МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2005
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2005
Proceedings of the Thirty Fourth Spring Conference of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovets, April 6–9, 2005

ИДЕЯ ЗА МЕТОДИЧЕСКИ АНАЛОГ НА „НАЧАЛАТА“ НА ЕВКЛИД

Иван Ганчев Донев

На основата на идеи за генезиса на геометричните знания преди появата на „Началата“ на Евклид, предложени от руския автор В. М. Розин, в доклада се достига до извода, че всички науки в развитието си преминават последователно три етапа. В третия етап се разработват принципи и подходи за систематизиране на достигнатите знания. Обосновава се тезата, че тези три етапа последователно се следват и при развитието на знанията за проблемите на обучението по математика. Изследва се проблемът и за средствата, чрез които се представят методическите знания.

1. Основни етапи във формирането и развитието на научните знания. Внимателното проследяване на историята на научните знания показва, че колкото и различни по характер да са те, в тяхното формиране и развитие има определени закономерности, които се повтарят. Основните етапи на това формиране и развитие според нас сполучливо е представено в работата [14] на В. М. Розин. Всъщност в тази си работа авторът проследява конкретно генезиса на геометричните знания преди появата на „Началата“ на Евклид. Но изглежда, че в това отношение математиката, и по-точно – геометрията, е изпреварила другите научни области. Затова на базата на изложеното в [14] достигнахме до извода, че в една или друга степен всички науки в развитието си до сега преминават последователно някои от следните три последователни етапа, започвайки от първия:

1. Зараждане на научни елементи в практически дейности на хората.

2. Отделяне на научните елементи от практическите дейности, в които те са се зародили и превръщане в обект на самостоятелно изследване, задълбочаване и разширяване на тези елементи.

3. Разработване на принципи и подходи за структуриране и средства за представяне на научните знания, постигнати през втория етап и издигане в задължителна норма на това структуриране и представяне.

2. Систематизирането на математическите знания – пример за систематизирането на методическите знания. Изследванията ни показват, че до сега първите два от тези три етапа се следват твърде последователно и при развитието на знанията за проблемите на обучението по математика. В резултат на това според нас вече са натрупани значителни знания така, както в математиката до третия век преди новата ера са били натрупани много за времето си знания.

Затова, както в математиката тогава се почувствала необходимост за тяхното систематизиране, така и през последните десетилетия вече се чувства необходимост от систематизиране на знанията за проблемите на обучението по математика. За да може при това систематизиране да се използва опитът на математиците от миналото, естествено е да се насочим към извършеното от тях и към мотивите за съответните им дейности.

Известно е от запазените исторически източници, че систематизирането на математическите знания, разработени до третия век пр.н.е., е извършено за пръв път в Първата Александрийска школа в така наречените „Начала“ на Евклид. Обикновено обаче, когато се пише за това съчинение, се набляга на факта, че в него са събрани основните резултати от работите на математиците, работили до III век пр.н.е., за да може те да се изучават по-лесно от следващите поколения. Не се обръща достатъчно внимание на обстоятелството, че в тях фактически за пръв път се реализира излагането на научни знания в съответствие с изисквания, които в явен вид може би за пръв път формулира Аристотел. Тези изисквания се отнасят за дефинирането и доказването. Специално за дефинирането в [1] Аристотел пише:

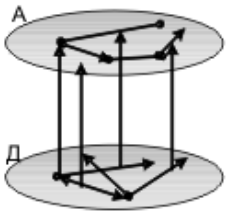
„Преди всичко трябва да се гледа, не стои ли работата така, че определението е било дадено не чрез по-предшестващо (или това, което е по-първо) и по-известно. Тъй като определението се дава за опознаването на това, за което става дума, ние опознаваме не на основата на първото попаднало, а от предшестващото и по-известното, точно така, както в доказателствата (нали именно така се извършва всяко обучение и учение) то очевидно, че този, който дава определение не чрез по-предшестващото и по-известното, не определя. Иначе ще има много определения за едно и също нещо“. Без да се спираме и коментираме последното изречение във връзка с еднозначността на определенията, ще подчертаем само, че както се вижда Аристотел ясно осъзнава наличието на определено място на всяко определение, за да има обучение, т.е. една социално-психологическа дейност. Реализирано до край, това изискване в математиката естествено довежда до необходимостта от приемането на първични понятия (начало). Това всъщност е едното основно различие в използването на дефинирането в математиката в сравнение с използването му в ежедневието. То е свързано и с още едно допълнително изискване, реализирано в математиката докрай, а именно „след като може едно понятие да се обясни чрез вече обяснени понятия, то да се обяснява чрез тях, а не чрез „остенсивно определение“. Това изискване е следствие, според нас, на естествения стремеж за еднозначност, икономичност и точност при изразяването.

