

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2011  
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2011  
*Proceedings of the Fortieth Jubilee Spring Conference  
of the Union of Bulgarian Mathematicians  
Borovetz, April 5–9, 2011*

## ТЕСТОВИ ЗАДАЧИ С МНОГО ДАННИ

Борислав Лазаров

Въвежда се понятието *математическо чувство*. Предложена е методика за изграждане и развитие на математическо чувство у учениците чрез специални задачи, наречени *страховити*. Описана е реализация на идеята в рамките на Турнира Черноризец Храбър.

**Защо е важно в средното училище да се разглеждат задачи с много данни.** Проблеми, свързани с обработка на големи количества данни, са обичайни в днешно време: машинното обучение и роботиката, търсачките в ИНТЕРНЕТ, лингвистиката, медицината и много други области опират до класификация, оценка и обработка на големи количества данни (Data Mining). При това често се налага експерти да взимат управленски решения, свързани с големи количества данни, основавайки се на лични вътрешни чувства и убеждения. Естествено възниква въпросът: кой и къде обучава такива експерти. Ние нямаме общ отговор на този въпрос, но за българското средно образование знаем, че на сегашния етап такова обучение не е включено в учебните програми.

Ежедневието също често ни сблъсква с проблеми, отнасящи се до големи количества разнородна информация: планирането на семейния бюджет, изборът на застраховател или банка за обслужване на финансиите ни, а даже въпросът къде да идем на почивка изисква да се ориентираме в многообразие от данни с различна структура. Подготвя ли ни средното образование за подобен сблъсък – в момента не.

**Как са стояли нещата в миналото.** В българските учебници по математика отпреди век задачи с големи количества данни са били неотменима част от обучението. В *Сметанка за четвърто отделение*, представена ни от Пламен Матеев, срещаме следната задача ([1], стр. 61).

**Покупна и продажна цена.**

Кооперация „Братско дѣло“ получи отъ Бургасъ въ магазина си:

75 кгр. хамсна за 3,600 лв.  
 54 кгр. хайверъ за 5,724 лв.  
 93 кгр. маслини за 3,534 лв.  
 74 литра първ. масло за 4,218 лв.  
 • 40 кгр. сапунъ за 1,440 лв.

Освенъ това по тази доставка кооперацията направила общи разноси по 9 лв. на всѣки 100 лв. отъ покупната цена.

Да се опреѣли единичната продажна цена, си рекъ, по колко лв. „Братски трудъ“ трѣбва да продава всѣки килограмъ или литъръ отъ горнитѣ стоки, като се знае, че тази кооперация си опреѣля само 10 лв. печалба на всѣки 100 лв. дадени отъ нея.

Тази задача не е изключение, не е и с най-много данни измежду задачите от *Сметанка-та*, но е достатъчно показателна: учениците от четвърто отделение (четвъртокласниците по днешната терминология) е трябвало да се ориентират в два типа цени на стоки, зададени в два вида мерни единици, да имат идея за процент (понятието фигурира неявно) и да извършат на ръка аритметични действия с числа, които не са “нагласени”.

Авторите на учебника са имали ясна цел: учениците (в 4-о отделение!) трябва да се подготвят за обработка на данни, с които ще ги срещне социалната среда. Сега бихме казали – да придобият съответни ключова компетентност след завършване на обучението си, понеже за голямата част от учениците през двайсетте години на XX век с 4-о отделение е завършвало училищното им образование.

**Как стоят нещата в днешно време.** Днес задачи, подобни на цитираната, попаднали в учебник, биха ни изглеждали като издевателство над четвъртокласниците. Но даже в учебниците за 7-и клас няма да срещнем задачи от такъв тип. Това не е критика към учебниците, доколкото учебните програми не включват такъв материал. Не е критика и към учебните програми – те изцяло консумират времеви ресурс, предвиден за обучение по математика, включително и по статистика. Това е обосновката, че задачи, в които се оперира с голямо количество разнородна информация, трябва да намерят своето място в извънкласни форми по математика. И го намират.

**Рамка на класа “страховити задачи”.** Турнирът **Черноризец храбър** е утвърдена платформа за дидактически иновации. По наша информация до момента (2010 г.) това е единствената извънкласна форма, където последователно се развива образователен процес със средношколци за работа с голямо количество информация. Акцентът е поставен върху развитието на математически усет за класификация на данни, установяване на математически връзки между типовете данни и обработката им. Подобни изисквания правят съответните задачи от състезателната тема относително тежки. В състезателната тема те се открояват визуално с по-дългото си условие и като правило са определени априорно с по-висока от средната трудност. Поради характера на състезанието (тема от задачи с избираем отговор), учениците трябва да работят в ограничено време. Всичко това дава основание да ги наричаме *страховити задачи (monster problems)*.

