

СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"

30 ноември 2002 г.

Тема за 6 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка задача има 5 отговора, само един от които е верен. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. За посочен верен отговор се присъжда по 1 точка. Не се разрешава ползването на калкулатори. Журито Ви пожелава приятна работа.

1. Колко е $2\frac{1}{2}$ на трета степен?

(A) $4\frac{1}{4}$; (B) $6\frac{1}{6}$; (C) $8\frac{1}{8}$; (D) $15\frac{5}{8}$; (E) $8\frac{3}{8}$.

2. Стойността на израза $3\frac{3}{11} \cdot 21,7 - 16,2 \cdot 3\frac{3}{11}$ е:

(A) 18; (B) $\frac{648}{11}$; (C) 0; (D) 5,5; (E) 180.

3. Колко е 1 разделено на $\frac{1}{2}$ плюс 2 разделено на $\frac{1}{3}$ плюс 3 разделено на $\frac{1}{4}$?

(A) 9; (B) $\frac{23}{12}$; (C) 60; (D) 11; (E) 20.

4. Намерете неизвестното число x от равенството:
 $(3 - 22,0, 05) \cdot \frac{1}{19} = 0,05$.

(A) 1,95; (B) 0,15; (C) -3; (D) 4,95; (E) 175,5.

5. Числото $\overline{a1a2a3a4}$ се дели на 3. Сборът от възможните стойности на цифрата a е:

(A) 15; (B) 12; (C) 7; (D) 8; (E) 18.

6. Страните на правоъгълник се отнасят както 2 : 3, а дължината му е с 5 сантиметра по-голяма от широчината. Колко сантиметра е периметърът му?

(A) 50; (B) 40; (C) 30; (D) 10; (E) 25.

7. Ако 1 метър и 25 сантиметра плат струват 15 лева, колко лева струват 5 метра и 25 сантиметра от същия плат?

(A) 63; (B) 75; (C) 50; (D) 60; (E) 53.

8. Ако 5 мишки изяждат буца сирене за 6 часа, за колко часа три мишки ще изядат същата буца?

(A) 3,6; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) 11.

9. Ако $a = |-7, 2-6, 2|$ и $b = -7, 2+6, 2$, намерете разликата $a - b$.

(A) 12,4; (B) 2; (C) 0; (D) 26,8; (E) 14,4.

10. В тинята, пясъка и водата на една река се намират съответно $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{6}$ от височината на стълб, а 3 метра от него се виждат над водата. Колко метра е висок стълбът?

(A) 13; (B) 10; (C) 6; (D) 12; (E) 4.

11. Колко килограма тежи златно кюлче с 42 % съдържание на злато, ако златото в него се равнява на златото в кюлче с тегло 14 кг и с 30 % съдържание на злато?

(A) 8; (B) 9; (C) 10; (D) 11; (E) 12.

12. Половината от стадо крави отишли на изток, половината от останалите крави - на запад и 5 крави останали. Колко са били кравите в стадото?

(A) 20; (B) 24; (C) 28; (D) 16; (E) 32.

13. Страните на правоъгълен триъгълник се отнасят както 3 : 4 : 5, а периметърът му е 60 сантиметра. Колко квадратни сантиметра е лицето на този триъгълник?

(A) 7500; (B) 500; (C) 250; (D) 300; (E) 150.

14. Мин, Цин и Дзин посяли съответно по $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{9}$ тона ориз. Ако Мин е пожънал 700 тона ориз повече от Дзин, колко тона е общият добив на тримата?

(A) 2100; (B) 1400; (C) 1000; (D) 1700; (E) не може да се определи.

15. Иван изминава 8 километра на ден, а Петър по 2 километра на ден. Двамата тръгнаха заедно от A към B , разстоянието между които е 100 километра. След като стигнал до B , Иван тръгна обратно. На колко километра от B той ще срещне Петър?