Като резултат от стремежа за икономичност в обясненията по всяка вероятност е и довеждането до крайност в математиката на изискването за съразмерност на определенията, поставено също от Аристотел в [1]. То от своя страна вероятно е една от причините, свойствата, които не са включени в определенията на понятията, а се притежават от обектите, принадлежащи на техните обеми, да се изразяват чрез специални твърдения, наречени теореми. Така естествено достигаме до второто, посочено по-горе изискване за наредбата на теоремите. Оказва се, че има достатъчно основания да считаме, както вече посочихме, че то води началото си от необходимостта да се убеждават хората във верността на твърденията, като използват само твърдения, в чиято вярност са предварително убедени. В подкрепа на тази наша хипотеза ще посочим следното:

В глава втора на „Втора аналитика“ [1] Аристотел пише: „За да бъде доказваното знание истина, то и доказващото знание е необходимо да излиза от истини, първи, непосредствени, по-известни и предшестващи знания...“. А малко по-нататък четем: „Така че, ако ние чрез първите предпоставки узнаваме заключението и го считаме за достоверно, то тях ние знаем повече и ги считаме за по-достоверни (от заключението), тъй като посредством тях ние знаем и считаме за достоверни също и последните... Този, които желае да получи знание чрез доказателство, трябва не само повече да знае началата и да ги счита по-достоверни, но и за него нищо друго по-достоверно и по-известно не трябва да бъде отколкото началата, противоречащи на тези начала, от които ще се получи силогизъм с грешка, противоположна на [доказателството]...“.

Изложеното показва, че идеята на Аристотел за дедуктивно структуриране на знанията не е случайно хрумване. Тя обаче не само съответства на връзките между обектите, за които се отнасят знанията, но и на психическите възможности на човека за разбиране на информация и за убеждаване във верността на твърдения. От посочените по-горе два цитата от Аристотел, съответно за дефинирането и доказването, ясно личи още, че той напълно осъзнава следното: За да се осигури разбиране на нови знания, те трябва да се обясняват само с разбрани преди това други знания, а за да се убеди човек във верността на някакво твърдение, то трябва да се аргументира само с преди това аргументирани твърдения. Освен това с доказването на теоремите за цели класове обекти, а след това с използването им наготово, се реализира важният житейски принцип за икономия на извършваните дейности. Всичко това ни дава основание да кажем, че в математиката са синтезирани три идеала за човешките дейности, а именно разбирането, убеждаването и икономичността.

Интересно е обаче да подчертаем, че посочените изисквания, свързани с дефинирането и доказването, Аристотел поставя не конкретно за математиката, а въобще за научните знания. Според запазените и открити до сега източници се оказва, че за пръв път последователно и осъзнато те са реализирани в „Начала“ на Евклид и то в свитъците по геометрия. Ще припомним, че за знания, структурирани в съответствие с тези две изисквания за дефинирането и доказването, се казва, че имат дедуктивна структура.



Фиг. 1

Наблюденията от една страна върху много съвременни дейности, а от друга – проучването на съчиненията на Аристотел „Метафизика“ и „Аналитики“ [1] ни доведоха до извода, че съществуването на идеята за дедуктивното структуриране на научните знания днес можем да обясним по следния начин:

Съществуват реални обекти, дейности и връзки между тях. Те на фиг. 1 са представени със затворената крива линия Д и вътрешните ѝ точки, а със стрелки –

връзките между тези обекти. Има също така знания за тези обекти, дейности и връзки, представляващи съответно понятия, твърдения и умозаключения, кодирани чрез езикови средства. На фиг. 1 те са представени със затворената крива линия A и вътрешните ѝ точки, а със стрелки – връзките между понятията и твърденията. Научните знания се отнасят за елементите на A. Идеята на Аристотел всъщност се състои в издигане като норма изискването знанията да се структурират с осъзнато отчитане на връзките между тях. В подкрепа на верността на изложената теза, ще посочим няколко примера:

