Serdica

Bulgariacae mathematicae publicationes

Сердика

Българско математическо списание

ОБ ОДНОЙ АЛГЕБРЕ ФУНКЦИЙ НА ГРАНИЦЕ ОБОБЩЕННОГО ЕДИНИЧНОГО КРУГА

ДИМЧО К. СТАНКОВ

На границе $\{1\}\times G$ обобщенного единичного круга Δ_G рассматривается пространство $H^\infty_G+C(G)$, где H^∞_G — алгебра гипер-аналитических функций. Доказано, что $H^\infty_G+C(G)$ является замкнутой подалгеброй L^∞_G. Исследовано пространство максимальных идеалов $\operatorname{sp}(H^\infty_G+C(G))$. Оказывается, что оно гомеоморфно $(\operatorname{sp} H^\infty_G)\diagdown\Delta_G$, а граница Шилова гомеоморфна $\operatorname{sp} L^\infty_G$.

Пусть H^∞ — банахова алгебра всех ограниченных и аналитических функций в $\Delta=\{z\,|\,|z|<1\}$ с нормой $\sup|f|$. Пространство $H^\infty+C(T)$ является наименьшей замкнутой алгеброй на единичной окружности T между H^∞ и $L^\infty(T)$ и представляется в виде $[H^\infty, \bar z]$, где через $[H^\infty, \bar z]$ обозначена замкнутая алгебра, порожденная H^∞ и $\bar z$. Анализ этого конкретного примера привел к разрешению гипотезы Дугласа: Каждая замкнутая алгебра, заключенная между H^∞ и L^∞, порождена H^∞ и некоторым множеством $\bar B$ функций, которые являются комплексно сопряженными внутренним функциям [1].

Пусть G — компактная группа всех характеров на аддитивной группе рациональных чисел Q в дискретной топологии. Через C_G будем обозначать большую (обобщенную) плоскость, т. е. бесконечный конус $[0,\infty)\times G/\{0\}\times G$, а через $*=\{0\}\times G/\{0\}\times G$ — его вершину. Для каждого вещественного числа s можно определить характер $e_s\in G$, полагая $e_s(p)=\exp(ips)$, $p\in Q$. Отображение $s\to e_s$ задает изоморфизм вещественной оси R на некоторую плотную подгруппу группы G. Эта подгруппа обозначается снова через R [2]. В 1956 г. Р. Аренс и А. Зингер рассматривают одно обобщение алгебры $A(T)$, а именно — алгебру A_G всех непрерывных функций на G, которые равномерно аппроксимируются конечными линейными комбинациями функций χ_p, $p\in Q_+=Q\cap[0,\infty)$ [3]. Для $p\in Q_+$ характер $\chi_p(g)=g(p)$ на G продолжается непрерывным образом на C_G: $\tilde\chi_p(\lambda, g)=\lambda^p\cdot\chi_p(g)$ для $\lambda\neq 0$, $p\neq 0$; $\tilde\chi_p(*)=0$ для $p\neq 0$ и $\tilde\chi_0\equiv 1$.

Определение 1. *Функция f называется гипер-аналитической на большом единичном круге $\Delta_G=\{(\lambda, g)\in\mathsf{C}_G\,|\,\lambda<1\}$, если она аппроксимируется равномерно на Δ_G функциями вида $h\circ\tilde\chi_{1/m}$, где $m\in\mathsf{Z}_+=\mathsf{Z}\cap(0,\infty)$, а h аналитическая в Δ.*

Этот класс введен Т. В. Тоневым [4]. Алгебра H^∞_G всех ограниченных гипер-аналитических функций на большом открытом диске Δ_G, снабженной нормой $\sup|f|$, является коммутативной банаховой алгеброй и совпадает с равномерным замыканием на Δ_G линейных комбинаций функций из $\{H_{1/m}\}_{m\in\mathsf{Z}_+}$, где $H_{1/m}=\{f\circ\tilde\chi_{1/m}\,|\,f\in H^\infty\}$. Пространство $L^\infty(G)$ всех ограниченных измеримых комплекснозначных функций на большой окружности $\{1\}\times G=G$ является банаховой алгеброй с нормой $\|f\|_\infty=\operatorname{ess\,sup}|f|$ (мы отождествляем функции, которые совпадают $d\sigma$ почти всюду, где $d\sigma$ — мера Хаара на G). Отметим, что, если множество $K\subset T$ имеет меру ноль, то $d\sigma(\chi^{-1}_{1/m}(K))=0$.

