

**СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ**  
**СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА**

---

**Математически турнир "Иван Салабашев"**

**30 ноември 2002 г.**

**Тема за 7 клас**

**(време за работа 120 минути)**

След всяка задача има 5 отговора, само един от които е верен. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. За посочен верен отговор се присъжда по 1 точка. Не се разрешава ползването на калкулатори. Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Колко е  $-2\frac{1}{2}$  на трета степен?

(A)  $-4\frac{1}{4}$ ; (B)  $-8\frac{1}{8}$ ; (C)  $8\frac{1}{8}$ ; (D)  $-15\frac{5}{8}$ ; (E)  $15\frac{5}{8}$ .

2. Стойността на израза  $\frac{(-4^2)^3 \cdot (-27)^2}{(2.6^2)^3}$  е:

(A) -6; (B) -8; (C) -1; (D) 8; (E) 6.

3. Определете степента на многочлена  $((x+1)^2 - (x-2)(x+2))^3$ .

(A) 3; (B) 6; (C) 8; (D) 2; (E) изразът не зависи от  $x$ .

4. Коефициентът пред  $x^2$  в нормалния вид на многочлена  $(3x+2)^3 - (2x+1)^2$  е:

(A) 2; (B) 16; (C) 22; (D) 10; (E) 50.

5. Решението на уравнението  $(-0,5+1,5-2,5+3,5-\dots-10,5+11,5)x = -17$  е:

(A) 0,34; (B)  $-\frac{17}{11}$ ; (C)  $-\frac{17}{6}$ ; (D) -0,17;

(E) няма решение.

6. Най-малкото цяло решение на неравенството  $\frac{1}{2}(x-3) - \frac{1}{3}(x-2) \leq \frac{1}{4}(x-1)$  е:

(A) -13; (B) -29; (C) -8; (D) -7; (E) -6.

7. Стойността на израза  $\frac{55^2 + 2.55.45 + 45^2}{55^2 - 45^2}$  е:

(A) 0,1; (B) 100; (C) 10; (D) 1; (E) 0,2.

8. В остроъгълен триъгълник ъгълът между височините през върховете  $A$  и  $B$  е  $140^\circ$ . Колко градуса е ъгълът между ъглополовящите на ъгъл  $A$  и ъгъл  $B$ ?

(A) 90; (B) 100; (C) 110; (D) 120; (E) 120.

9. От квадрат със страна 8 е изрязан кръг с възможно най-голям радиус. Лицето на останалите изрезки е:

(A)  $16(\pi - 1)$ ; (B)  $16(\pi + 1)$ ; (C)  $16(4 - \pi)$ ; (D)  $8(8 - \pi)$ ; (E)  $16 - 4\pi$ .

10. За 20 лева могат да се купят 5 метра и 20 сантиметра плат. Колко плат може да се купи за 15 лева?

(A) 4 м и 10 см; (B) 3 м и 80 см; (C) 3 м и 70 см; (D) 3 м и 60 см; (E) 3 м и 90 см.

11. След колко дни човек, получаващ за ден и половина 15 лева и харчещ за 1 ден по 20 % от дневната си заплата, ще има 200 лева?

(A) 10; (B) 15; (C) 20; (D) 25; (E) 30.

12. Слон с ширина 2 м, височина 6 м и дължина 7 м изяжда 14 тон храна. Колко тона храна изяжда слон с ширина 3 м, височина 9 м и дължина 10 м?

(A) 41; (B) 42; (C) 43; (D) 44; (E) 45.

13. След като пътешественик, изминаващ 8 мили за 5 без  $\frac{1}{2}$  часа, пътувал 3 без  $\frac{1}{4}$  часа, след него по същия път тръгнал вестonosец, който изминава по 3 мили за час. След колко часа той ще настигне пътешественика?

(A) 3; (B) 4; (C)  $3\frac{1}{4}$ ; (D)  $3\frac{1}{2}$ ; (E)  $3\frac{2}{3}$ .

14. Децата на един крал са родени в пет последователни години. Сборът от годините на двете принцеси е равен на сборът от годините на тримата принцове. Разликата между годините на най-малката принцеса и най-големия принц е:

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4; (E) не може да се определи.

15. Ако решавам по 3 задачи на ден ще си напиша домашното в неделя. Ако решавам по 5 задачи на ден ще го напиша в петък. Кой ден сме днес?

(A) вторник; (B) сряда; (C) четвъртък; (D) понеделник; (E) събота.

