СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ
СЕКЦИЯ "ИВАН САЛАБАШЕВ" - СТАРА ЗАГОРА

Математически турнир "Иван Салабашев"

6 декември 2014 г.

Тема за 8-9 клас

(време за работа 120 минути)

След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2014 г.

Журито Ви пожелава приятна работа.

---

1. Ако $f(3x) = \dfrac{3}{3+x}$ при $x > 0$, то $f(x)$ е равно на :

А) $\dfrac{1}{1+x}$ **Б)** $\dfrac{3}{3+x}$ **В)** $\dfrac{9}{9+x}$ **Г)** $\dfrac{27}{27+x}$

2. Сумата на простите числа с ненулеви цифри и сума на цифрите 4 е равна на:

А) 250 **Б)** 255 **В)** 260 **Г)** 265

3. Решенията на неравенството $|x-1| \geq |2x-1|$ образуват интервал с дължина:

А) $\dfrac{1}{3}$ **Б)** $\dfrac{2}{3}$ **В)** $\dfrac{3}{3}$ **Г)** $\dfrac{4}{3}$

4. През 2013 г. чифт ски са стрували 200 лв, а скиорско яке 100 лв. През 2014 г. цената на чифт ски се увеличила с 5%, а цената на якето с 14%. Общата цена на ските и якето се е увеличила с :

А) 6% **Б)** 8% **В)** 10% **Г)** 12%

5. Нека A е сумата на първите 2015 нечетни естествени числа, а B е сумата на първите 2014 четни естествени числа. Разликата $A-B$ е равна на:

А) 2014 **Б)** 2015 **В)** 2.2014 **Г)** 2.2015

6. Ако $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=0$, то стойността на израза

$$\frac{bc}{a^2}+\frac{ca}{b^2}+\frac{ab}{c^2}$$

е равна на:

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

7. В триъгълник ABC мерките на ъглите при върховете A, B, C се отнасят както $1:3:5$. Ако H е пресечната точка на височините на триъгълника, то $\sphericalangle CBH$ е равен на:

А) 5° **Б)** 10° **В)** 15° **Г)** 20°

8. Нека p и q са различни прости числа, за които

$$\frac{p}{q}=\frac{q-63}{p-63}.$$

Тяхното произведение е равно на:

А) 111 **Б)** 122 **В)** 123 **Г)** 134

9. Броят на целите числа n от 1 до 2014 включително, за които цифрата на десетиците на n^2 е нечетно число е равен на:

А) 400 **Б)** 401 **В)** 402 **Г)** 403

10. Върху страните AC и BC на триъгълник ABC са взети съответно точки M и N. Отсечките AN и BM се пресичат в точка O и лицата на триъгълниците AOM, ABO и BON са съответно $1, 3$ и 6. Лицето на триъгълник ABC е равно на:

А) 36 **Б)** 38 **В)** 40 **Г)** 42

11. Нека $S_k = 1+2+\ldots+k$ и

$$P_n=\frac{S_2}{S_2-1}.\frac{S_3}{S_3-1}\cdot\ldots\cdot\frac{S_n}{S_n-1}$$

за $n = 2, 3, 4, \ldots$. Да се намери най-голямото цяло число, което не надминава P_{2014}.

12. Числото $N = 100101\ldots999$ се получава като се напишат всички трицифрени числа едно след друго. Най-голямото естествено число n, за което 3^n дели N е равно на:

13. Нека $x_1, x_2, \ldots, x_n$ са цели числа, за които:
1) $-1 \leq x_k \leq 2, k = 1, 2, \ldots, n$;
2) $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 14$;
3) $x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_n^2 = 20$
Да се намери сумата на най-малката и най-голямата стойност на израза $x_1^3 + x_2^3 + \ldots + x_n^3$.

14. Разглеждаме редицата $1, 2, 2, 3, 3, 3, \ldots$, в която всяко естественото число n е записано n пъти. Да се намери сумата на числата, записани на 2014 и 2017 място.

15. Нека $n = 3^{20}5^{14}$. Да се намери броят на делителите на n^2, които са по-малки от n и не делят n.