Надеждността и ефективността на селскостопанските дейности в съвременното общество съществено зависи от надеждността на селскостопанската техника. Тази техника обаче съществено зависи от техниката на заводите за производство и ремонт на селско-стопанска техника. Техниката на тези заводи от своя страна съществено зависи от техниката на други заводи, които произвеждат и ремонтират техника за заводите за производство и ремонт на селскостопанска техника и т.н.

Построяването на една съвременна атомна електроцентрала зависи от много и от най-различни производства, включително и от производството на тухли. Производството на тухли от своя страна зависи от работата на съответните заводи за тухли. А дейността на тези заводи зависи освен от машините в тях, още от подходяща пръст за изработването на тухлите, от горивото за тяхното изпичане и от хората, които осигуряват съответното производство.

Производството на хубав хляб зависи не само от наличието на добре работещи фурни, но и от наличието на качествено брашно. Последното от своя страна зависи от наличието на подходящо жито, а то пък зависи от много други фактори, между които плодородна почва за засяване, хора и машини за производство и пр.

Ясно е, че за да бъдат знанията (представени чрез езикови средства) за тези производства полезни като ръководство за действие, те трябва да отразяват точно реалните връзки между съответните практически дейности.

Към казаното до тук ще добавя още и следното: Поради зависимостта на едни производства от други, то и стойностите на произведените продукти са зависими едни от други. От тук следва, че и цените на продуктите трябва да имат съответна „йерархична“ структура. Пример в това отношение както при производствените дейности, така и в ценообразуването може и трябва да служи, макар и с известни приближения, дедуктивното структуриране на научните знания и най-вече на математическите знания.

Оказва се, че дедуктивната структура на математиката влияе съществено върху последователността от дейности, които осигуряват „разбирането“ на математическите знания, върху овладяването им и върху усвояването на умения да се работи с тези знания. Изследването на това влияние в много случаи ще доведе до по-обща хипотеза за целесъобразността от възприемане на норми (изисквания) за структуриране на формите на фиксиране на знанията от Методиката на обучението по математика (МОМ) на базата на йерархичен подход, аналогичен на дедуктивния подход, предложен от Аристотел за структуриране на научните знания. Тези норми са следните:

1. При изследване на всяко умение, свързано с използване на дадено знание, да се разкриват факторите, от които зависи формирането на това умение. По-съществени фактори от тях според нас са:

1.1. познанията за елементите на съответното знание и за връзките между тези елементи;

1.2. познание на връзките на знанието с други знания;

1.3. организиране на подходящи дейности за упражняване използването на връзките на знанието с другите знания.

2. При разглеждането на всяка дейност в обучението по математика ясно да се разграничават дейностите, от които зависи нейното усвояване и дейностите, чието усвояване зависи от нея.

3. При структуриране и усвояване на система от дейности в обучението по математика, всяка дейност да се разглежда там, където вече са усвоени достатъчно други дейности, от които тя зависи и може да се обясни с вече изучени понятия.

4. При структуриране на система от твърдения за връзки между дейности, всяко твърдение да се разглежда там, където дейностите, които то свързва са вече обяснени (изучена е тяхната вътрешна структура). С други думи, структурното изучаване на дейностите да предхожда релационното им изучаване.

Според нас приемането и спазването на тези норми (изисквания) или подобни на тях за структуриране на дидактическите знания ще им осигури не само по-стройно вътрешно систематизиране, но и ще насочва научните изследвания към разкриване на връзките между дейностите, процесите, явленията, факторите и пр. А е добре известно, че знанието за връзките на всеки обект с други обекти е не по-малко важно знание за него, отколкото информацията за елементите му и за връзките между тях.

Без да претендираме за пълнота, аргументираност и системност, ще посочим някои примери:

1. Способността да се използва дадено математическо знание съществено зависи от:

а) трайността на помненето му;

б) разбирането му (като резултат и състояние);

в) проведените дейности за усвояване на умения за многостранното му използване.