Действительно, для $K_1=\chi_{1/m}^{-1}(K)$ выполняется $dt(K_1\cap(g+R))=0$ для любого $g\in G$, где dt — линейная мера на прямой $g+R$. Если $\alpha_{k_1}=\alpha_k\circ\chi_{1/m}$ является характеристической функцией на K_1, то $\alpha_{k_1}=0$ dt — почти всюду на всех прямых. Тогда выполняется $\alpha_{k_1}=0$ $d\sigma$ — почти всюду на G [2], т. е. $d\sigma(K_1)=0$. Через L_G^∞ будем обозначать замыкание в $L^\infty(G)$ всех линейных комбинаций функций из $\{L_{1/m}\}_{m\in Z_+}$, где $L_{1/m}=\{f\circ\chi_{1/m}\mid f\in L^\infty(T)\}$. Алгебра L_G^∞ изометрически изоморфна $C(\operatorname{sp}L_G^\infty)$, так как она является B^*-алгеброй с инволюцией $f^*=\bar f$. Можно показать, что множества вида $V=\{\varphi\in\operatorname{sp}L_G^\infty\mid\widehat{\alpha_s}(\varphi)=0,\ s=1,\dots,n\}$, где α_s — характеристическая функция $B_s=\chi_{1/m_s}^{-1}(A_s)$ и A_s — измеримое подмножество T, образуют базу топологии пространства $\operatorname{sp}L_G^\infty$.

Отметим, что вместо Q можно взять произвольную подгруппу Γ вещественных чисел с дискретной топологией. Согласно понтрягинской теореме двойственности всякий непрерывный характер группы $G=\widehat{\Gamma}$ имеет вид χ_a при некотором $a\in\Gamma$. Это позволяет отождествить группу Γ с группой характеров группы G [2]. Кроме H_G^∞ возникают и другие алгебры ограниченных функций: 1) $H^\infty(\Delta_G)$ — множество всех ограниченных обобщенно-аналитических функций, т. е. непрерывные функции на Δ_G, которые локально в Δ_G равномерно аппроксимируются полиномами вида $\sum c_{p(j)}\widetilde{\chi}_{p(j)}$; 2) $H^\infty(d\sigma)$ — слабое замыкание алгебры A_G в $L^\infty(G)$ [2]. У. Рудин доказал, что $H^\infty(d\sigma)+C(G)$ является замкнутым подпространством $L^\infty(G)$ тогда и только тогда, когда $\Gamma=Z$ (в этом случае $G=T$) [5]. С. А. Григорян рассматривает в [6] связь между H_G^∞ и $H^\infty(\Delta_G)$. Вопрос о пространстве $H^\infty(\Delta_G)+C(G)$ до сих пор открыт.

Здесь мы доказываем, что пространство $H_G^\infty+C(G)$ является замкнутой подалгеброй L_G^∞, и изучаем пространство максимальных идеалов этой алгебры.

Если $f\in H_G^\infty$, то радиальные пределы $f(g)=\lim\limits_{\lambda\to1}f(\lambda,g)$ существуют для всех точек $g\in G$, кроме, быть может, точек некоторого множества $d\sigma$—меры ноль, где $d\sigma$ — мера Хаара на G [7]. Функция F, определенная $d\sigma$ почти всюду на G граничными значениями $f\in H_G^\infty$, принадлежит L_G^∞ и $\|F\|_\infty=\|f\|$, т. е. можем рассматривать H_G^∞ как замкнутую подалгебру L_G^∞. Пространства $H_{1/m}$, $L_{1/m}$ и $C_{1/m}=\{f\circ\chi_{1/m}\mid f\in C(T)\}$ изометрически изоморфны соответственно H^∞, $L^\infty(T)$ и $C(T)$. Тогда $H_{1/m}+C_{1/m}$ является замкнутой подалгеброй $L_{1/m}$ [1]. Применяя теоремы Вейерштраса - Стоуна, получаем, что $C=C(G)$ совпадает с замыканием в $L^\infty(G)$ линейных комбинаций функций из $\{C_{1/m}\}_{m\in Z_+}$.

