СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ

СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"

29 ноември 2003 г.

Тема за 6 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка задача има 5 отговора, само един от които е верен. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. За посочен верен отговор се присъжда по 1 точка. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес www.math.bas.bg

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. На колко е равна разликата между най-голямото цяло отрицателно двуцифрено число и най-малкото цяло отрицателно едноцифрено число?

А) -2; **Б)** -1; **В)** -9; **Г)** -98; **Д)** -99.

2. На колко квадратни единици е равно лицето на защрихования триъгълник на чертежа?

А) 11; **Б)** 14; **В)** 15; **Г)** 22; **Д)** 3.

3. Стойността на израза $2\frac{3}{23}.11,7+11,3.2\frac{3}{23}$ е:

А) 49; **Б)** $\frac{648}{23}$; **В)** 46; **Г)** $\frac{2301}{23}$; **Д)** 6.

4. Намерете неизвестното число x от равенството:

$$\frac{(5+15.0,04).\frac{5}{7}}{0,9:0,3-x}=2.$$

А) $\frac{13}{14}$; **Б)** $-1,7$; **В)** $2,6$; **Г)** 2; **Д)** 1.

5. След като реших 20% от задачите в теста и още 10 задачи, остана да реша 20% от задачите без 1 задача. Колко са задачите в теста?

А) 30; **Б)** 20; **В)** 25; **Г)** 15; **Д)** 10.

6. Точката C от отсечката AB е такава, че $AC:BC=3:5$. Разстоянието между средите на отсечките AC и BC е равно на 24 см. На колко сантиметра е равна по-малката от тези отсечки?

А) 24; **Б)** 12; **В)** 15; **Г)** 18; **Д)** 10.

7. За колко минути 10 работника ще свършат работата, която с двама работника по-малко биха свършили за час?

А) 30; **Б)** 40; **В)** 45; **Г)** 50; **Д)** 48.

8. Ако правоъгълно парче плат с ширина 1 м 20 см и дължина 75 см струва 12 лева, колко лева ще струва правоъгълно парче от същия плат, но с ширина 90 см и дължина 1 м 50 см?

А) 18; **Б)** 8; **В)** 16; **Г)** 12; **Д)** 10.

9. Ако 10 % от x е равно на 50, колко е 20 % от число, което е с 30 % по-голямо от x?

А) 100; **Б)** 130; **В)** 150; **Г)** 170; **Д)** 220.

10. За всяка вярно решена задача от тест с 30 задачи се прибавят 8 точки, а за всяка невярна или нерешена се отнемат 2 точки. Вени събрала 0 точки на теста. Колко задачи тя е решила вярно?

А) 6; **Б)** 10; **В)** 4; **Г)** 8; **Д)** 0.

11. Ако числото $\overline{bc1}$ се дели на 3, числото $\overline{1bc}$ се дели на 4, а числото $\overline{c1b}$ се дели на 5, то c е равно на:

А) 2; **Б)** 3; **В)** 5; **Г)** 9; **Д)** 6.

12. Страните на правоъгълен триъгълник се отнасят както $3:4:5$, а периметърът му е 60 сантиметра. Колко квадратни сантиметра е лицето на този триъгълник?

А) 7500; **Б)** 500; **В)** 250; **Г)** 300; **Д)** 150.

13. Ако търговец продаде на едро 6 чифта чорапи за 14 лв., той ще получи два пъти по-голяма печалба, отколкото ако продаде един чифт чорапи за 3 лв. На каква цена търговецът купува един чифт чорапи?

А) 1 лв; **Б)** 2 лв; **В)** 1 лв 50 ст; **Г)** 2 лв 20 ст; **Д)** 2 лв 25 ст.

14. По колко различни начина могат да се изберат няколко от числата 1, 2, 3, 4, 5 и 6, така че сумата на избраните числа да е равна на 10?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

15. Иван, Теодор, Самуил и Димитър организирали Коледен базар. Иван работил през цялото време, Теодор - през половината време, Самуил – през $\frac{1}{3}$, а Димитър – през $\frac{1}{4}$ от времето. Колко процента от общата печалба трябва да вземе Иван?

А) 50; **Б)** 48; **В)** 52; **Г)** 36; **Д)** 25.

16. Какъв остатък дава число при деление на 60, ако при делението на това число с 6 се получава остатък 4, при деление с 10 - остатък 8 и при деление с 12 - остатък 10?

А) 4; **Б)** 8; **В)** 12; **Г)** 20; **Д)** 58.

17. Върху страната CD на успоредника $ABCD$ е избрана точка M така, че $DM : CM = 2 : 1$. Ако $S_{ABM} = 24$ кв. см, на колко квадратни сантиметра е равно лицето на $\triangle ADM$?