16. Десет мъже пренасят товар на разстояние 3 км за общо 120 лв. След първия километър

двама си тръгнали, а след втория километър се отказали още трима. По колко трябва да се плати на всеки от останалите петима?

(A) 12; (B) 17; (C) 18; (D) 20; (E) 24.

17. Всяка от четири тръби напълва басейн съответно за  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{5}$  и  $\frac{1}{6}$  част от деня. За каква част от деня четирите тръби заедно ще напълнят басейна?

(A)  $\frac{1}{17}$ ; (B)  $\frac{1}{10}$ ; (C)  $\frac{2}{33}$ ; (D)  $\frac{1}{19}$ ; (E)  $\frac{2}{27}$ .

18. Последната цифра на числото  $3^{2002}$  е:

(A) 1; (B) 9; (C) 7; (D) 3; (E) 5.

19. За триъгълник  $ABC$  е известно, че  $\sphericalangle A$  е с 10 % по-голям от  $\sphericalangle B$ , а  $\sphericalangle C$  е с 10 % по-малък от  $\sphericalangle B$ . Големината на  $\sphericalangle A$  в градуси е:

(A) 60; (B) 70; (C) 66; (D) 75; (E) 90.

20. Точките  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на една права, като  $B$  е между  $A$  и  $C$ . Ако  $AC = 24$  сантиметра и  $AB : BC = 1 : 2$ , то разстоянието между средите на  $AB$  и  $AC$  в сантиметри е:

(A) 8; (B) 12; (C) 16; (D) 2; (E) 15.

21. Ако сборът на  $k$  последователни естествени числа е просто число, то:

(A)  $k = 3$ ; (B)  $k = 4$ ; (C)  $k = 2$ ; (D)  $k \geq 3$ ; (E)  $k \geq 4$ .

22. Баба дала на всяко от своите внучета по равен брой плодове - круши и ябълки. Петър получил  $\frac{1}{8}$  от крушите и  $\frac{1}{10}$  от ябълките. Колко са внуците?

(A) 7; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) 11.

23. Иван изминава 8 километра на ден, а Петър по 2 километра на ден. Двамата тръгнали заедно от  $A$  към  $B$ , разстоянието между които е 100 километра. След като стигнал до  $B$ , Иван тръгнал обратно. На колко километра от  $B$  той ще срещне Петър?

(A) 40; (B) 60; (C) 20; (D) 80; (E) 10.

24. Ако Пинокио зарови своята жълтица в Страната на глупците, му обещават че броят на неговите жълтици ще се увеличава с повече от 30 % на ден. Ако те не лъжат, колко жълтици най-малко ще изкопае Пинокио след една седмица?

(A) 3; (B) 7; (C) 11; (D) 15; (E) 17.

25. Всеки от три поредни месеца има по 4 недели. Кой от месеците на годината със сигурност е между тези три?

(A) януари; (B) февруари; (C) март; (D) април; (E) ноември.

26. "Въпреки, че имам 10 цента повече от теб, ще плащаме поравно тази сметка" заявил Том Сайер на Хъкълбери Фин, "и така ти ще останеш с  $\frac{2}{7}$  от парите си, а аз - с  $\frac{1}{3}$  от моите." Колко цента е сметката?

(A) 40; (B) 50; (C) 60; (D) 80; (E) 100.

27. Мравки непрекъснато пренасят житни зърна от една купчина до мравуняка при строг ред: на всеки 3 минути тръгва една мравка със зърно, за 35 минути го отнася, оставя го и се връща при купчината за 25 минути. Мравчо Главчо се включва в работата с час закъснение. Колко мравки ще срещне той по пътя си към мравуняка и обратно?

(A) 19; (B) 20; (C) 21; (D) 38; (E) 40.

28. Колко върха има многоъгълник, ако сборът от вътрешните му ъгли е 1260 градуса?

(A) 6; (B) 7; (C) 8; (D) 9; (E) 10.

29. Крал и свитата му се движат от крепост  $A$  към крепост  $B$  със скорост 5 км/час. Кралят през час изпраща вестonosци към крепостта  $B$ , които се движат с 20 км/час. През колко минути пристигат вестonosците в  $B$ ?

(A) 30; (B) 40; (C) 45; (D) 48; (E) 60.

30. Хитър Петър и Настрадаин Ходжа делят торба с жълтици. Настрадаин Ходжа пожелал да вземе 10 жълтици и третината от останалите, а Хитър Петър държал да получи половината и още две жълтици. След подялбата останала една жълтица. Колко жълтици имало в торбата?

(A) 28; (B) 58; (C) 88; (D) 64; (E) 46.