Теорема 1. *Пространство $H_G^\infty+C$ является замкнутой подалгеброй в L_G^∞.*

Доказательство. Отметим прежде всего, что из $1/m_1=k/m_2$ вытекает $L_{1/m_1}\subset L_{1/m_2}$, $H_{1/m_1}\subset H_{1/m_2}$ и $C_{1/m_1}\subset C_{1/m_2}$. Тогда $\overline{\{H_{1/m}+C_{1/m}\}}_{m\in Z_+}$ — замыкание линейных комбинаций функций из множества $\{H_{1/m}+C_{1/m}\}_{m\in Z_+}$ в L_G^∞ является замкнутой алгеброй. Докажем, что $H_G^\infty+C$ совпадает с этой алгеброй. Включение $H_G^\infty+C\subset\overline{\{H_{1/m}+C_{1/m}\}}_{m\in Z_+}$ вытекает из определений H_G^∞ и C. Чтобы доказать обратное включение мы будем пользоватся классической идеей из [1]. Если $v\in\overline{\{H_{1/m}+C_{1/m}\}}_{m\in Z_+}$, то можно найти последовательность $\{f_n+\omega_n\}$ где $f_n\in H_{1/t_n}$, $\omega_n\in C_{1/t_n}$ такую, что $\|(f_n+\omega_n)-v\|_\infty<2^{-n}$ для любого n. При этом можем считать, что всегда $t_{n+1}=k_n\cdot t_n$, $k_n\in Z_+$ и тогда $f_n\in H_{1/t_{n+1}}$, $\omega_n\in C_{1/t_{n+1}}$. Пусть $f_n=f_n'\circ\chi_{1/t_{n+1}}$, $\omega_n=\omega_n'\circ\chi_{1/t_{n+1}}$, где $f_n'\in H^\infty$, $\omega_n'\in C(T)$ и обозначим $A_{1/t_{n+1}}=\{a'\circ\chi_{1/t_{n+1}}\mid a'\in A(T)\}$, где $A(T)$ — классическая диск-алгебра. Имея в виду, что $\operatorname{dist}(f,H^\infty)=\operatorname{dist}(f,A(T))$ при $f\in C(T)$ [1], получаем:

$$\inf\{\,\|(\omega_n-\omega_{n+1})-a\,\|_\infty\,|\,a\in A_{1/t_{n+1}}\}=\inf\{\,\|(\omega_n'-\omega_{n+1}')-a'\,\|_\infty\,|\,a'\in A(T)\}$$
$$=\inf\{\,\|(\omega_n'-\omega_{n+1}')-h'\,\|_\infty\,|\,h'\in H^\infty\}=\inf\{\,\|(\omega_n-\omega_{n+1})-h\,\|_\infty\,|\,h\in H_{1/t_{n+1}}\}$$
$$\leq\|(\omega_n-\omega_{n+1})-(f_{n+1}-f_n)\|_\infty<2^{-n+1}$$

и, следовательно, существует $a_n\in A_{1/t_{n+1}}$, такое, что $\|(\omega_n-\omega_{n+1})-a_n\|_\infty\leq 2^{-n+1}$ для любого n. Полагаем $b_1=0$ и $b_n=a_1+\cdots+a_{n-1}\in A_{1/t_{n+1}}$ для $n>1$. Тогда последовательность $\{S_n\}$, где $S_n=\omega_n+b_n\in C_{1/t_{n+1}}$ является фундаментальной в C и пусть сходится к $\omega\in C$. Так как $(f_n+\omega_n)-S_n=f_n-b_n\in H_{1/t_{n+1}}\subset H_G^\infty$ и $\|[(f_n+\omega_n)-S_n]-(v-\omega)\|_\infty\to 0$, то $v-\omega\in H_G^\infty$ и, следовательно, v принадлежит $H_G^\infty+C$.

Следствие 1. *$H_G^\infty+C=[H_G^\infty,\ \overline{B}]$, где $B=\{\chi_{1/m}\}_{m\in Z_+}$.*

Доказательство. Так как $\widetilde{\chi}_{1/m}=\chi_{-(1/m)}\in C$ для любого $m\in Z_+$ и $H_G^\infty+C$ — замкнутая алгебра, то $[H_G^\infty,\ \overline{B}]\subset H_G^\infty+C$. С другой стороны, если $f\in H_G^\infty+C$ и $f=h+\omega$, то f аппроксимируется функциями вида $h+\Sigma\alpha_k(\overline{\chi}_{1/m})^k\in[H_G^\infty,\ \overline{B}]$, где k пробегает конечное подмножество Z.