А) 24; **Б)** 18; **В)** 12; **Г)** 16; **Д)** не може да се определи.

18. Колко са четирицифрените числа, които се делят на 5 и са записани с различни цифри?

А) 1800; **Б)** 1440; **В)** 2002; **Г)** 1008; **Д)** 952.

19. 25 % от записаните за една екскурзия са момичета. В последния момент едно момиче се отказало и на негово място заминал брат му. Така броят на момичетата се оказал равен на 20% от броя на екскурзиантите. Колко човека са отишли на екскурзия?

А) 40; **Б)** 20; **В)** 10; **Г)** 25; **Д)** 60.

20. Петър има 5 диска, а Иван има 7 диска. По колко начина могат да си разменят по два диска?

А) 35; **Б)** 70; **В)** 420; **Г)** 210; **Д)** 840.

21. За рождения си ден госпожица Рог направила огромна торта. Тортата и Дребосъчето тежали толкова, колкото Карлсон и госпожица Рог заедно. След като тортата е била изядена от тримата, Карлсон тежал колкото госпожица Рог и Дребосъчето. Парчето торта, изядено от Карлсон, е тежало колкото:

А) госпожица Рог преди рождения ден; **Б)** половината от теглото на госпожица Рог преди рождения ден; **В)** Дребосъчето след рождения ден; **Г)** Карлсон преди рождения ден; **Д)** Дребосъчето преди рождения ден.

22. Том Сойер разполага с бяла, зелена и червена боя. По колко начина той може да боядиса седемте дъски от оградата на леля си така, че всяка дъска да е боядисана в един от тези цветове и никои две съседни дъски да не са едноцветни?

А) 21; **Б)** 343; **В)** 128; **Г)** 192; **Д)** 2187.

23. На едно тържество присъствали 30 деца. Колко от тях са момичета, ако е известно, че всяко момче танцувало с точно 3 момичета, а всяко момиче танцувало с точно 2 момчета?

А) 12; **Б)** 18; **В)** 24; **Г)** 9; **Д)** 15.

24. Две трети от оставащия на Алиса път до входа на Градината, са точно толкова, колкото е изминатия път, а 100 метра по-нататък, $\frac{2}{3}$ от изминатия път ще бъдат равни на оставащия. На колко метра се намира Алиса от Градината?

А) 150; **Б)** 200; **В)** 280; **Г)** 300; **Д)** 500.

25. Показаната мишена се оценява за 26 точки. Ако попадение в центъра носи с 4 точки повече, отколкото попадение в периферията, колко точки носи попадение в затъмнената част?
(Най-много точки носи попадение в центъра, а най-малко – в периферията).

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 6.

26. Рицарят Ланселот си спомня на средата на пътя към замъка Камелот, че е забравил своя щит. Ако продължи пътя си, ще пристигне три дни преди турнира, а ако се върне да вземе щита и веднага тръгне обратно, ще закъснее с един ден за турнира. Колко дни остават до турнира?

А) 2; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 5; **Д)** 10.

27. От град A до град B има 4 директни пътя. От град A до град C има 5 директни пътя. Ако от A до C може да се стигне по 33 различни маршрута, някои от които минават през B, колко са директните пътища между B и C?

А) 13; **Б)** 9; **В)** 24; **Г)** 7; **Д)** 33.

28. В записа на колко трицифрени числа поне веднъж се среща всяка от цифрите 1 и 3?

А) 52; **Б)** 46; **В)** 58; **Г)** 29; **Д)** 100.

29. От три различни ненулеви цифри a, b и c са образувани всички двуцифрени числа, в които цифрата на единиците е по-малка от цифрата на десетиците. Ако сборът на тези числа е 115, то произведението $a.b.c$ е равно на:

А) 12; **Б)** 15; **В)** 6; **Г)** 10; **Д)** 24.

30. Даден е трапец с лице 156 кв. см, чиито основи и височина се измерват с цяло число сантиметри. Ако $\frac{2}{5}$ от малката основа са равни на $\frac{2}{7}$ от голямата основа, а височината е по-голяма от малката и по-малка от голямата основа, на колко сантиметра е равна височината?

А) 13; **Б)** 6; **В)** 26; **Г)** 12; **Д)** не може да се определи.

Математически турнир "Иван Салабашев"

29 ноември 2003 г.

Решения на задачите от темата за 6 клас

1. Отговор: (Б). $(-10) - (-9) = -1$.