2. Успехът на дейностите за усвояване на умения от учениците за многостранното използване на дадено математическо знание се определя от:

а) познаването на знанието като самостоятелно цяло, като елемент на друго цяло, а също и на неговата структура;

б) общата математическа подготовка на учителя;

в) логическата подготовка на учителя;

г) дидактическата подготовка на учителя;

д) психологическата подготовка на учителя;

е) равнището на математическата подготовка на учениците и от тяхното отношение към математическите знания.

3. Трайността на помненето на дадено знание зависи от:

а) това, доколко то е било разбрано (имаме предвид разбирането като процес и като състояние);

б) количеството и характера на проведените упражнения при усвояването му;

в) степента на активност в дейностите при неговото усвояване;

г) емоционалността на ситуацията при която е станало усвояването;

д) степента на умора при усвояването му;

е) поддържането му в учебния процес.

4. Разбирането на знанието като резултат и състояние зависи от:

а) разбирането му като процес при неговото усвояване;

б) поддържането му като резултат чрез достатъчно дейности, в които се използва знанието.

5. Разбирането на дадено знание като процес при усвояването му зависи от:

а) степента на разбраност на предходните знания, които се използват при неговото обясняване;

б) осигуряването на условия за участие в дейности, свързани с усвояването му;

в) вниманието и умората на усвояващия;

г) бързината на говорене на преподавателя и осигуряване на условия за виждане и чуване;

д) активността на обучавания при усвояване на знанието.

6. Активността на учащите се в дейността при усвояване, а също и при използване на дадено знание или умение зависи:

а) от разбирането съответно на обясненията, които се правят при запознаването със знанието и от това доколко то вече е разбрано при приложенията;

б) от осъзнаването от учащите се целта на дейността и ролята на усвояваното знание или умение;

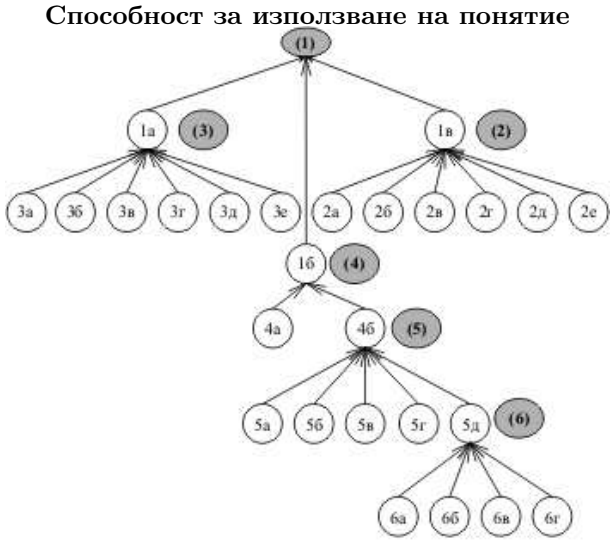
в) от осигурените условия за участие на учениците в дейността;

г) от емоционалността на ситуацията, при която се извършва тази дейност.

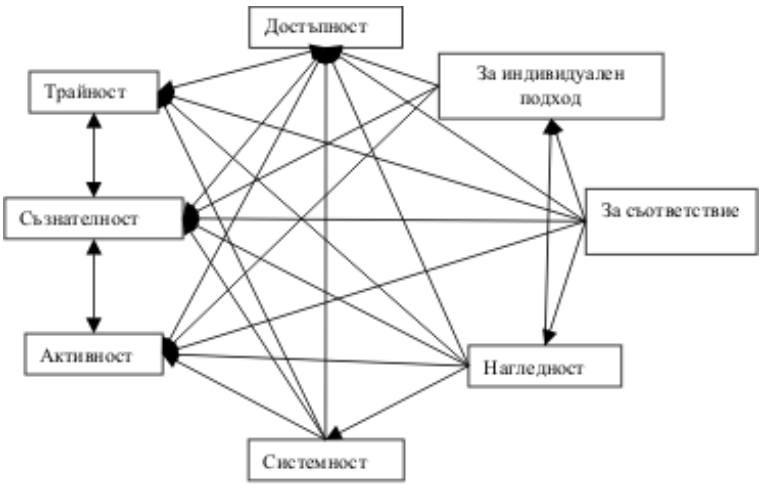
Много удобно се оказва представянето на тези дейности, процеси, факти и пр. и връзките между тях чрез граф-схеми. На фиг. 2 по този начин са представени разгледаните до тук дейности, процеси и др., свързани с формирането на способността за използване на дадено понятие.