Если фиксируем $m\in Z_+$, то $\chi_{-k}=\chi^{mk}_{-(1/m)}=[\overline{\chi}_{1/m}]^{mk}$ для любого $k\in Z_+$. Так как для $t\in Z_+$ можно найти $p\in Q_+$ и $k\in Z_+$ такие, что $\overline{\chi}_{1/t}=\chi_{-(1/t)}=\chi_p\cdot\chi_{-k}$, то $[H_G^\infty,\ \overline{B}]=[H_G^\infty,\ \overline{\chi}_{1/m}]$. Легко видно тоже, что $[H_G^\infty,\overline{\chi}_1]$ совпадает с замыканием множества $\{f\cdot\overline{\chi}_1^n\,|\,f\in H_G^\infty,\ n\in Z_+\cup\{0\}\}$.

Обозначим $U=\{u\in(H_G^\infty+C)^{-1},\ |u|=1\ d\sigma$ — почти всюду на $G\}$.

Следствие 2. *$H_G^\infty+C=[H_G^\infty,\ U]$.*

Доказательство. Все вытекает из соотношения $[H_G^\infty,\ \overline{B}]=[H_G^\infty,\ U]\subset H_G^\infty+C$ и следствие 1.

Существует непрерывное отображение τ пространства максимальных идеалов $\mathrm{sp}\,H_G^\infty$ на $\overline{\Delta}_G$, которое является взаимно однозначным и гомеоморфным на $\tau^{-1}(\Delta_G)$. Оно определяется следующим образом: если $\varphi\in\mathrm{sp}\,H_G^\infty$, то $\tau(\varphi)=(\lambda,g)$, где $\lambda=|\varphi(\widetilde{\chi}_1)|$ и $g(p)=\varphi(\widetilde{\chi}_p)/|\varphi(\widetilde{\chi}_p)|$ для $p\geq 0$, $g(-p)=\overline{g(p)}$ [4]. При этом большой диск Δ_G всюду плотен в $\mathrm{sp}\,H_G^\infty$. Если $g\in G$, то множество $S_g=\tau^{-1}(1,g)$ называется слоем над g [4]. Отметим, что для $\varphi\in S_g$ выполняется $|\varphi(\widetilde{\chi}_p)|=|\varphi(\widetilde{\chi}_1)|=1$.

Поскольку $H_{1/t}$ изометрически изоморфно H^∞, то $\mathrm{sp}\,H_{1/t}$ и $\mathrm{sp}\,H^\infty$ гомеоморфны — каждому $\psi\in\mathrm{sp}\,H_{1/t}$ соответствует $\nu\in\mathrm{sp}\,H^\infty$ такое, что $\nu(f)=\psi(f\circ\widetilde{\chi}_{1/t})$ для любого $f\in H^\infty$.

Теорема 2. *Пространство $\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)$ гомеоморфно $(\mathrm{sp}\,H_G^\infty)\setminus\Delta_G$.*

Доказательство. Определим отображение η: $\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)\to\mathrm{sp}\,H_G^\infty$, полагая $\eta(\varphi)=\psi$, где $\psi(f)=\varphi(f+0)=\varphi(f)$ для $f\in H_G^\infty$. Так как η — непрерывно, то достаточно доказать, что оно является взаимно однозначным и $\eta\,[\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)]=(\mathrm{sp}\,H_G^\infty)\setminus\Delta_G$.

Пусть $\varphi_1\neq\varphi_2$ принадлежат $\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)$. Допустим, что $\psi_1(f)=\psi_2(f)$ для любого $f\in H_G^\infty$, где $\psi_j=\eta(\varphi_j)$, $j=1,2$. Тогда $\varphi_j(\chi_{-1})=\varphi_j(\chi_1^{-1})=1/\varphi_j(\chi_1)=1/\psi_j(\chi_1)$, т. е. выполняется $\varphi_1(\chi_{-1})=\varphi_2(\chi_{-1})$. Из равенства $\varphi_1(f\cdot\chi_{-1})=\varphi_1(f)\cdot\varphi_1(\chi_{-1})=\varphi_2(f)\cdot\varphi_2(\chi_{-1})=\varphi_2(f\cdot\chi_{-1})$ для $f\in H_G^\infty$ вытекает $\varphi_1=\varphi_2$.