**Примери.** Хронологически първата *страховита задача* е задача 21 от темата на петия турнир **Черноризец храбър**, 1997 г. ([2], стр. 37) съставена по идея на една задача от Люис Карол ([3] стр. 79).

**СЗ1.** Трима златотърсачи, работейки по 6 часа дневно, за 10 дни промили от един участък 288 г злато, като намирали средно по 2 златни песъчинки на 1 куб. дм пясък. По колко часа на ден работили други двама златотърсачи, които за 9 дни промили 180 г злато, трудейки се два пъти по-усърдно, като намирали средно по три златни песъчинки на 1 куб. дм пясък?

- А) 2 ч 5 мин    Б) 3 ч 50 мин    В) 4 ч 30 мин    Г) 6 ч 15 мин  
Д) никое от тези

**Решение.** Удобно е да въведем мярка за времето, необходимо за извършване на определена работа от един златотърсач за един час – *човекочас*, съкратено чч. Нeka златотърсачите от втората група работят по  $x$  часа дневно. Първата група е работила  $3 \cdot 6 \cdot 10 = 180$  чч, а втората –  $2 \cdot x \cdot 9 = 18x$  чч. Понеже тази група е двойно по-производителна, това се равнява на  $36x$  чч като тези на първата. Добитото количество злато е пропорционално както на изразходваното човековреме, така и на дебита на добива, който за двете групи е в отношение 2 : 3. Така получаваме съотношението  $\frac{180}{36x} \cdot \frac{2}{3} = \frac{288}{180}$ , откъдето  $x = \frac{25}{12}$  ч. *Отговор.* А).

На осемнадесетия турнир **Черноризец храбър**, 2007 г., задача 22 в темата за 7-8 клас и задача 15 в темата за 9-10 клас беше следната

**СЗ2.** В Средния адронен колайдер има два кръга за ускоряване на частици – малък, с дължина 5 км, и голям, с дължина 15 км. Енергията за обслужване на 1 км от големия кръг е с 20% повече от тази, необходима за поддържането на същите параметри в 1 км от малкия кръг. В малкия кръг протон бил ускорен до скорост 60% от скоростта на светлината, с която скорост протонът направил 3 обиколки на кръга. След това протонът навлязъл в големия кръг и бил ускорен до 75% от скоростта на светлината, като направил 4 обиколки с тази скорост. Приблизително каква енергия (в ГВтЧ) е била необходима за четирите обиколки в големия кръг, ако в малкия за трите обиколки са били изразходени 1,2 ГВтЧ. Приема се, че увеличението на енергията, необходима за поддържане на скоростта на протон от  $v_1$  на  $v_2 > v_1$ , е  $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$  пъти.

- А) 6    Б) 7    В) 8    Г) 9    Д) 10

**Решение.** Енергията, необходима за поддържане на 60% от скоростта на светлината в една обиколка на големия кръг е  $\frac{15}{5} \cdot 1,2$  от тази за една обиколка в малкия кръг. Отчитайки броя обиколки, енергията става  $\frac{15}{5} \cdot 1,2 \cdot \frac{4}{3}$ . Увеличението на скоростта води до множителя  $\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{75}{60}\right)^2 = \frac{5^2}{4^2}$ . Оттук за търсената енергия окончателно получаваме  $1,2 \cdot \frac{15}{5} \cdot 1,2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5^2}{4^2} = 9$  ГВтЧ. *Отговор.* Г).

**Математиката в “страховитите задачи”.** Първо да отбележим, че задачите от *Сметанката* [1] не спадат в класа *страховити задачи*. Те наистина оперират с относително голямо количество разнородни данни, но не са част от тема, където

факторът време е с решаващо значение. Освен това, доколкото данните в задачите от [1] са автентични, изчисленията в решенията са тежки.

В *страховитите задачи* данните са “нагласени”, за да не бъдат изчисленията пречка за решаването. Независимо от това, сърчното пресмятане играе ключова роля. Като правило математическият модел води до пропорции, в които при подходящ запис на числовите данни могат да се извършат съкращения и отговорът може да се получи с минимални технически усилия. Така “страховитото” в една *страховита задача* не е тежка математическа теория, нито обемисти математически изчисления.