Всеки от факторите, процесите и пр. в пунктовете а), б), в)..., в шестте точки от своя страна зависи от други фактори; процеси, явления, дейности и т.н. И тук в случая като че ли е налице явление, подобно на това при доказването на твърденията и дефинирането на понятията, наречено от Аристотел „неприятна безкрайност“. Както знаем в математиката проблемът за тази неприятна безкрайност се решава чрез приемането на така наречените „начала“ – първични понятия и аксиоми. Интересен проблем за МОМ е дали и тук изходът е в приемането на някакви „начала“ и ако изходът е в такива „начала“, кои да са те?

Вторият пример, на който ще се спрем накратко, се отнася до разглеждането на множеството на дидактическите принципи също като система, т.е. като множество с налични релации (зависимости) между елементите му. Наистина, внимателното изследване на тези принципи показва, че реализирането почти на всеки от тях зависи от реализирането на няколко от останалите. На фиг. 3 тази зависимост е представена чрез стрелки, насочени от принципите, оказващи влияние, към принципите, на които те влияят.



Фиг. 2



Фиг. 3

3. Относно средствата за представяне на методическите знания. Във втория и третия етап от развитието на математическите знания се разработва и специален апарат за представянето им. Особено интензивно този апарат се развива с появата на десетичната позиционна бройна система и буквената символика. Интересно е да се отбележи, че на определен етап от развитието му, той сам се превръща в математически обект със свои понятия, определения, релации, операции, теореми и пр., въобще със своя дедуктивна структура. Ако разглеждаме математическата логика като клон от математиката, може да кажем, че няма нематематическа научна

област, която да е създала свой „технически“ апарат, подобен на математическия. Във всички науки, в които се използват технически процедури, това обикновено става като първо се построява математически модел на изследвано явление, а след това се работи с модела. По подобен начин и в Методиката на обучението по математика през последните 70 – 80 години навлиза използването на апарат от Математическата логика. Една от първите методически книги, в които успешно е използван такъв апарат е [3]. В нея той е използван от Градщейн за моделиране на теореми с импликации. През втората половина на 20. в. методическата литература все по-често се срещат изрази от съждителното и от предикатното смятане. Конкретно през 60-те години, разглеждайки теоремите, осигуряващи достатъчни условия като средство за разпознаване на обекти от обемите на понятията, достигнахме до извода, че за подпомагане евристичните способности на учениците е целесъобразно те да се групират според това за какво могат да се използват. Така се получиха сложни изречения с дизюнктивна структура, които нарекохме дидактически системи от признаци. За да можехме да записваме произволна такава система от признаци естествено се насочихме в [4], а сетне и в [5] до използването на апарат от предикатното смятане. Така за произволно понятие – обект P достигнахме до съждителната функция

$$(p_1(x) \wedge p_2(x) \wedge \cdots \wedge p_k(x)) \vee (p_{11}(x) \wedge p_{12}(x) \wedge \cdots \wedge p_{1m}(x)) \vee \ldots$$
$$\cdots \vee (p_{r1}(x) \wedge p_{r2}(x) \wedge \cdots \wedge p_{rn}(x)) \rightarrow p(x)$$

дефинирана в множеството, представляващо обема на родовото понятие на P.

За произволно понятие – двучленна релация променливата x се заменя с наредена двойка (x, y).

Ще си позволим да отбележим, че в [13] при разглеждането на някои проблеми Д. Пойа почти достига до подобна идея, но липсата на апарат от предикатното смятане при него, не му позволява да достигне до направеното в [4] и [5] в това отношение.

За всеки математик е ясно, че фактически това са логически модели на системите от признаци.

Подобни модели получихме и за системите теореми, осигуряващи необходими условия.

Също през 60-те години на миналия век, търсейки общи начини за представяне на наричаните до тогава в историята и методиката на обучението по математика „анализ на Евклид“, „анализ на Пап“ и „синтез“, достигнахме в [4] до моделирането на съответните дейности чрез използването на апарат от съждителното смятане.

