiad in Informatics 64

E. Kelevedjiev, K. Manev, M. Manev, A. Shikov – 19. Balcaniad in Informatics and 5. Youth Balcaniad in Informatics 67

I. Kortezov, S. Doychev, I. Sharkova – 15. Youth Balcaniad in Mathematics 69

N. Nikolov, P. Boyvalenkov, E. Kolev – 52. International Olympiad in Mathematics 75

PROBLEMS

*** – Mathematical problems 77

*** – Solutions of the problems from issue 3, 2010 78

*** – Solutions of the problems from issue 4, 2010 79

© Министерство на образованието, младежта и науката, 2011 г.

Излязла от печат на 12. 09. 2011 г. Формат 70/100/16. Годишен абонамент 30 лв.
Адрес на редакцията: София 1113, бул. Цариградско шосе 125, бл. 5, тел. 870-45-41;
тел./факс 870-51-19; e-mail: grpi_math@abv.bg; grpi@dir.bg; http://www.grpi.iit.bas.bg
Печат: Алианс принт ЕООД



United Nations
Educational, Scientific and
Cultural Organization

QED или RE-DESIGNING INSTITUTIONAL POLICIES AND PRACTICES TO ENHANCE THE QUALITY OF EDUCATION THROUGH INNOVATIVE USE OF DIGITAL TECHNOLOGIES



СЕМИНАР ПО ЮНЕСКО

ЕВГЕНИЯ КОВАЧЕВА, София

На 13–16 юни 2011 г. в София се състоя международен ЮНЕСКО семинар на тема *Преосмисляне на институционалните политики и практики за подобряване на качеството на обучение чрез иновативно приложение на дигиталните технологии*, организиран от университетът по библиотекознание и информационни технологии (УНИБИТ), съвместно със сектор „Образование“ на ЮНЕСКО, и под патронажа на Националната комисия на Република България за ЮНЕСКО.

Координатор на проявата е г-жа Мариана Патру – програмен специалист в сектор „Образование“ на Генералната дирекция на ЮНЕСКО в Париж.

В семинара взеха участие водещи чужди и български експерти – политици, университетски преподаватели, учители, изследователи, специалисти по информационни и комуникационни технологии.



Мариана Патру, Евгени Хвилон и Благовест Сендов – Какви са идеите на ЮНЕСКО

Целите на семинара бяха:

- представяне на добри практики, които да се прилагат в националните политики и инициативи в системата на образованието на 21. век;

- идентифициране на иновативни институционални политики, които да определят облика на образователните системи и новата роля на учителите в 21. век;
- предлагане на стратегии за приложение на иновативни педагогически технологии и методики;
- разработване на препоръки за обмен на знания и за стимулиране на сътрудничеството и изграждането на мрежи на регионално и глобално равнище с цел стимулиране на образователната реформа чрез приложение на информационно-комуникационните технологии в съответствие с изискванията на дигиталната ера.

При обсъждане на ролята на учителя по информационни технологии (ИТ), участниците се обединиха около становището, че той трябва:

- да е не само учител по ИТ, но и възпитател;
- да следва концепцията на обучението през 21. век и да се включва в дебатите за образованието на национално ниво;
- да интегрира информационните и комуникационните технологии в различен контекст.

Що се отнася до образованието, то трябва да осигури онова, което свързваме с изискванията на обществото на знание, т.е.:

- достъп до знанието,
- качествено обучение за всички,
- споделяне на знанието,
- развитие на компетенции.



Евгения Сендова и Петър Кендеров – За динамиката в часовете по математика

Едно от решенията на семинара бе да се възроди инициативата *Децата в информационния век*. През септември по време на международната конференция S3T в Бургас (1-3 септември 2011 г., <http://s3t.uni-sofia.bg>) ще се поставят целите и посоката, в която тя ще се развива.

На <http://qed.unibit.bg> може да се намери повече информация за семинара.

АКО МОИТЕ УЧИТЕЛИ БЯХА ТАКИВА

ТОНИ ЧЕХЛАРОВА, София



DISSEMINATING INQUIRY-BASED SCIENCE
AND MATHEMATICS EDUCATION IN EUROPE

*Ако моите учители бяха такива,
цях да обикна математиката.*

Emma Kiselyova, UNESCO Chair in e-Learning,
Universitat Oberta de Catalunya, Spain

На 13-15 юни 2011 г. в София, в рамките на международен **ЮНЕСКО** семинар *Преосмисляне на институционалните политики и практики за подобряване на качеството на обучение чрез иновативно приложение на дигиталните технологии* [1], се проведе **Семинар Fibonacci**. Специфика на семинара е обединяването на

- обучение с лектори – членове на екипа;
- споделяне на опит от учители и университетски преподаватели, които са съпричастни към идеите на проекта и отделяне на първите Фибо(начи)-учители в България;
- усвояване на чуждестранен опит и ориентация за мястото в европейската образователна общност чрез съчетаване с международен семинар.