2. Отговор: (А). Използваме, че диагонал на четириъгълник дели лицето му на две равни части и получаваме, че лицата на трите незащриховани триъгълника са $\frac{15}{2}$, $\frac{5}{2}$ и 4. Следователно лицето на защрихованвия триъгълник е равно на $25 - \left(\frac{15}{2} + \frac{5}{2} + 4\right) = 25 - 14 = 11$.

3. Отговор: (А). Пресмятаме $2\frac{3}{23}.11,7 + 11,3.2\frac{3}{23} = 2\frac{3}{23}.(11,7 + 11,3) = \frac{49}{23}.23 = 49$.

4. Отговор: (Д). Тъй като $(5+15.0,04).\frac{5}{7} = 5,6.\frac{5}{7} = 4$ и $0,9 : 0,3 = 3$, получаваме $\frac{4}{3-x} = 2$, откъдето $x = 1$.

5. Отговор: (Г). От условието следва, че 60% от задачите в теста са 9 задачи, т.е. задачите са 15.

6. Отговор: (Г). Цялата отсечка е с дължина $2.24 = 48$ см. Тогава от $AC = 3k$ и $CB = 5k$ получаваме $8k = 48$, или $k = 6$, откъдето $AC = 18$.

7. Отговор: (Д). Тъй като 8 работника свършват работата за 60 минути, то 1 работник ще свърши работата 8 пъти по-бавно, т.е. за $8.60 = 480$ минути. Следователно 10 работника ще свършат работата 10 пъти по-бързо, т.е. за $\frac{480}{10} = 48$ минути.

8. Отговор: (А). Тъй като $\frac{1,2.0,75}{0,9.1,5} = \frac{2}{3}$, то отношението на първата към втората цена трябва да е $2 : 3$. Следователно цената на второто парче е 18 лв.

9. Отговор: (Б). От условието следва, че $x = 500$. Числото, което е с 30% по-голямо от x е 650 и 20% от него е равно на 130.

10. Отговор: (А). За да се получат 0 точки, то на всяка решена задача съответстват 4 невярни или нерешени. Следователно решените задачи са $\frac{1}{5}$ от всички задачи, т.е. 6.

11. Отговор: (Д). От условието $\overline{c1b}$ се дели на 5 следва, че $b = 0$ или $b = 5$. Първото е невъзможно тъй като $\overline{bc1}$ не може да започва с 0 и следователно $b = 5$. От условието $\overline{15c}$ се дели на 4 следва, че $c = 2$ или $c = 6$, а от условието $\overline{5c1}$ се дели на 3 следва, че c се дели на 3.Следователно $c = 6$

12. Отговор: (Д). От равенството $3x + 4x + 5x = 60$ определяме $x = 5$ и $a = 15$, $b = 20$, $c = 25$. Хипотенузата е страната с най-голяма дължина c, следователно лицето на триъгълника е $\frac{1}{2}a.b = 150$.

13. Отговор: (Б). От условието следва, че 3 чифта чорапи, продадени за 7 лева, носят същата печалба както 1 чифт за 3 лева. Следователно $7 - 3 = 4$ е точно цената, на която търговецът купува два чифта чорапи, т.е. той купува 1 чифт за 2 лева.

14.Отговор: (Г). Начините са 5: $10 = 6 + 4 = 6 + 3 + 1 = 5 + 4 + 1 = 5 + 3 + 2 = 4 + 3 + 2 + 1$.

15.Отговор: (Б). Отношението на парите, които те получават, е равно на отношението на времената, през които те са работили. Следователно парите на Иван:парите на Теодор:парите на Самуил:парите на Димитър $= 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = 12 : 6 : 4 : 3$. Това означава, че Иван трябва да получи 12 от 25 части, т.е. 48 от 100 части или 48%.

16.Отговор: (Д). Ако прибавим 2 към числото, то ще се дели на 6, 10 и 12. Следователно числото плюс две се дели на $\text{НОК}(6, 10, 12) = 60$, откъдето следва, че остатъкът при деление с 60 е $60 - 2 = 58$.

17. Отговор: (Г). Тъй като $S_{ABM} = \frac{AB.h}{2} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$, то $S_{ABCD} = 48$. От $DM : CM = 2 : 1$ следва $S_{ADM} : S_{BCM} = 2 : 1$ и понеже $S_{ADM} + S_{BCM} = 24$, то $S_{ADM} = 16$.

18. Отговор: (Д). Четирицифрените числа, записани с различни цифри и цифра на единиците 5 са 8.8.7= 448. Четирицифрените числа, записани с различни цифри и цифра на единиците 0 са 9.8.7= 504. Общо числата са 448+504=952 на брой.