Если $\psi=\psi_{(\lambda_0,\,g_0)}$, $0\leq\lambda_0<1$ и допустим, что $\eta(\varphi)=\psi$ для некоторого $\varphi\in\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)$, то $\varphi(f)=f(\lambda_0,g_0)$ для любого $f\in H_G^\infty$. Применяя φ к χ_{-1}: $\varphi(\chi_{-1})=1/\widetilde{\chi}_1(\lambda_0,g_0)$, получаем $\lambda_0>0$. Функция $\chi_{-1}-1/\widetilde{\chi}_1(\lambda_0,g_0)$ обратимый элемент $H_G^\infty+C$ и $\varphi[(\chi_{-1}-1/\widetilde{\chi}_1(\lambda_0,g_0))^{-1}]=1/[\varphi(\chi_{-1})-1/\widetilde{\chi}_1(\lambda_0,g_0)]$, что невозможно.

Покажем, что η отображает $\mathrm{sp}(H_G^\infty+C)$ на $(\mathrm{sp}\,H_G^\infty)\setminus\Delta_G$. Если $\psi\in(\mathrm{sp}\,H_G^\infty)\setminus\Delta_G$, то $\psi\in S_g$ для некоторого $g\in G$, и тогда выполнено $g(p)=\psi(\chi_p)$ для $p\in Q$ и $g(p)=\overline{g(-p)}$, если $p<0$ [4]. На алгебру A всех функций вида $f\,.\,\chi_{-1}^n$, где $f\in H_G^\infty$ и $n\in \mathbf{Z}_+\cup\{0\}$, определим отображение $\varphi: A\to\mathbf{C}$ как $\varphi(f\,.\,\chi_{-1}^n)=\psi(f)\,.\,\chi_{-1}^n(1,g)$. Оно является линейным и мультипликативным:

$$\varphi(f\chi_{-1}^n\,.\,h\chi_{-1}^k)=\psi(f\,.\,h)\,.\,\chi_{-1}^{n+k}(1,g)=\varphi(f\chi_{-1}^n)\,.\,\varphi(h\chi_{-1}^k),$$

$$\varphi(\beta f\chi_{-1}^n+\mu h\chi_{-1}^k)=\varphi\,[(\beta f+\mu h\chi_{-1}^{n-k})\,.\,\chi_{-1}^n]$$

$$=[\beta\psi(f)+\mu\psi(h)\,\chi_{-1}^{n-k}(1,g)]\,.\,\chi_{-1}^n(1,g)=\beta\varphi(f\,.\,\chi_{-1}^n)+\mu\varphi(h\,.\,\chi_{-1}^k),$$

при $n>k$. Докажем, что φ продолжается как линейный и мультипликативный функционал на $H_G^\infty+C=[H_G^\infty,\ \chi_{-1}]=\bar{A}$. Если $f\,.\,\chi_{-1}^n$ — произвольный элемент A, то можно найти последовательность $\{h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s}\}$ такую, что $\|h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s}-f\|_\infty\to 0$ при $s\to\infty$. Тогда

$$|\varphi(f\chi_{-1}^n)|=|\psi(f)\,.\,\chi_{-1}^n(1,g)|\leqq|\psi(f)\,.\,\chi_{-1}^n(1,g)-\psi(h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s})\cdot\chi_{-1}^n(1,g)|$$

$$+|\psi(h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s})\,.\,\chi_{-1}^n(1,g)|\leqq\|f-h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s}\|_\infty+|\psi(h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s})\,.\,\chi_{-1}^n(1,g)|.$$

Если через ψ_t обозначим рестрикцию ψ на $H_{1/t}$, для $t\in\mathbf{Z}_+$ и ν — соответствующий элемент из $\mathrm{sp}\,H^\infty$, то $\hat{z}(\nu)=\nu(z)=\psi_t(z\circ\chi_{1/t})=\psi(\chi_{1/t})=\chi_{1/t}(1,g)=\alpha$, и, следовательно, $\nu\in S_\alpha$ — слой над α в $\mathrm{sp}\,H^\infty$. Тогда этот функционал продолжается на $H^\infty+C(T)$ или, что то же самое, ψ_t продолжается до элемента $\mathrm{sp}\,(H_{1/t}+C_{1/t})$ [1] При этом, если обозначим продолжение через φ_t, то $\varphi_t(\chi_{-1})=1/\psi_t(\chi_1)=\chi_{-1}(1,g)$.