Така построените логически модели ни позволиха в [4], [5] и в много други статии да разглеждаме „наведнъж“ различните конкретни случаи, подобно на това, както създадената през средните векове буквена символика, дава възможност на математиците да разглеждат и решават като един много проблеми, които в Древна Гърция и в Арабския халифат решават като различни и едва ли не напълно несвързани.

Тъй като описаните до тук модели дават възможност по единен начин да се описва и представя конкретна информация, ние ги наричаме *дескриптивни* (описателни) модели. Те се оказват твърде полезни и удобни при запознаването на студенти и учители с общото в дейностите, на които трябва да обучават своите ученици. Причина за това е, че се подпомага разбирането и се облекчава запаметяването.

Както се вижда при прилагането на тези модели почти не се използват опера-

тивните възможности на апарата от математическата логика. Накрая ще завършим като посочим един пример, в който се използват и оперативни възможности на апарат от съждителното смятане.

Известно е, че основна част от теоремите в училищния курс по математика се изказват в условната форма „Ако..., то...“ или в категорична форма, която може да се замени с условна форма. Това означава, че всяка такава теорема можем да разглеждаме като една импликация. Специално тук ще се спрем на теоремите от вида

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_k \to q. \tag{1}$$

Оказва се, че

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \cdots \wedge p_i \wedge \cdots \wedge p_k \to q \Leftrightarrow p_1 \wedge p_2 \wedge \cdots \wedge lq \wedge \cdots \wedge p_k \to lp_i \tag{2}$$

По аналогия със свойството на уравненията, дало названието „алгебра“, тази еквивалентност наричаме „логически алжебър“, тъй като q и p_i си разменят местата и си „сменят знаците“. Удаде ни се да намерим различни възможности за използването на (2) в МОМ.

3.1. Въз основа на (2) всеки учител или автор на учебник от почти всяка теорема може да съставя полезни и интересни за обучението задачи, чрез които непосредствено да се затвърдяват нови теореми и се упражнява косвения метод за доказване на твърдения. Например от теоремата: „Ако права, нележаща в дадена равнина, е успоредна на права от тази равнина, то тя е успоредна и на самата равнина“ може само чрез „механични“ дейности да се получат задачите:

а) „Ако права е успоредна на права от дадена равнина, но не е успоредна на тази равнина, то тя лежи в нея“;

б) „Ако едната от две успоредни прави не лежи в дадена равнина и не ѝ е успоредна, то другата права не лежи в тази равнина“;

в) „Ако едната от две прави пресича дадена равнина, а другата лежи в нея, то двете прави не са успоредни“.

За целта първо теоремата се записва символично (т.е. с логически модел) така:

$$\not\subset \alpha \wedge \ \| \ b \wedge b \subset \alpha \to a \| \alpha$$

След това, като се използва (8), се получават еквивалентните ѝ твърдения:

$$\| \ b \wedge b \subset \alpha \wedge a \ \alpha \to a \subset \alpha$$

$$\not\subset \alpha \wedge a \ \alpha \wedge a \| b \to b \not\subset \alpha$$

$$\not\subset \alpha \wedge a \ \alpha \wedge b \subset \alpha \to a \ b.$$

Тези импликации са символични записи (логически модели) съответно на задачите а), б) и в) и за да се получат те, достатъчно е символичните записи да се изкажат словесно.

3.2. На основата на (2) е разработена диалогова обучаваща програма (ДОП), която работи на следния принцип: Учителят само въвежда условието и заключението

на теорема, а компютърът съставя съответните задачи, както е показано в 3.1, а също и ДОП за решаване на тези задачи. Програмата позволява всеки учител да изтрива стари теореми и да добавя нови по свое желание. Затова тя може да се използва в различни теми и класове.