19. Отговор: (Б). Тъй като броят на екскурзиантите след отказването не се променя, то 1 момиче отговаря на 5% от всички участници. Следователно екскурзиантите са 20.

20. Отговор: (Г). Петър може да избере два от своите дискове по $\dfrac{5.4}{2} = 10$ начина. Иван може да избере два от своите дискове по $\dfrac{7.6}{2} = 21$ начина. Следователно размяната може да стане по $10.21 = 210$ начина.

21. Отговор: (А). След рождения ден,

гладен Карлсон + неговото парче = гладни г-ца Рог и Дребосъче + останалата част от тортата.

Следователно,

гладен Карлсон + 2. неговото парче = гладни г-ца Рог и Дребосъче + цялата торта.

Тъй като в началото

цялата торта + гладното Дребосъче = гладни Карлсон и г-ца Рог,

получаваме, че

гладен Карлсон + 2 . неговото парче = гладен Карлсон и две гладни г-ци Рог.

Оттук лесно следва, че изяденото от Карлсон парче тежи колкото госпожица Рог преди рожденния ден.

22.Отговор: (Г). За първата дъска има 3 възможности, а цветът на всяка следваща се избира измежду двата цвята, различни от цвета на предната дъска. Следователно различните боядисвания са $3.2^6 = 192$.

23. Отговор: (Б). Ако момичетата са x, то момчетата са $30 - x$. Тогава броят на танците, броен от момчетата е $3(30 - x)$, а броят на танците, броен от момичетата е $2x$. Следователно $2x = 90 - 3x$ или $x = 18$.

24. Отговор: (Г). Първо Алиса е изминала 2 от трите оставащи части, или 2 от петте части на целия път. Аналогично, след 100 м тя ще е изминала $\dfrac{3}{5}$ от пътя. Следователно 100 метра са $\dfrac{1}{5}$ от пътя; той е 500 м, а на Алиса и остават 300 м.

25. Отговор: (В). Нека попадение в затъмнената част носи y точки. Ако попадение в периферията носи x точки, попадение в центъра ще носи $x + 4$ точки. Тогава $x + 3.y + 2.(x + 4) = 26$, откъдето $x + y = 6$. Тъй като $x < y$, възможни са два случая. Ако $x = 1$ и $y = 5$, то $x + 4 = 5$ и условието не е изпълнено тъй като попадение в центъра и в затъмнената част ще носи един и същ брой точки. Остава $x = 2$ и $y = 4$ и тогава когато $x + 4 = 6 \neq 4$.

26. Отговор: (Г). Разликата в пристигането на Ланселот при двата варианта е 4 дни и се дължи на това, че при втория вариант той ще измине две половини от пътя повече. Следователно половината път той изминава за 2 дни и турнирът е след 2+3=5 дни.

27. Отговор: (Г). Ако директните пътища между B и C са x, от A до C през B водят $4.x$ маршрута. От друга страна, това са маршрутите от A до C без петте директни пътя, т.е. $33 - 5 = 28$. Получихме $4.x = 28$ и $x = 7$.

28.Отговор: (А). Числата с точно една цифра 1 и точно една цифра 3 са съответно: от вида $13x$, $31x$, $1x3$ и $3x1$ – по 8, от вида $x13$ и $x31$ – по 7. Числата с повече от една 1 или 3 са $113, 131, 311$ и $331, 313, 133$, общо 6. Броят на всички числа е 4.8+2.7+6=52.

29. Отговор: (А). С цифрите $a > b > c$ могат да се запишат три числа с даденото свойство: $\overline{ab}, \overline{ac}$ и $\overline{bc}$. Сборът им е равен на $20.a + 11.b + 2.c = 115$. Ако $c \geq 2$, то $b \geq 3$ и $a \geq 4$. Следователно $20.a + 11.b + 2.c \geq 4.20 + 3.11 + 2.2 = 117$, което е невъзможно. Следователно $c = 1$ и тогава $20.a + 11.b = 113$. Тъй като $20.a$ се дели на 10, цифрата на единиците на $11.b$ е 3, т.е. $b = 3$. Оттук $a = 4$ и $a.b.c = 12$.

30. Отговор: (А). Тъй като $\dfrac{2}{5}$ от малката основа са равни на $\dfrac{2}{7}$ от голямата основа, то голямата основа е $7k$, а малката е равна на $5k$. Тогава лицето е $\dfrac{12kh}{2} = 6kh = 156$, откъдето $kh = 26$. За h възможностите са $h = 1, 2, 13, 26$. Единствено $h = 13$ (тогава $k = 2$ и малката основа е 10, а голямата 14) удовлетворява условието.

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.