Откриването на семинара от **акад. Петър Кендеров**, координатор на проект *Fibonacci* [2] за България, бе вдъхновяващо. Той сподели вярата си в увеличаване на броя на учителите и учениците, за които изследователският подход ще се превърне в естествен при решаване на проблеми.



Самопредставянето на участниците бе с цел скъсяване на времето за осъществяване на близки контакти. Всеки разполагаше с минута за представяне, включително и с явно описване на очакванията си от семинара. Преобладаваха очаквания за нови идеи, задачи, решения, приятели, съмишленици. Поканени за участие бяха учители и университетски преподаватели, с конкретни реализации при организиране на изследователски процес с ученици или студенти. Имаше гости от Република Македония, проявили интерес и желание за включване в дейностите по проекта.

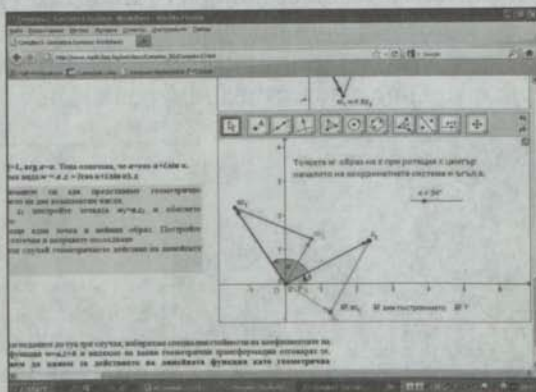


Екипът показва нови идеи и разработки за организиране на изследователски процес в обучението по математика:

- **Евгения Сендова, Тони Чехларова** – *Динамично паркетиране*,



- **Десислава Димкова, Георги Димков** – *Динамика с комплексни числа*,



- **Албена Василева** – *Да се насочим към векторите*,



• **Павел Бойчев** – *Ембрионален подход към изследователския подход в часовете по математика,*



Учителите **Катя Чалъкова** и **Надка Шейнкова** и експертът **Йорданка Еленкова** споделиха преживяното при организиране и реализиране на обучение с различни групи учители и ученици.



Учениците са тези, които ни впечатляват силно с оригиналност, страст, смелост. Ученици на **Стелиана Атанасова** от 119. СОУ в София показаха пътя, който са изминали при търсене на едно геометрично място от точки, и продължението му. Радостта от творчеството се излъчваше към аудиторията, както и благодарността от дадената им възможност за споделяне на преживяното. Потвърди се очакването ни, че включването на учениците в решаване на по-сложни задачи, изискващи продължителна работа, е ефективно, води до интензивен напредък в усвояване на изследователския подход, както и на конкретни средства за постигане на целта. В случая допълнителен ефект е навлизането в дълбочина в софтуера *GeoGebra*, осъзнаване на някои негови ограничения и др.



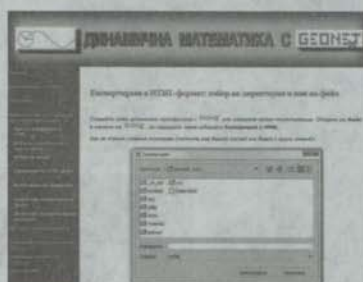
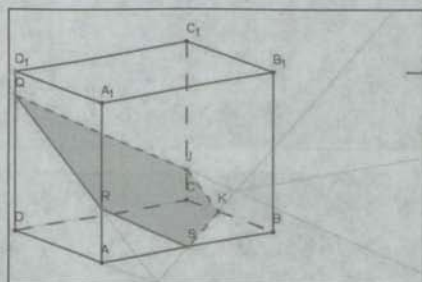
Паузите могат да бъдат приятни и полезни. Домакините в лицето на Ректора на УниБИТ проф. Стоян Денчев осигуриха условия за това.