3.3. Когато условието на теоремата съдържа повече съждения, интересни задачи се получават, ако се разменят местата на заключението и конюнкции от две или повече съждения от условието. Решенията на тези задачи са по-трудни, защото като се приложи законът на де Морган, в заключенията им се получава дизюнкция от двете твърдения. Затова е целесъобразно да бъдат решавани само в извънкласни форми на обучение. За пример ще посочим получаването на задачата „Да се докаже, че ако правата a пресича правата b и лежи в равнината α, а правата p е перпендикулярна на a, но не е перпендикулярна на α, то правата b не лежи в α или не е перпендикулярна на p“. Тя се получава от теоремата за перпендикулярност на права и равнина, като се използва, че

$$\subset \alpha \wedge b \subset \alpha \wedge a \cap b = \{M\} \wedge p \perp a \wedge p \perp b \rightarrow p \perp \alpha$$
$$\Updownarrow$$
$$\subset \alpha \wedge a \cap b = \{M\} \wedge p \perp a \wedge p \not\perp \alpha \rightarrow b \not\subset \alpha \vee b \not\perp p$$

3.4. Еквивалентността 2 дава възможност да се построяват дидактически целесъобразни системи от еквивалентни помежду си задачи по следния начин:

Избира се задача-теорема в условна форма, чието условие е конюнкция от поне две твърдения, съставят се еквивалентни на нея задачи чрез логическия алжебър, установява се коя от всички задачи от класа еквивалентни помежду си задачи се решава най-лесно, без да се използва никоя от останалите задачи и тя се поставя като първа задача в системата. След нея се поставят задачите, чиито заключения са прости съждения, след това – задачите, чиито заключения са дизюнкции от две съждения и т.н. Примери на такива системи от задачи са разгледани в [5].

От изложеното в т. 3 се вижда, че импликацията (1), заедно с логическия алжебър и закона на де Морган са не само дескриптивен (описателен) модел на дейности в обучението по математика. Тук в модела се извършват технически процедури, които подсказват какви дейности може да се извършат в оригинала, за да се получат определени резултати. Затова този модел и модели като него наричаме описателно-оперативни. Вижда се също, че и този вид логически модели крият в себе си неизползвани досега резерви за разработване на проблеми от МОМ и за повишаване на ефективността на учебния процес.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Аристотель. Сочинения. т. 1, 1976 и т. 2, Москва, 1978.

[2] В. Г. Болтянский. Как устроена теорема. *Математика в школе*, кн. 1, 1973.

[3] И. С. Градщейн. Прямая и обратная теорема. Москва, 1965.

[4] Ив. Ганчев. За математическите задачи. София, 1971.

[5] Ив. Ганчев. Основни учебни дейности в урока по математика. София, 1999.

[6] Ив. Ганчев. Логический аналог одного свойства уравнений и его использование в обучении математике. *Математика в школе*, кн. 2, 1993.

[7] Ив. Ганчев. Какво математиката е давала, дава и може да даде на другите науки. сп. „Предизвикателствата на информационното общество пред статистиката и математиката – век XXI“, Свищов, 2003.
[8] Ив. Ганчев и др. История на математиката. Курс лекции. София, 1999.
[9] Ив. Ганчев. Мисли върху методите на методиката на обучението по математика и средствата за фиксиране, представяне и структуриране на дидактическите знания. сб. Математика и информатика – част II, Шумен, 1998.
[10] Евклид. Елементи, т.т. 1–3, София, 1973.
[11] Л. Н. Ланда. Алгоритмизация в обучении. Москва, 1966.
[12] Св. Марков. Математическо моделиране. София, 1977.
[13] Д. Пойа. Математическо откритие. София, 1968.
[14] В. М. Розин. Этапы генезиса математических знании (до „Начал“ Евклида) сб. Методологические проблемы. Ежегодник, Москва, 1987.
[15] А. А. Столяр. Логические проблемы преподавания математики. Минск, 1968.
[16] Д. Я. Строик. Краткий очерк истории математики. Москва, 1976.

Иван Ганчев Донев
ул. Хан Крум 32
1000 София

AN IDEA OF AN ANALOGUE OF EUCLID'S ELEMENTS IN DIDACTICS

Ivan Ganchev Donev

Using some ideas about the origins of geometry knowledge suggested by the russian author V. M. Rosyn, here we arrive to the conclusion that each science passes through three consecutive stages in its development. Principles and methods for systematising the accumulated knowledge of a given science are usually developed during the third stage. Here is argued the thesis that the development of the knowledge on the problems of mathematics education goes through the same stages. In this paper the problem about the means dedicated for presentation of didactics knowledge is studied.