- (A) 40; (B) 60; (C) 20; (D) 80; (E) 10.
16. Всяка от четири тръби напълва басейн съответно за $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ и $\frac{1}{6}$ част от деня. За каква част от деня четирите тръби заедно ще напълнят басейна?
(A) $\frac{1}{17}$; (B) $\frac{1}{10}$; (C) $\frac{2}{33}$; (D) $\frac{1}{19}$; (E) $\frac{2}{27}$.
17. Три вълка за час и половина изяждат две агнета. За колко часа един вълк ще изяде едно агне?
(A) 2, 25; (B) 2, 20; (C) 2; (D) 2, 3; (E) 2, 15.
18. Сборът на $k > 1$ последователни естествени числа е 14. Тогава k е равно на:
(A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5; (E) 6.
19. Две трети от оставащия на Алиса път до входа на Градината, са точно толкова, колкото е изминатия път, а 100 метра по-нататък, $\frac{2}{3}$ от изминатия път ще бъдат равни на оставащия. На колко метра се намира Алиса от Градината?
(A) 150; (B) 200; (C) 280; (D) 300; (E) 500.
20. Двама велосипедисти едновременно тръгнаха един срещу друг по път, дълъг 40 километра. Единият се движел с 23 километра в час, а другият със 17 километра в час. По време на движението между тях с 20 километра в час летяла муха. Колко километра е изминала мухата до срещата им?
(A) 10; (B) 80; (C) 40; (D) 20; (E) 60.
21. Аз имам 3 лева повече от теб. Ако прибавя 7 лева към 60% от моите пари, ще имам толкова, колкото имаш ти. Колко пари имам аз?
(A) 30; (B) 18; (C) 25; (D) 15; (E) 10.
22. Колко са правилните несъкратими дроби със знаменател 30?
(A) 1; (B) 5; (C) 8; (D) 10; (E) 15.
23. Седем братя уловили общо 30 диви патици, като уловът на всеки двама бил различен. Най-големият брат донесъл най-много патици и дал половината от тях на най-малкия брат, който пък имал най-слаб улов. Колко патици е отнесъл най-малкият брат в къщи?
(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) 5.
24. Хитър Петър и Настрадаин Ходжа делят торба с жълтици. Настрадаин Ходжа пожелал да вземе третината и още 10 жълтици, а Хитър Петър държал да получи половината и още две жълтици. След подялбата останала една жълтица. Колко жълтици имало в торбата?
(A) 72; (B) 111; (C) 78; (D) 66; (E) 84.
25. Мими и Лили наричат едно число *интересно*, ако сборът от цифрите му е 25. Мими записала най-малкото интересно число, а Лили - най-малкото интересно число, всеки две цифри на което са различни. Намерете разликата на техните числа.
(A) 500; (B) 800; (C) 990; (D) 1000; (E) 2002.
26. От град A до град B има 4 директни пътя. От град A до град C има 5 директни пътя. Ако от A до C може да се стигне по 33 различни маршрута, някои от които минават през B , колко са директните пътища между B и C ?
(A) 13; (B) 9; (C) 24; (D) 7; (E) 33.
27. От три различни ненулеви цифри a , b и c са образувани всички двуцифрени числа, в които цифрата на единиците е по-малка от цифрата на десетиците. Ако сборът на тези числа е 115, то произведението $a.b.c$ е равно на:
(A) 12; (B) 15; (C) 6; (D) 10; (E) 24.
28. На контролни по математика и английски език 14 от учениците в един клас получили петици и шестици. Известно е, че 4 имат 6 по математика, 7 имат 6 по английски език, а 6 получили 5 и по двата предмета. Колко са получили 6 и по двата предмета?
(A) 2; (B) 3; (C) 4; (D) 5; (E) 6.
29. Колко са четирицифрените числа, които се делят на 5 и са записани с различни цифри?
(A) 1800; (B) 1440; (C) 2002; (D) 1008; (E) 952.
30. Книгите в библиотеката на Гандалф са подредени магически. На най-високия рафт има 7 книги, на този под него - 17 книги, на следващия 27 книги и т.н., на всеки следващ рафт книгите са с десет повече от предишния. На най-долния рафт има 777 книги. Колко книги има в библиотеката?
(A) 77777; (B) 40576; (C) 2002; (D) 1000; (E) 30576.

Математически турнир "Иван Салабашев"

30 ноември 2002 г.

Решения на задачите от темата за 6 клас

1. **Отговор: (D).** $\left(2\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{125}{8} = 15\frac{5}{8}$.

2. **Отговор: (A).** $3\frac{3}{11} \cdot 21,7 - 16,2 \cdot 3\frac{3}{11} = \frac{36}{11} \cdot (21,7 - 16,2) = \frac{36}{11} \cdot 5,5 = 18$.

3. **Отговор: (E).** $1 : \frac{1}{2} + 2 : \frac{1}{3} + 3 : \frac{1}{4} = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 20$.

4. **Отговор: (A).** Пресмятаме $(3 - 22,0,05) \cdot \frac{1}{19} = (3 - 1,1) \cdot \frac{1}{19} = 1,9 \cdot \frac{1}{19} = 0,1$ и $9 : 180 = 0,05$.
Тогава от уравнението $0,05 + x = 0,1 : 0,05$ получаваме $x = 2 - 0,05$, т.е. $x = 1,95$.

5. **Отговор: (A).** От условието $3/4a + 10$ получаваме $3/a + 1$ и възможностите за цифрата a са 2, 5 и 8.

6. **Отговор: (A).** За страните a и b на правоъгълника имаме $a = 2k, b = 3k$ и $3k - 2k = 5$, откъдето $k = 5$ и $a = 10, b = 15$, т.е. $P = 50$.

7. **Отговор: (A).** В 1 метър 25 сантиметра има 5 по 25 сантиметра, което означава, че 25 сантиметра струват 3 лева. Понеже в 5 метра и 25 сантиметра има 21 пъти по 25 сантиметра, то отговорът е $21 \cdot 3 = 63$ лева.

8. **Отговор: (D).** Времето за изяждане x и броят на мишките са обратнопропорционални величини, т.е. $\frac{5}{3} = \frac{x}{6}$, откъдето $x = 10$.