В духа на Фибоначи

Още добри практики на Фибо-учители бяха представени пред международна аудитория на следващия ден, в Inter Expo-Center. Даниела Петрова показва възможности за използване на 3D версия на *GeoGebra* при изучаване на Стереометрия, които е разработила съвместно с един от учениците си. Тодорка Терзиева и Стефка Анева демонстрираха някои възможности за оформяне на цикли с използване на команди за редици и организиране на изследователски процес чрез тях. Ангел Гушев представи свои разработки и проекти на учениците си, качени на сайта на Природоматематическата гимназия във Велико Търново. Постави акцент върху сечения на многостени с равнина, реализирани в двумерна версия на *GeoGebra*. Стелиана Атанасова показва изследвания чрез задачи за геометрични

места на точки. Тя подчерта мотивиращата им роля и осмислянето от учениците на възможностите за решаване на много по-сложни задачи от предвидените в училищния курс по математика чрез специализирания софтуер. **Анелия Ревалска** представи експериментиран вариант за откриване на свойства, свързани с успоредно проектиране. **Нели Христовозова** от Стара Загора представи проекти на учениците си от 5. и 6. клас, разработени с приложения на *Elica* за ротационни тела. **Мария Браухле** показва една изследователска задача за моделиране. Тя представи и разработено от нея Ръководство за създаване на учебни материали и по-специално чрез HTML формат, както и сайта [3].



Присъствието на Фибоначи-дейци бе осезаемо и на 15 юни чрез докладите на **П. Баптист** и **Стелиана Кокинова**.



„В доклада си до главния координатор на проекта описах колко силно впечатление ми направиха дейностите и качеството на работа на българските учители. Споменах също и отличното представяне на учителите по време на международния семинар.“ – сподели **П. Баптист**. Заслугата за извеждането на семинар *Fibonacci* в международен план е на **П. Кендеров, Е. Сендова**, и на организаторите от УниБИТ и ФМИ **проф. Румен Николов, проф. Стоян Денчев** и др. Учителите имаха възможност от една страна да видят, а от друга – да се представят пред международна аудитория, по нов начин да осмислят, че точно чрез тях идеите за внедряване на изследователския подход могат широко да стигнат до учениците.

Пред международна аудитория бяха връчени и награди – **Евгения Сендова** и **Стелиана Атанасова** получиха *Златното перо* от Синдиката на българските учители.



Е. Сендова и С. Атанасова получават *Златното перо* от Синдиката на българските учители



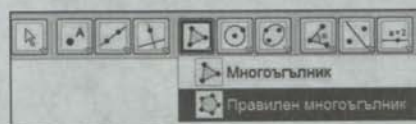
Накрая ще представим една от последните разработки, в която благодатната тема за паркетирание на равнината може да се оживи в контекста на динамичен софтуер [4].

ПАРКЕТИРАНЕ – НАЧАЛОТО

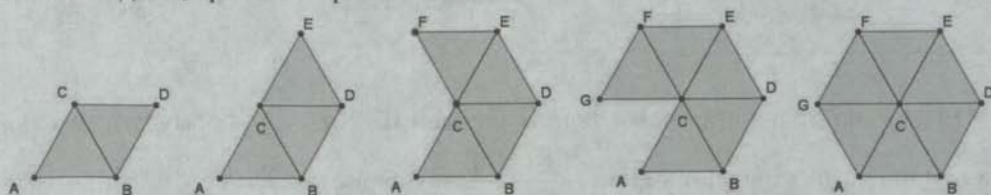
Паркетиранието е част от ежедневието ни – паркетни, тапети, текстилен дизайн и др. В часовете по изобразително изкуство се използват правилни многоъгълници и еднаквости за художествено проектиране на основата на модулни конструкции и мрежи. Предварително учениците могат сами да достигнат до някои хипотези и изводи.

Кой правилен многоъгълник може да паркетира равнината?

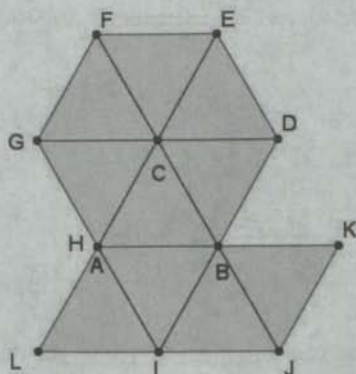
В *GeoGebra* използваме бутон за построяване на правилен многоъгълник.