Математически турнир "Иван Салабашев"

30 ноември 2002 г.

Решения на задачите от темата за 7 клас

1. **Отговор: (D).**  $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3 = -\left(\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8} = -15\frac{5}{8}$ .

2. **Отговор: (D).**  $\frac{(-4^2)^3 \cdot (-27)^2}{(2 \cdot 6^2)^3} = \frac{-2^{12} \cdot 3^6}{2^9 \cdot 3^6} = -2^3 = -8$ .

3. **Отговор: (A).** Многочленът  $((x+1)^2 - (x-2)(x+2))^3 = (2x+5)^3$  е от трета степен.

4. **Отговор: (E).** Коефициентът пред  $x^2$  е  $3 \cdot 3^2 \cdot 2 - 2^2 = 50$ .

5. **Отговор: (C).** Сборът е  $(-0,5 + 1,5) + (-2,5 + 3,5) + \dots + (-10,5 + 11,5) = 6$  и уравнението  $6x = -17$  има решение  $x = -\frac{17}{6}$ .

6. **Отговор: (D).** След привеждане към общ знаменател, получаваме неравенството  $6(x-3) - 4(x-2) \leq 3(x-1) \iff -x \leq 7 \iff x \geq -7$ , чието най-малко цяло решение е  $-7$ .

7. **Отговор: (C).** Използваме формулите за съкратено умножение и съкращаваме:

$$\frac{55^2 + 2 \cdot 55 \cdot 45 + 45^2}{55^2 - 45^2} = \frac{(55 + 45)^2}{(55 + 45)(55 - 45)} = 10.$$

8. **Отговор: (C).** Ъгълът между височините през върховете  $A$  и  $B$  е равен на  $\sphericalangle C$  или  $180^\circ - \sphericalangle C$ . Тъй като триъгълникът е остроъгълен,  $\sphericalangle C = 40^\circ$ . Тогава ъгълът между ъглополовящите на  $\sphericalangle A$  и  $\sphericalangle B$  е равен на  $90^\circ + \frac{\sphericalangle C}{2} = 110^\circ$ .

9. **Отговор: (C).** Радиусът на кръга е 4, лицето му е  $\pi 4^2$  и изрезките са  $64 - 16\pi = 16(4 - \pi)$ .

10. **Отговор: (E).** От  $\frac{20}{15} = \frac{520}{x}$  получаваме  $x = \frac{520 \cdot 15}{20} = 390$  сантиметра.

11. **Отговор: (D).** Дневната заплата е 10 лева и следователно му остават 8 лева на ден. След  $\frac{200}{8} = 25$  дни ще има 200 лева.

12. **Отговор: (E).** На единица обем слона изяжда  $\frac{14}{2 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{1}{6}$  тона. Следователно слон с ширина 3 м, височина 9 м и дължина 10 м изяжда  $\frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 9 \cdot 10 = 45$  тона.

13. **Отговор: (B).** За един час пътешественикът изминава  $8 : 4\frac{1}{2} = \frac{16}{9}$  мили. За 2 и  $\frac{3}{4}$  часа той се е отдалечил на  $\frac{16}{9} \cdot \frac{11}{4} = \frac{44}{9}$  мили. За час вестносецът скъсява дистанцията между двамата с  $3 - \frac{16}{9} = \frac{11}{9}$  мили. Така той ще настигне пътешественика след  $\frac{44}{9} : \frac{11}{9} = 4$  часа.

14. **Отговор: (A).** Възможностите две от пет последователни числа  $a, a+1, a+2, a+3, a+4$  да имат сбор, равен на сбора на останалите три, са:  $(a+2) + (a+4) = a + (a+1) + (a+3)$  и  $(a+3) + (a+4) = a + (a+1) + (a+2)$ . В първия случай  $a = 2$  и принцовете са съответно на 2, 3, 5 години, а принцесите - на 4 и 6. Във втория случай  $a = 4$  и търсените възрасти са 4, 5, 6 за принцовете и 7 и 8 за принцесите. И в двата случая разликата между годините на най-малката принцеса и най-големия принц е 1.

15. **Отговор: (B).** Нека за написването на домашното са необходими  $x$  дни при решаване на 3 задачи на ден. Същият брой задачи ще бъдат решени за  $x - 2$  дни по 5 задачи на ден. От уравнението  $3x = 5(x - 2)$  намираме  $x = 5$ , което означава, че решаването започва в сряда.