9. **Отговор: (E).** От $a = 13,4, b = -1$ намираме и $a - b = 14,4$.

10. **Отговор: (D).** Тъй като $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$, то над водата е $\frac{1}{4}$ от стълба. Следователно дължината му е $4 \cdot 3 = 12$ метра.

11. **Отговор: (C).** Златото е $30\% \cdot 14 = 4,2$ кг. От $42\%x = 4,2$ получаваме $x = 10$ кг.

12. **Отговор: (A).** От условието следва, че $1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$ част от стадото е равно на 5. Следователно кравите са 20.

13. **Отговор: (E).** От равенството $3x + 4x + 5x = 60$ определяме $x = 5$ и $a = 15, b = 20, c = 25$. Хипотенузата е страната с най-голяма дължина, следователно лицето на триъгълника е $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b = 150$.

14. **Отговор: (D).** Преобразуваме отношението $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9} = 9 : 6 : 2$ и от равенството $9x - 2x = 700$ намираме $x = 100$. Общият добив е $(9 + 6 + 2) \cdot 100 = 1700$.

15. **Отговор: (B).** До срещата си двамата общо ще изминат два пъти разстоянието от A до B , т.е. 200 км. Тогава срещата е след $200 : (2 + 8) = 20$ часа и тя ще се състои на $100 - 20 \cdot 2 = 60$ км от B .

16. **Отговор: (A).** За един ден четирите тръби ще напълнят $2 + 4 + 5 + 6 = 17$ басейна. Следователно един басейн ще се напълни за $\frac{1}{17}$ от деня.

17. **Отговор: (A).** Три вълка за три часа ще изядат четири агнета. Следователно един вълк ще изяде четири агнета за девет часа, а едно агне ще му отнеме $\frac{9}{4}$ часа, т.е. 2,25 часа.

18. **Отговор: (C).** $2 + 3 + 4 + 5 = 14$.

19. **Отговор: (D).** Първо Алиса е изминала 2 от трите оставащи части, или 2 от петте части на целия път. Аналогично, след 100 м тя ще е изминала $\frac{3}{5}$ от пътя. Следователно 100 метра са $\frac{1}{5}$ от пътя; той е 500 м, а на Алиса и остават 300 м.

20. **Отговор: (D).** Двамата са се срещнали за $40 : (23 + 17) = 1$ час, за което време мухата е изминала 20 км.

- 21. Отговор: (С).** Ако към 60% от моите пари прибавя 7 лева и още 3 лева, ще получа моите пари. Следователно 40% от моите пари са 10 лева и парите ми са 25 лева.
- 22. Отговор: (С).** Възможните числителители са взаимно простите с 30 числа, по-малки от 30. Те са 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.
- 23. Отговор: (Е).** Сбор 30 се получава по два начина: $1+2+3+4+5+6+9$ и $1+2+3+4+5+7+8$. Тъй като броят на патиците на най-големия брат е четен, валиден е вторият начин. Най-малкият брат ще има $1+8:2=5$ патици.
- 24. Отговор: (С).** Тъй като $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$, то $\frac{1}{6}$ от жълтиците са $10+2+1=13$; отгук намираме техния брой: $6 \cdot 13 = 78$.
- 25. Отговор: (С).** Числото на Мими е 799, а на Лили - 1789. Разликата е 990.
- 26. Отговор: (D).** Ако директните пътища между B и C са x , от A до C през B водят $4 \cdot x$ маршрута. От друга страна, това са маршрутите от A до C без петте директни пътя, т.е. $33 - 5 = 28$. Получихме $4 \cdot x = 28$ и $x = 7$.
- 27. Отговор: (А).** С цифрите $a > b > c$ има три числа с даденото свойство: \overline{ab} , \overline{ac} и \overline{bc} . Сборът им е равен на $20 \cdot a + 11 \cdot b + 2 \cdot c = 115$. Ако $c \geq 2$, то $b \geq 3$ и $a \geq 4$. Следователно $20 \cdot a + 11 \cdot b + 2 \cdot c \geq 4 \cdot 20 + 3 \cdot 11 + 2 \cdot 2 = 117$, което е невъзможно. Следователно $c = 1$ и тогава $20 \cdot a + 11 \cdot b = 113$. Тъй като $20 \cdot a$ се дели на 10, цифрата на единиците на $11 \cdot b$ е 3, т.е. $b = 3$. Отгук $a = 4$ и $a \cdot b \cdot c = 12$.
- 28. Отговор: (В).** Шестици са получили $14 - 6 = 8$ ученика. И по двата предмета шестици имат $(4 + 7) - 8 = 3$ от тях.
- 29. Отговор: (Е).** Четирицифрените числа, записани с различни цифри и цифра на единиците 5 са $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$. Четирицифрените числа, записани с различни цифри и цифра на единиците 0 са $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$. Общо числата са $448 + 504 = 952$ на брой.
- 30. Отговор: (Е).** Рафтовете са $(777 - 7) : 10 + 1 = 78$. Книгите са $39 \cdot 784 = 30576$.

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.