

**СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ**  
**СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА**

**Математически турнир "Иван Салабашев"**

3 декември 2005 г.

Тема за 7 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачи от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 5 се присъжда по 1 точка. За верен отговор на всяка от задачите от 6 до 10 се присъждат по 2 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 3 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес [www.math.bas.bg](http://www.math.bas.bg).

Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Кое от посочените числа е решение на уравнението  $\frac{x}{3} + \frac{x+1}{4} = \frac{x+2}{5}$ ?

А) 9; Б)  $\frac{9}{23}$ ; В)  $\frac{9}{21}$ ; Г)  $\frac{11}{23}$ .

2. Решенията на уравнението

$$|x| + |4x| + |-17x| + |2(x-2) + 4| = 24$$

са:

А) 1 и -1; Б) 0; В)  $\frac{1}{2}$  и  $-\frac{1}{2}$ ; Г) няма решение.

3. Кое е най-голямото цяло число, което не е решение на неравенството

$$(5x-3)^2 - 2x(6x-11) + 13 > 13x(x-5)?$$

А) 1; Б) -2; В) -1; Г) 0.

4. Броят на трицифрените числа, чиято сума от цифрите се дели на 9, е:

А) 99; Б) 100; В) 101; Г) 110.

5. По колко начина могат да седнат на скамейка 3 момчета и 3 момичета така, че да се редуват момче, момиче, момче, момиче, момче, момиче.

А) 6; Б) 36; В) 24; Г) 20.

6. Ъглите на триъгълник се отнасят така, както 1 : 2 : 7. Тогава най-големият ъгъл е:

А) 144°; Б) 135°; В) 126°; Г) 162°.

7. Последната цифра на  $3^{2005}$  е:

А) 1; Б) 3; В) 7; Г) 9.

8. По колко начина числото 420 се представя като произведение на три естествени числа, по-големи от 1, всеки две от които са взаимнопрости (редът на множителите няма значение)?

А) 13; Б) 8; В) 4; Г) 6.

9. Върху отсечката  $AB$  са разположени точки  $C$  и  $D$  така, че отсечката  $AB$  е 6 пъти по-дълга от  $AC$  и пет пъти по-дълга от  $BD$ . Ако дължината на  $CD$  е 95 cm, да се намери дължината на  $AB$ .

А) 144 cm; Б) 180 cm; В) 150 cm; Г) 160 cm.

10. Едната страна на правоъгълник е увеличена с 10%, а другата с 20%. С колко процента се е увеличило лицето на правоъгълника?

А) 50%; Б) 36%; В) 32%; Г) 30%.

11. Две бригади произвели заедно 72 детайла за един час. За следващия час първата произвела с 15% повече детайли, а втората с 25% повече детайли, като по този начин през втория час били произведени 86 детайла. Колко детайла е произвела първата бригада за първия час?

**12.** Да се намери сумата на най-малкия и най-големия корен на уравнението

$$\left(\frac{x+1}{5} - \frac{1}{9}\right) \left(\frac{x+2}{4} - \frac{3}{7}\right) \left(\frac{x+3}{3} - \frac{5}{6}\right) = 0.$$

**13.** Да се намери сумата на естествените числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ , ако е известно, че те са по-малки от 10 и удовлетворяват равенството

$$\frac{x}{3} - \frac{1}{y} + \frac{z}{7} = \frac{109}{105}.$$

**14.** Басейн има формата на правоъгълен паралелепипед, като дъното му има размери 4,5 m и 6 m, а дълбочината му е 1,2 m. Дъното трябва да се облицова с квадратни плочки със страна 30 cm и единична цена 1,95 лв., а стените – с квадратни плочки със страна 20 cm и единична цена 1,30 лв. Колко лева струват всички необходими за облицоването плочки?

**15.** Зърнен склад с формата на правоъгълен паралелепипед има дължина 24 m, ширина 15 m и височина 6 m. Складът е 40% запълнен с пшеница. Ако 1 куб. м. от пшеницата тежи 750 кг., колко тона е общото тегло на пшеницата в склада?

# Математически турнир "Иван Салабашев"

3 декември 2005 г.

## Решения на задачите от темата за 7. клас

**1. Отговор: Б.** Уравнението е еквивалентно последователно на  $20x + 15(x+1) = 12(x+2) \iff 35x + 15 = 12x + 24 \iff x = \frac{9}{23}$ .