16. **Отговор: (B).** За пренасяне на товара на един километър се плащат 40 лв. Всеки от десетимата мъже ще получи от пренасянето на първия километър по  $40 : 10 = 4$  лв. Всеки от осемте мъже ще получи от пренасянето на втория километър по  $40 : 8 = 5$  лв. Всеки от петимата, донесли товара до края, ще получи от пренасянето на третия километър по  $40 : 5 = 8$  лв; общо  $4 + 5 + 8 = 17$  лв.

- 17. Отговор: (А).** За един ден четирите тръби ще изпълнят  $2 + 4 + 5 + 6 = 17$  басейна. Следователно един басейн ще се изпълни за  $\frac{1}{17}$  от деня.
- 18. Отговор: (В).** Последната цифра на  $3^{2002} = 9^{1001} = 9.81^{500} \text{ е } 9$ .
- 19. Отговор: (С).** От  $\sphericalangle A = 110^\circ$  и  $\sphericalangle C = 90^\circ$  намираме  $1,1 \sphericalangle B + \sphericalangle B + 0,9 \sphericalangle B = 180^\circ$  и така  $\sphericalangle B = 60^\circ$ . Тогава  $\sphericalangle A = 1,1.60 = 66^\circ$ .
- 20. Отговор: (А).** Тъй като  $AB = 8$  и  $BC = 16$ , средата на  $AB$  се намира на 4 см от  $A$ , а средата  $AC$  - на 12 см от  $A$ . Разстоянието между тези среди е  $12 - 4 = 8$  см.
- 21. Отговор: (С).** Имаме  $a + 1 + a + 2 + \dots + a + k = \frac{k(2a + k + 1)}{2}$  и при  $k \geq 3$  горното число е винаги съставно. При  $k = 2$  имаме  $5 + 6 = 11$ , което е просто.
- 22. Отговор: (С).** Ако с  $a, b$  и  $x$  означим съответно броят на крушите, ябълките и вноците, от условието следва  $\frac{1}{8}a + \frac{1}{10}b = \frac{1}{x}(a + b)$ . Това равенство е еквивалентно на  $4 + \frac{a}{a + b} = \frac{40}{x}$ . Оттук  $4 < \frac{40}{x} < 5$ , откъдето  $8 < x < 9$ , т.е.  $x = 9$ .
- 23. Отговор: (В).** До срещата си двамата общо ще изминат два пъти разстоянието от  $A$  до  $B$ , т.е. 200 км. Тогава срещата е след  $200 : (2 + 8) = 20$  часа и тя ще се състои на  $100 - 20.2 = 60$  км от  $B$ .
- 24. Отговор: (D).** За първия ден би трябвало да има поне 1,3, т.е. 2 жълтици. За втория най-малко  $1,3 \times 2 = 2,6$ , т.е. 3 жълтици. По същия начин, след третия ден има поне 4; след четвъртия поне 6; след петия поне 8; след шестия поне 11, след седмия поне 15.
- 25. Отговор: (В).** Ако между месеците не се среща февруари, дните на трите поредни месеца са общо поне 91. Но  $91:7=13$  и следователно неделите са 13.
- 26. Отговор: (Е).** Том и Хък плащат поравно, т.е.  $\frac{2}{3}$  от парите на Том са колкото  $\frac{5}{7}$  от парите на Хък. Следователно парите им се отнасят както 15:14 и понеже Том е с 10 цента по-богат, намираме че Том има 150 цента, а Хък 140 цента и отгук сметката е 100 цента.
- 27. Отговор: (D).** Мравчо Главчо среща мравките, тръгнала 1 час преди него и тези, които тръгват 1 час след него (без крайните). За 2 часа тръгват  $120:3=40$  мравки,  $40-2=38$ .
- 28. Отговор: (D).** Сборът от вътрешните ъгли на  $n$ -ъгълник е равен на  $(n - 2)180^\circ$ .
- 29. Отговор: (С).** За един час вестonosец се отдалечава на  $20-5=15$  км от свитата и следователно дистанцията между двама поредни вестonosци е 15 км. Тогава те пристигат през  $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$  часа, т.е. 45 минути.
- 30. Отговор: (В).** Ако жълтиците са общо  $x$ , Настрадаин Ходжа е взел  $10 + \frac{1}{3}(x - 10)$ , а Хитър Петър е взел  $\frac{1}{2}x + 2$ . От уравнението  $10 + \frac{1}{3}(x - 10) + \frac{1}{2}x + 2 + 1 = x$  намираме  $x = 58$ .

Задачите от тази тема са предложени от Емил Колев.