**СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ**
**СЕКЦИЯ „ИВАН САЛАБАШЕВ“– СТАРА ЗАГОРА**

# Математически турнир „Иван Салабашев“

**5 декември 2015 г.**

## Тема за 8–9 клас

**(време за работа 120 минути)**

**След всяка от задачите от 1 до 10 има 4 отговора, само един от които е верен. Отговорът на всяка от задачите от 11 до 15 е число. За верен отговор на всяка от задачите от 1 до 10 се присъждат по 3 точки. За верен отговор на всяка от задачите от 11 до 15 се присъждат по 6 точки. За неверен или непосочен отговор не се присъждат точки. Не се разрешава ползването на калкулатори. Крайното класиране на всички участници в Турнира може да намерите на адрес http://www.math.bas.bg/salabashev/ след 24.12.2015 г.**

**Журито Ви пожелава приятна работа.**

---

**1.** Едната страна на правоъгълник с периметър 60 е два пъти по-дълга от другата страна. Лицето на правоъгълника е равно на:

**А)** 100  **Б)** 150  **В)** 200  **Г)** 250

**2.** Броят на естествените числа между 2000 и 4000, които се делят едновременно на 9 и 12 е равен на:

**А)** 46  **Б)** 56  **В)** 66  **Г)** 76

**3.** Броят на различните решения на уравнението

$$|||x| + 2016| - 2015| = 1$$

е равен на:

**А)** 1  **Б)** 2  **В)** 3  **Г)** 4

**4.** На Новогодишна разпродажба в книжарница книгите се продават с 20% намаление. Петър използвал купон и купил книга на $\frac{3}{4}$ от намалената цена, като платил 9 лв. Колко лева е оригиналната цена на книгата, купена от Петър?

**А)** 10  **Б)** 15  **В)** 20  **Г)** 25

**5.** Нека $a, b, c$ са реални числа, за които $a \neq b$ и е изпълнено равенството

$$a^2(b + c) = b^2(a + c) = 2015.$$

Числото $c^2(a + b)$ е равно на:

**А)** $-2015$  **Б)** 0  **В)** 2000  **Г)** 2015

**6.** Нека $ABC$ е остроъгълен триъгълник с $\sphericalangle BAC = 45^\circ$, $D$ е петата на височината през върха $C$ и $P$ е вътрешна точка за височината $CD$, за която $AP = BC$. Ъгълът между правите $AP$ и $BC$ равен на:

**А)** $30^\circ$  **Б)** $45^\circ$  **В)** $60^\circ$  **Г)** $90^\circ$

**7.** Сумата на естествените числа $k$, за които числото $10+k$ дели числото $10+k^2$ е равна на:

**А)** 128  **Б)** 138  **В)** 148  **Г)** 158

**8.** Нека $p$ и $q$ са взаимнопрости естествени числа и $d > 1$ е общ делител на числата $3p - q$ и $5p + 2q$. Числото $d$ е равно на:

**А)** 5  **Б)** 7  **В)** 11  **Г)** 19

**9.** Върху страните $AB$ и $AD$ на успоредник $ABCD$ са взети съответно вътрешни точки $E$ и $F$. Нека $K$ е пресечната точка на отсечките $DE$ и $FC$, $L$ е пресечната точка на отсечките $DE$ и $BF$, и $M$ е пресечната точка на отсечките $FB$ и $EC$. Отношението

$$\frac{S_{EML} + S_{DKC}}{S_{FLK} + S_{MBC}}$$

е равно на:

**А)** 1  **Б)** 2  **В)** $\frac{1}{2}$  **Г)** $\frac{1}{3}$

**10.** Ако $p$, $3p+2$, $7p+6$, $9p+8$ и $11p+10$ са прости числа, то числото $6p+11$ е:

**А)** просто **Б)** съставно

**В)** точен квадрат **Г)** кратно на 11

**11.** Нека $ABC$ е правоъгълен триъгълник с $\sphericalangle ACB = 90^o, \sphericalangle BAC = 30^o$ и хипотенуза $AB = 10$. Нека $D$ е вътрешна точка за триъгълника, за която $\sphericalangle BDC = 90^o$ и $\sphericalangle ACD = \sphericalangle DBA$. Ако $E$ е пресечната точка на правите $AB$ и $CD$ да се намери дължината на отсечката $AE$.

**12.** Да се намери броят на двойките естествените числа $(x, y)$, за които числото $\dfrac{xy^2}{x+y}$ е просто.

**13.** На колко най-много нули може да завършва число от вида $3^n + 1, n = 1, 2, \ldots$.

**14.** Да се намери най-голямото естествено число $k$, за което съществува естествено число $n$ такова, че всички числа

$$(n+1)2^n, (n+2)2^{n+1}, \ldots, (n+k)2^{n+k-1}$$

са точни квадрати.

**15.** Да се намери броят на естествените числа, чиято разлика с произведението на цифрите им (в десетичния запис) е равна на сумата на цифрите им.