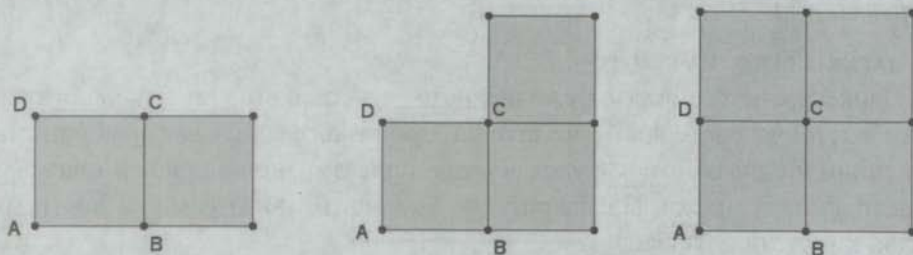
Започваме изследването с правилен триъгълник. След построяване на равностранния $\triangle ABC$ продължаваме да работим с бутона за правилен многоъгълник, като използваме последователно отсечките CD , CE , CF , CG за страна на всеки следващ правилен триъгълник.



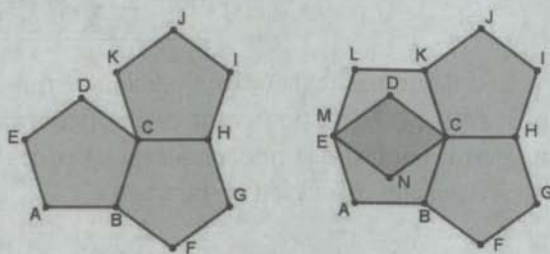
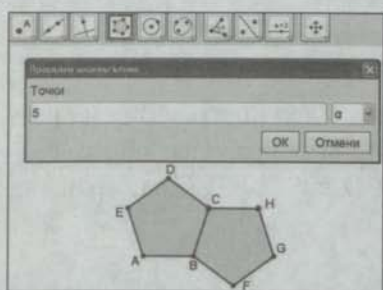
Забелязваме, че шестият триъгълник се допира до първия. Ъглите на равностранния триъгълник са равни на 60° и от $6 \cdot 60^\circ = 360^\circ$ следва верността на получения експериментално горе резултат. Всеки от върховете на който да е от построените триъгълници може да бъде връх на шест равностранни триъгълника, разположени по описания начин. Следователно с правилен триъгълник може да се паркетира равнината.



Аналогично проверяваме дали правилният четириъгълник, т.е. квадратът, паркетира равнината:

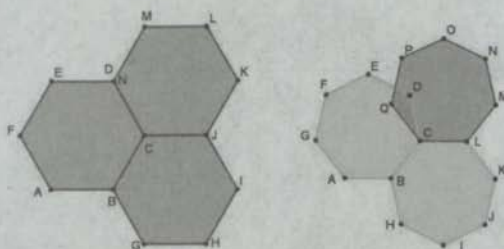


- От $4 \cdot 90^\circ = 360^\circ$ следва верността на получения експериментално резултат. При изследване с петогълник забелязваме, че третият петогълник не допира първия, а четвъртият петогълник го пресича.



Ъгълът на правилния петогълник е равен на 108° (по формулата за ъгъл на правилен многоъгълник $\alpha = \frac{180(n-2)}{n}$) и е вярно, че $3 \cdot 108^\circ < 360^\circ$ и $4 \cdot 108^\circ > 360^\circ$. Следователно правилният петогълник не паркетира равнината.

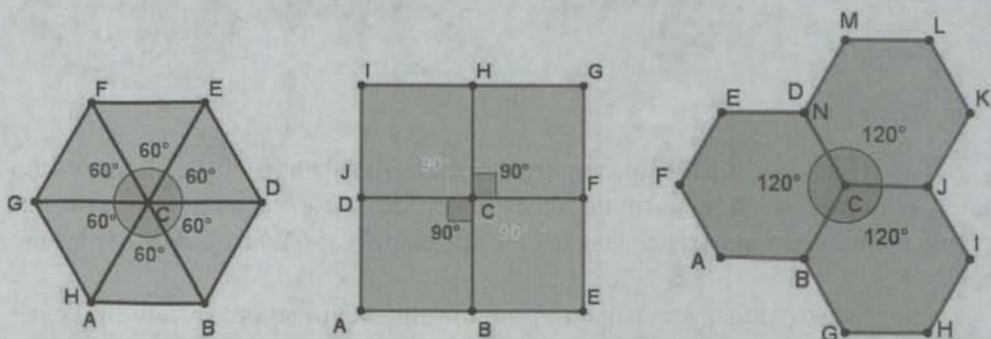
За правилния шестоъгълник получаваме, че може да паркетира равнината. Но за правилния седмоъгълник експериментът показва, че не само не може да паркетира равнината, но третият седмоъгълник има сечение с първия. И като се има предвид, че ъглите на всеки от следващите правилни многоъгълници са по-големи от ъгъла на правилния седмоъгълник, можем да направим извод, че и следващите правилни многоъгълници няма да могат да паркетират равнината.



