СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"

4 декември 2004 г.

Тема за 6 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачи от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъжда по 1 точка. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 3 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес www.math.bas.bg

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Съберете десетте най-големи двуцифрени отрицателни числа и от получения сбор извадете най-малкото трицифрено отрицателно число. Колко се получава?

А) -45; **Б)** -1144; **В)** 854; **Г)** 864.

2. Записани са всички обикновени дроби, чиито числител и знаменател са две различни числа измежду 1, 2, 3 и 4. На колко е равен техният сбор?

А) $16\frac{5}{6}$; **Б)** $20\frac{5}{6}$; **В)** $16\frac{1}{3}$; **Г)** 1.

3. На колко е равно произведението

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2003}\right)?$$

А) 2004; **Б)** 1002; **В)** $\frac{2003}{2}$; **Г)** 2003.

4. Този месец Ирина яде по 180 грама пюре на ден, което е с 20% повече, отколкото предишния месец. С колко грама пюре се е увеличила нейната дневна порция?

А) 30; **Б)** 32; **В)** 36; **Г)** 40.

5. Два ромба имат равни лица. Височината на първия се отнася към височината на втория както 6:5. Ако страната на първия ромб е 30 сантиметра, на колко сантиметра е равна страната на втория ромб?

А) 24; **Б)** 25; **В)** 27; **Г)** 36.

6. Приготвената боя ще стигне на Том за 40 часа боядисване, а ако в работата се включи и Беки, боята ще свърши за 24 часа. Ако Беки боядисва сама, за колко часа ще ѝ стигне боята?

А) 16; **Б)** 48; **В)** 54; **Г)** 60.

7. Коя е 3113-та цифра след десетичната запетая на безкрайна периодична десетична дроб, равна на обикновената дроб $\frac{31}{13}$?

А) 1; **Б)** 3; **В)** 4; **Г)** 6.

8. Един господин пийнал повече и на излизане от бара се движел по странен начин:

крачка напред, завъртане наляво, крачка напред, завъртане наляво, крачка напред, завъртане надясно, крачка напред, завъртане надясно, крачка напред

и отново повтарял същата последователност. Като използвате скицата на района, определете в коя от посочените точки най-напред ще се озове господинът?

А) до колата си; **Б)** отново в бара;
В) в локвата; **Г)** до уличната лампа.

9. По колко начина на шахматно оцветена дъска 3×3 могат да се поставят две еднакви фигури така, че те да са на полета от един и същ цвят и да не са нито в един и същ ред, нито в един и същ стълб?

А) 8; **Б)** 10; **В)** 12; **Г)** 14.

10. Тридесет и осем математици си избират десерт и всеки си поръчва или палачинка, или сладолед, или и двете. При това, 40% от поръчалите палачинка яли и сладолед, а 40% от поръчалите сладолед не яли палачинка. Колко от математиците са поръчали и палачинка, и сладолед?

А) 16; **Б)** 20; **В)** 12; **Г)** 8.

11. Ако съберете числото 2001 със сбора от цифрите на числото 2001 (който е равен на 3), ще получите 2004. Има още едно число със същото свойство: ако към него се прибави сбора от неговите цифри, се получава 2004. Кое е то?

12. При отплаването на кораб всички пътници излезли на трите палуби. На първа палуба се намират 30% от пътниците, а на втора палуба са 40% от останалите пътници. На палубата, на която съм аз, сме общо 784 човека. Колко са пътниците на кораба?

13. Върху една от страните на триъгълник са отбелязани две точки, които ѝ разделят на три равни отсечки, а върху друга страна на триъгълника е отбелязана нейната среда.
Точките са свързани, както е показано на чертежа. Ако лицето на дадения триъгълник е 32 кв. см, на колко квадратни сантиметра е равно лицето на оцветената част от триъгълника?

14. Всяка от клетките на показаната пчелна пита е оцветена в някакъв цвят. *Съседки* се наричат две клетки, които имат обща страна. Колко най-малко цветове са използвани, ако е известно, че всяка клетка няма еднакво оцветени съседки?

15. Числата

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 6, \quad 7, \quad 8, \quad 9$$

са записани на девет топки, всяка от които е или синя, или червена, или жълта. Средното аритметично на числата върху жълтите топки е 3, на числата върху сините топки е 7, а на числата върху червените топки е 8. Колко са жълтите топки?

Математически турнир "Иван Салабашев"

4 декември 2004 г.

Решения на задачите от темата за 6 клас

1.Отговор: В. Сборът е $-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19=-145$, а разликата е $-145-(-999)=854$.

2. Отговор: А. Пресмятаме сбора: $\frac{2}{1}+\frac{3}{1}+\frac{4}{1}+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{4}{2}+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}+\frac{4}{3}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=9+\frac{8}{2}+\frac{7}{3}+\frac{6}{4}=13+2\frac{1}{3}+1\frac{1}{2}=16\frac{5}{6}$.

3. Отговор: Б. Произведението е $\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdots\frac{2003}{2002}\cdot\frac{2004}{2003}=\frac{2004}{2}=1002$.

4. Отговор: А. Ако x грама пюре е изяждала Ирина предишния месец, от условието имаме уравнението $180=120\%x$. Оттук $x=150$ и увеличението е 30 грама.