Заменяя теперь ψ на ψ_{k_s}, а потом на φ_{k_s}; $\chi_{-1}(1,g)$ на $\varphi_{k_s}(\chi_{-1})$, и имея в виду, что φ_{k_s} — линейный и мультипликативный функционал на $H_{1/t}+C_{1/t}=[H_{1/t},\ \chi_{-1}]$, получаем:

$$|\psi(h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s})\cdot\chi_{-1}^n(1,g)|=|\varphi_{k_s}[(h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s})\,.\,\chi_{-1}^n]|$$

$$\leqq\|(h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s})\,.\,\chi_{-1}^n\|_\infty\leqq\|(h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s})-f\|_\infty+\|f\|_\infty.$$

Следовательно, $|\varphi(f\chi_{-1}^n)|\leqq 2\|f-h_{k_s}\circ\chi_{1/k_s}\|_\infty+\|f\|_\infty$, т. е. φ является ограниченным функционалом на A. При $n=0$ из определения φ получаем $\varphi(f)=\psi(f)$ для любого $f\in H_G^\infty$. Теорема доказана.

Следствие 3. *Граница Шилова* $\partial(H_G^\infty+C)$ *совпадает с* $\mathrm{sp}\,L_G^\infty$.

Доказательство. Отметим, что граница Шилова ∂H_G^∞ совпадает с $\mathrm{sp}\,L_G^\infty\subset(\mathrm{sp}\,H_G^\infty)\setminus\Delta_G$ [8]. Для любой функции $F=f\,.\,\chi_{-1}^n$, $f\in H_G^\infty$ выполняется $|F(1,g)|=|f(1,g)|$ и $|\hat{F}(\varphi)|=|\hat{f}(\varphi)\,.\,\chi_{-1}(1,g)|=|\hat{f}(\varphi)|$, если $\varphi\in\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)$. Тогда, применяя теорему 2 получаем:

$$\|F\|_\infty=\|f\|_\infty=\|\hat{f}\|=\sup\{|\hat{f}(\varphi)|\mid\varphi\in(\mathrm{sp}\,H_G^\infty)\setminus\Delta_G\} \tag{1}$$

$$=\sup\{|\hat{F}(\varphi)|\mid\varphi\in\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)\}=\|\hat{F}\|\ \text{ и}$$

$$\sup\{|\hat{F}(\varphi)|\mid\varphi\in\mathrm{sp}\,L_G^\infty\}=\sup\{|\hat{f}(\varphi)|\mid\varphi\in\mathrm{sp}\,L_G^\infty\} \tag{2}$$

$$=\sup\{|\hat{f}(\varphi)|\mid\varphi\in(\mathrm{sp}\,H_G^\infty)\setminus\Delta_G\}=\sup\{|\hat{F}(\varphi)|\mid\varphi\in\mathrm{sp}\,(H_G^\infty+C)\}.$$

Из первого неравенства вытекает, что $H_G^\infty+C$ изометрически изоморфно $\widehat{H_G^\infty+C}$, а из второго — что $\mathrm{sp}\,L_G^\infty$ является границей для $H_G^\infty+C$. Но $H_G^\infty+C$ — логмодулярная алгебра на $\mathrm{sp}\,L_G^\infty$, потому что H_G^∞ — логмодулярна на $\mathrm{sp}\,L_G^\infty$ [8] и $H_G^\infty+C\supset H_G^\infty$. Тогда выполняется $\partial(H_G^\infty+C)=\mathrm{sp}\,L_G^\infty$.

Выражаю благодарность С. А. Григоряну за поставленную проблему заниматься алгебрами между H_G^∞ и L_G^∞.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Гарнетт. Ограниченные аналитические функции. М., 1984.
2. Т. Гамелин. Равномерные алгебры. М., 1973.
3. R. Arens, I. Singer. Generalized analytic functions. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 81, 1956, 378—393.
4. T. Tonev. The algebra of bounded hyper-analytic functions on the big disc has no corona. *Lecture Notes in Math.*, 798, Springer-Verlag, 435—438.
5. W. Rudin. Spaces of type $H^\infty+C$. *Ann. Inst. Fourier*, Grenoble, 1975, 25, 1, 99—125.
6. С. Григорян. Об алгебрах на обобщенном аналитическом диске. *ДАН Арм. ССР*, 53, 3, 1985.
7. А. Канатников, Т. Тонев. О радиальных граничных значениях аналитических и обобщенно-аналитических функций. *Год. на СУ*, ФММ, 74, 127—136.
8. Д. Станков. Ограниченные гипер-аналитические функции и граница Шилова. *Доклады БАН*, 3, 1989, 13—16.

Высший педагогический институт
г. Шумен, Болгария

Поступила 24. 10. 1988.