**2. Отговор: А.** Уравнението е еквивалентно на  $|x| + 4|x| + 17|x| + 2|x| = 24 \iff |x| = 1$ , откъдето  $x = \pm 1$ .

**3. Отговор: В.** Неравенството е еквивалентно на  $25x^2 - 30x + 9 - 12x^2 + 22x + 13 > 13x^2 - 65x \iff 57x + 22 > 0 \iff x > -\frac{22}{57}$  и следователно търсеното число е  $-1$ .

**4. Отговор: Б.** Това са трицифрените числа, които се делят на 9, т.е.  $108 = 9 \cdot 12, 117 = 9 \cdot 13, \dots, 999 = 9 \cdot 111$ . Преброяването им чрез броене на частните  $12, 13, \dots, 111$  дава отговора 100.

**5. Отговор: Б.** За първото момче имаме 3 възможности, после за първото момиче също 3 възможности, след това за второто момче имаме 2 възможности и т.н., общо  $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 36$  начина.

**6. Отговор: В.** Ако най-малкият ъгъл е  $x$ , то  $x + 2x + 7x = 180^\circ$ , откъдето  $x = 18^\circ$ . Тогава най-големият ъгъл е  $7x = 126^\circ$ .

**7. Отговор: Б.** Последните цифри на  $3^1, 3^2, 3^3$  и  $3^4$  са съответно 3, 9, 7 и 1, след което започва повторение с период 4. Тъй като  $2005 = 4 \cdot 501 + 1$ , търсената цифра е същата, както на  $3^1$ .

**8. Отговор: Г.** Тъй като  $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ , разглежданите представяния се определят от групирането на два от четирите взаимнопрости множителя. Следователно търсеният брой е равен на броя на начините, по които можем да изберем два елемента от множество с четири елемента, т.е. на  $\binom{4}{2} = 6$ .

**9. Отговор: В.** Ако  $AB = x$ , то  $AC = \frac{x}{6}$  и  $BD = \frac{x}{5}$ . Тогава  $CD = x - \frac{x}{6} - \frac{x}{5} = 95$ , откъдето намираме  $x = 150$ .

**10. Отговор: В.** Ако страните на оригиналния правоъгълник са  $a$  и  $b$ , то старото лице е  $S = ab$ , а увеличеното е  $S = 1,1a \cdot 1,2b = 1,32ab = 1,32S$ .

**11. Отговор: 40.** Ако търсеният брой е  $x$ , то първата бригада е произвела  $1,15x$  детайла през

втория час, а втората бригада е произвела съответно  $72 - x$  и  $1,25(72 - x)$  детайла през първия и втория час. Тогава  $1,15x + 1,25(72 - x) = 86$ , откъдето намираме  $x = 40$ .

**12. Отговор:**  $-\frac{11}{14}$ . Корените на уравнението са  $-\frac{1}{2} < -\frac{4}{9} < -\frac{2}{7}$  и търсената сума е  $-\frac{1}{2} - \frac{2}{7} = -\frac{11}{14}$ .

**13. Отговор: 11.** Тъй като  $\frac{7xy - 21 + 3zy}{21y} = \frac{109}{105}$ , имаме  $21y = 105k$ , където  $k$  е естествено число. Оттук следва, че  $y$  се дели на 5 и от условието  $1 \leq y \leq 9$  получаваме  $y = 5$ . Тогава  $k = 1$  и  $7x + 3z = 26$ , откъдето  $1 \leq x \leq 3$ . Директна проверка показва, че  $x = 2$ ,  $z = 4$  и следователно търсената сума е  $x + y + z = 2 + 5 + 4 = 11$ .

**14. Отговор: 1404.** Лицето на дъното е  $4,5 \cdot 6 = 27$ , а лицето на една плочка за дъно е  $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$ . Следователно за дъното са необходими  $\frac{27}{0,09} = 300$  плочки с обща цена  $300 \cdot 1,95 = 585$  лв. Аналогично се вижда, че общото лице на стените е  $1,2 \cdot 21 = 25,2$  и за облицоването му са необходими  $\frac{25,2}{0,04} = 630$  плочки с обща цена  $630 \cdot 1,3 = 819$  лв. Следователно всички плочки общо струват 1404 лв.

**15. Отговор: 648.** Обемът на склада е  $24 \cdot 15 \cdot 6 = 2160$  куб. м. Следователно пшеницата в него има обем  $0,4 \cdot 2160 = 864$  куб. м, а общото ѝ тегло е  $864 \cdot 750 = 648000$  кг, т.е. 648 т.