При изследвания е подходящо резултатите да се попълват в таблица и по данните в нея да се търсят закономерности и правят изводи.

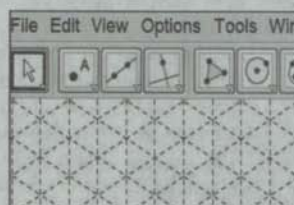
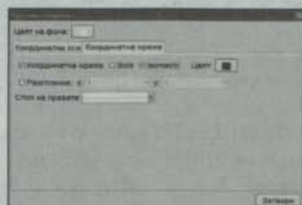
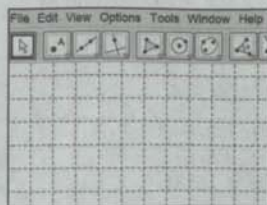
многоъгълник	равностранен триъгълник	квадрат	правилен петъгълник	правилен шестоъгълник	правилен седмоъгълник	Правилен осмоъгълник
брой страни n	3	4	5	6	7	8
ъгъл α	60	90	108	120	128,57	135
$360 : \alpha$	6	4	3,(3)	3	2,8	2,(6)
дробна част на частното	0	0		0		

Три правилни многоъгълника (триъгълник, четириъгълник и шестоъгълник) могат да паркетират равнината:



Като се има предвид, че в точка се „събират“ съответно шест правилни триъгълника, четири квадрата, три правилни шестоъгълника, в математиката за тях се използват два вида означения: 3^6 , 4^4 и 6^3 , или наредените двойки $(3; 6)$, $(4; 4)$, $(6; 3)$.

В *GeoGebra* може да се използват квадратна и триъгълна мрежа.

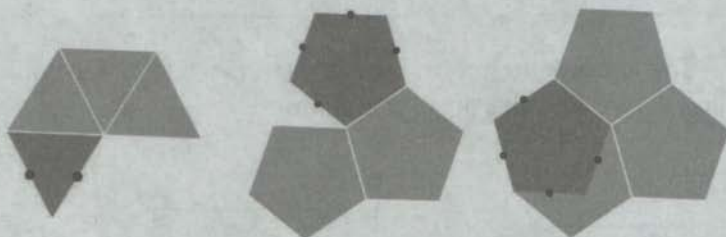
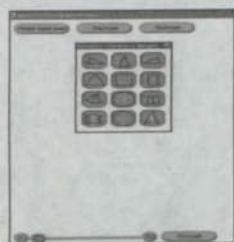


Да забележим, че шест триъгълника от триъгълната мрежа с общ връх образуват правилен шестоъгълник, т.е. триъгълната мрежа може да се използва и като шестоъгълна, с пренебрегване на някои отсечки.

В [4] е предоставен файл с бутони – правилни многоъгълници, с което се улеснява изследването.



Може да се използва и програма *Оригами* от пакет *Dalest* на *Elica* [5]. Удобство в случая е, че долепянето на „плочките“ се реализира в една точка.



Вариант за паркетирание чрез програми на Лого има в [6], [7], [8]. Много по-рано учениците могат да натрупат опит с опериране с материални модели. Не е трудно и организиране на изследване и с предварително подготвени виртуални „плочки“.

Изследването на паркетирание с различни правилни многоъгълници е следващото предизвикателство, за което вече учениците са подготвени.

ЛИТЕРАТУРА

1. <http://qed.unibit.bg/>
2. **Кендеров, П.** Иновации в математическото образование: европейските проекти *InnoMathEd* и *Fibonacci*. Математика и математическо образование, Сборник доклади на 39. пролетна конференция на СМБ, 2010.
3. <http://fibomath.swu.bg/content/guide.php>
4. <http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm>
5. <http://www.elica.net/site/index.html>
6. **Сендов, Б.** и др., Информатика 10. клас на ЕСПУ (учебно помагало), Нар. просвета, С., 1990.
7. **Сендова, Е.** Тапети без пари и метър, но с пара...метри. – Математика, бр. 9, 1986, с. 35–43.
8. **Сендова, Е.** Някои тапети са всъщност паркетни. – Математика, бр. 10, 1986, с. 26–31.