5. Отговор: Г. Ако означим височините с h_1 и h_2, от условието имаме $\frac{h_1}{h_2}=\frac{6}{5}$. Тъй като лицата на ромбовете са равни, то страните им се отнасят както $\frac{a_1}{a_2}=\frac{5}{6}$. Следователно $a_2=36$.

6. Отговор: Г. За един час Том използва $\frac{1}{40}$ от боята, а Том и Беки заедно използват $\frac{1}{24}$ от боята. Следователно Беки използва $\frac{1}{24}-\frac{1}{40}=\frac{1}{60}$ от боята за 1 час, т.е. тя ще ѝ стигне за 60 часа.

7. Отговор: А. Имаме $\frac{31}{13}=2,(384615)$, периодът се състои от 6 цифри. Тъй като $3113:6=518$ (ост. 5), търсената цифра е петата в периода, т.е. 1.

8.Отговор: В. Пътят на господина е показан на чережа.

9. Отговор: Б. Когато фигурите са върху черни полета, те са или върху централното поле и едно от ъгловите полета (4 възможности), или върху две диагонално разположени ъглови полета (2 възможности).
Когато фигурите са върху белите полета, възможностите са: $(A2,B1),(A2,B3),(C2,B1),(C2,B3)$.
Общо възможните разположения са 10.

10. Отговор: В. Ако x математика са поръчали палачинки, а y математика са поръчали сладолед, то броят на поръчалите и сладолед, и палачинка, е $40\%x = 60\%y$. Оттук намираме, че $x = 1,5y$. Тогава общият брой на математиците е $x + y - 60\%y = 38$ и като заместим с $x = 1,5y$, получваме $y = 20$. Тогава поръчалите и палачинка, и сладолед, са $60\%y = 12$.

11. Отговор: 1983. Търсеното число е по-малко от 2004 и следователно сборът от цифрите му е най-много $1 + 3.9 = 28$. Тогава числото е по-голямо или равно на $2004 - 28 = 1972$. Нека го запишем във вида $\overline{19xy}$, където $x \geq 7$. От условието имаме $\overline{19xy} + 1 + 9 + x + y = 2004$, откъдето $11.x + 2.y = 94$. Оттук следва, че x е четна цифра и тъй като $x \geq 7$, то $x = 8$. Намираме $y = 3$ и търсеното число е 1983.

12. Отговор: 2800. На първа палуба са $\dfrac{3}{10}$ от пътниците, т.е. техният брой е кратен на 3. На втора палуба са $\dfrac{40}{100}.\dfrac{70}{100} = \dfrac{7}{25}$ от пътниците, т.е. техният брой е кратен на 7. На трета палуба са оставащите $1 - \left(\dfrac{3}{10} + \dfrac{7}{25}\right) = \dfrac{21}{50}$ от пътниците, т.е. техният брой е кратен на 21. Тъй като 784 не се дели на 3, но се дели на 7, то това е броят на пътниците на втора палуба. Тогава на кораба има $784 : \dfrac{7}{25} = 2800$ пътници.

13. Отговор: 16. При означенията на чертежа, ако лицето на $\triangle CPQ$ е S, то тъй като PQ е медиана в $\triangle CNQ$, то лицето на $\triangle PNQ$ е също S. По нататък, NQ е медиана в $\triangle CNR$ и следователно лицето на $\triangle RNQ$ е $2S$.
В $\triangle MRC$ отсечката RN дели страната MC в отношение $MN : NC = 1 : 2$ и следователно лицето на триъгълника MNR се отнася към лицето на триъгълника NCR (равно на $4S$), както $1 : 2$. Оттук лицето на $\triangle MNR$ е равно на $2S$.
Лицето на триъгълника е $6S = 32$, откъдето $3S = 16$.

14. Отговор: 7. Тъй като всяка клетка има 6 съседки, цветовете са не по-малко от 6. Тъй като всеки две съседки имат обща съседка, то всеки две съседки са оцветени различно (в обратен случай условието ще бъде нарушено за тяхната обща съседка). Следователно цветовете са поне 7. На рисунката е показано такова оцветяване.

15. Отговор: 5. Жълтите топки са най-много 5, тъй като средното аритметично на най-малките шест от записаните числа е $(1+2+3+4+5+6):6=3,5$.
Червените топки са най-много 3, тъй като $9+8+7+6=30<4.8$. Ако те са 3, на тях трябва да са числата 7, 8 и 9 и е невъзможно средното аритметично на числата върху сините топки да е 7 (остават по-малки от 7 числа).
Да допуснем, че има само една червена топка (на която е записано числото 8). Тъй като жълтите топки са най-много 5, сините топки са поне три. Ако жълтите топки са 5, на тях са числата 1, 2, 3, 4 и 5, а останалите три числа, 6, 7 и 9, нямат средно аритметично 7. Ако сините топки са 4, то сборът от числата върху тях е 28, но $9+7+6+5=27<28$. При по-голям брой сини топки средното им аритметично би се намалило още.
Следователно червените топки са две и на тях могат да бъдат само числата 7 и 9. Най-големите останали две числа, 6 и 8, имат средно аритметично 7. Всяко прибавяне на някое от останалите числа към сините би намалило средното аритметично, следователно сините топки са точно тези две. Така получихме, че жълтите топки са 5 и на тях са записани петте най-малки от дадените числа.

Задачите от тази тема са предложени от Невена Събева.