Кое тогава е “страховито”? Типовете данни в *страховита задача* обикновено са поне три. При това, данните от един тип не са групирани на едно място в текста на задачата. Понякога еднотипни данни имат различна функция и са в различни мерни единици: например в С31 времето участва като часове и като дни. По този начин тежестта на задачата е в изясняването на ролята и връзките на отделните типове данни, както и в математическото тълкуване на тези връзки. Връзките между участващите величини често опират до конвенции, които са допълнително задавани: например връзката енергия - скорост в С32.

**Дидактически цели на “страховитите задачи”.** Страховитите задачи се появяват систематично в Турнира **Черноризец храбър**. При традиционно състезание, каквото е Турнирът, учениците се подготвят на основата на темите от предишни издания на състезанието. Това се констатира неявно от интереса, който се проявява към изданията на Турнира непосредствено преди ежегодното му провеждане. Системното решаване на *страховити задачи* цели пораждането и развитието на определено *математическо чувство* у ученика. Такова чувство позволява на индивида да разкрива връзки между разнородни величини, да оценява и манипулира количествено такива величини, да взема решения, базирайки се както на дедуктивни заключения, така и на здравия разум.

Важно е да се отбележи, че изграждането на математическо чувство у ученика не е свързано с натрупването на голямо количество математически знания или някакви по-специфични математически умения. Такова чувство може да е основа за по-нататъшно развитие на определена компетентност в математиката, но в контекста на страховитите задачи преследва чисто прагматични цели – да даде на индивида по-добри шансове за професионална и социална реализация в информационното общество.

**Статистика.** Цитираме резултатите по няколко страховити задачи, за да проследим развитието на математическо чувство у участници в Турнира **Черноризец храбър**. Данните след 2000 г. са само за участниците в София. Задачите са дадени с номерацията от темата за съответната година и клас. Верният отговор е даден със съответния процент.

Задача 1997(9–12 кл.)–21 (С31):  
А) **53** (8,2%); Б) 12; В) 19; Г) 17; Д) 34; неотговорили 510.

Задача 2003(7–8 кл.)–23 ([4], стр. 39):  
А) 8; Б) **108** (45,76%); В) 11; Г) 0; Д) 24; неотговорили 85.

Задача 2004(7–8 кл.)–23 ([4], стр. 60):  
А) 38; Б) 40; В) **51** (18,75%); Г) 14; Д) 9; неотговорили 120.

Задача 2006(7–8 кл.)–18 ([4], стр. 80):  
А) 29 (15,26%); Б) 11; В) 14; Г) 22; Д) 24; неотговорили 90.

Ясно се вижда, че резултатите по първата страховита задача са слаби, макар възрастовата група да е изявени ученици от 9–12 кл. В следващите години има значителен ръст на добре представилите се ученици на такива задачи в групата 7–8 клас.

**Заклучение.** Математическото чувство е свързано с индивидуалния капацитет на ученика в следните умения:

- да анализира и организира количествени данни;
- да установява какви взаимовръзки и съотношения има между данните;
- да математизира намерените съотношения;
- да организира ефективен изчислителен процес;
- да изтълкува качествено количествените резултати и да вземе обосновано решение.

Съвсем ясно е, че само със задачи от едно математическо състезание няма да се реши въпросът за подготовка на експерти, опериращи с големи количества данни, съответно имащи добре развито математическо чувство. Обаче, идентификацията на проблема вече е съществена крачка към решаването му. Маркираната методика, която тук представихме, може и трябва да намери развитие в извънкласните форми по математика.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Виолино Примо, Н. ТОДОРОВ. Сметанка за четвърто отделение. Изд. Сава Тодоров, София, 1925 г.
- [2] Й. ТАВОВ, Б. ЛАЗАРОВ. Есенен математически турнир “Черноризец Храбър” 1992–2001. ВТУ “Тодор Каблешков”, София, 2001.
- [3] Л. КЭРРОЛЛ. Логическая игра. Изд. Наука, Москва, 1991.
- [4] Б. ЛАЗАРОВ, ИВ. КОРТЕЗОВ. Есенен математически турнир “Черноризец Храбър” 2002–2006. ВТУ “Тодор Каблешков”, София, 2006.

Борислав Лазаров  
Институт по математика и информатика – БАН  
ул. Акад. Георги Бончев, бл. 8  
1113 София  
e-mail: lazarov@math.bas.bg

## VAST DATA MULTIPLE CHOICE QUESTIONS

**Borislav Lazarov**

The technical concept *sense of mathematics* is introduced. An approach to cultivate and upgrade further the student's sense of mathematics is to include special kind of tasks in multiple choice competitions called *monster problems*. The article gives an idea of how this is made in the *Chernorizetz Hrabar* Tournament in Bulgaria.

**Key words:** multiple-choice competitions, sense of mathematics, monster problems