

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2012
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2012
*Proceedings of the Forty First Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovetz, April 9–12, 2012*

АКАДЕМИК БЛАГОВЕСТ СЕНДОВ НА 80 ГОДИНИ



Честит юбилей!

**Академик Благовест Сендов –
реформатор на образованието и науката в България**
Петър Кендеров

Благовест Сендов завършва предсрочно и с отличен успех специалност математика на Софийския университет през 1956. Още като студент публикува първите си научни резултати. Въпреки острата нужда от преподаватели в университета, въпреки че е издържал конкурс за асистент и за аспирант, той е изпратен на работа като гимназиален учител по математика. Причината е политическа. Той е роден и израсъл преди 9-ти септември 1944 г. в заможна семейство. Децата, възпитани в такива семейства, са считани за неблагонадеждни и са държани настрана от преподавателска дейност в университета. Днес можем да се гордеем с гражданската доблест, родолюбие и чувство за справедливост на най-изтъкнатите представители на математическата колегия по онова време, които изпращат колективно писмо до ръководителите на държавата с предложение Благовест Сендов да бъде назначен

на работа в университета. Така от 1958 година Софийският университет се сдобива с талантлив математик, който в бъдеще ще създаде световно известна школа по Теория на апроксимациите, ще бъде избран за декан на Факултета по математика, ще провежда обновителни реформи в областта на образованието и науката, ще бъде ректор на университета, ще ръководи Държавния комитет за наука, ще председателства Българската академия на науките в един от най-тежките за нея периоди, ще е активен и нестандартен представител на политическия елит, ще представя България в редица влиятелни международни организации и в много от тях също ще се озове в първите редици.

За яркото присъствие на Сендов в научния и обществен живот могат да се чуят различни обяснения. Онова, което никой не може да отрече обаче е, че в основата на неговите изяви и успехи са изключителните му лични качества. Сред тях най-силно изпъкват способността му да улавя точно тенденциите в развитието на света, бързо да се добира до същността на проблемите и да предлага (и успешно прилага) практически реализуеми решения, които въздействат върху решавания проблем в дългосрочен план. Тези му качества го правят *подходящ човек* за най-различни дейности и обясняват впечатляващото разнообразие на неговите изяви. Не е лишен и от късмет. Подходящият човек е попаднал на *подходящо място* – математическата среда, при това – в *най-подходящия момент*. Средата е подходяща, защото при правенето на математика, идеологията и политическите доктрини не са от решаващо значение. А моментът е наистина изключителен. „Математическите машини“ вече са доказали възможностите си за ускоряване на развитието на икономиката и науката. Ясна е и ролята, която те ще играят в противоборството между двете световни политически системи по онова време: Изток – Запад. Държавното ръководство у нас е започнало да осъзнава необходимостта от подготовка на кадри в новите области, които се раждат и развиват в лоното на математиката, и започва да обръща внимание на тази наука. През учебната 1950/51 година във Факултета по математика на Софийския университет се обособява „Производствен профил“, където студентите се подготвят за изследователска дейност. В страната започват да се провеждат математически състезания и олимпиади за ученици. Появяват се спонтанно първите кръжоци и школи за решаване на задачи, които прерастват в „математически паралелки“, а по-късно и в добре познатите ни днес Природо-математически гимназии. Открива се специалност „Изчислителна математика“. От 1960 година, с цел привличане на способни млади хора към професионална реализация в тази област, започва да провеждането на извънреден конкурс, чрез който част от успешно представилите се на математическите олимпиади ученици стават студенти по математика без предварително отбиване на абсолютно задължителната по онова време двугодишна военна служба. Редица млади специалисти, в това число и Сендов, са изпратени на специализация в СССР и в други страни, където вече действат електронно-сметачните машини. Ежегодно значителен брой студенти биват изпращани да продължат образованието си във водещи университети в СССР. Открива се първият изчислителен център в страната, започва строителството на първата българска електронна сметачна машина. Укрепва и дейността на Съюза на математиците в България. Вдъхновител на тези промени е акад. Любомир Илиев, който по онова време е директор на Института по математика към БАН и ръководител на катедрата по Висш анализ във Факултета по математика на СУ. Тъкмо той издига и прилага принципа: „Нови-

те дейности – с нови хора“. Обновителните процеси обхващат цялата математическа колегия в БАН и СУ и дават възможност на много млади хора да изиявят качествата си. С особена сила това важи за Благовест Сендов, който постепенно от участник в процеса се превръща в основен двигател и инициатор на промените.

Реформаторските усилия са всекидневие в дейността на Сендов и като учен, и като ръководител. Необходимо е много повече място и време, за да бъдат описани, анализирани и оценени всички инициативи. Затова тук ще се спрем, при това доста бегло, само на три от начинанията, характерни за визията, лидерството, обхвата на дейност и енергията на Сендов. Те добре очертават желанието му да се въведат творчески и да се утвърдят в България най-напредничавите и доказали ефективността си практики, използвани отдавна в развитите страни.

Един нов модел за висше образование по математика и механика. През 1970, когато Сендов вече е декан на Факултета по математика и механика на СУ, влиза в действие „Нов модел за висше образование по математика и механика“, който съществено се отличава от всичко, практикувано в България до онзи момент. Новото образование е „степенувано и профилирано“. Степените са наречени „Блок А“, „Блок В“ и „Блок С“. След успешно завършване на „Блок А“, където обучението продължава 3,5 – 4 години, се получава диплома за завършено висше образование. След „Блок В“ (с продължителност 1,5 – 2 години) дипломата е за „магистър“, а след „Блок С“ (3 години) и успешна защита на дисертация се дава научната степен „Кандидат на науките“. По-късно последната е преименувана в „Образователна и научна степен“ доктор. Лесно е, дори само по тези формални белези, да се разпознае приликата между този Модел на образование и действащата днес у нас система за висше образование, описвана с ключовите думи „бакалавър – магистър – доктор“ и „Болонски процес“. Нека веднага напомним, че днешната система, която има англосаксонски произход, е наложена с големи усилия и огромни средства в континенталната част на Европейския съюз едва в края на 90-те години на миналия век, т.е. повече от 25 години след като е започнало използването ѝ в България.

Освен със структурните си белези, новият модел на образование по математика и механика се отличава от дотогавашното образование със солиден „текущ контрол“, който включва редовно даване (и оценяване) на домашни и провеждане на контролни работи през семестъра. Намален е броят на студентите в една група до максимум 15 души, като при това занятията се водят само сутрин и без „празни часове“. Всяка седмица на студентите се предоставят помощни учебни материали, размножени на циклостил. За всеки курс и поток се назначава отделен екип, който отговаря за всички аспекти на образователния процес – от програмата до подбора на преподавателите по отделните предмети. Чрез анонимно анкетиране на студентите се осъществява „обратната връзка“. Така кръгът на хората, които участват в процеса на вземане на управленски решения, се разширява значително. Тази своеобразна демократизация отприщва забележителна съзидателна енергия и у преподавателите, и у студентите, а и при ръководителите. Традиционните невидими стени, ограждащи и ограничаващи дейностите в различните катедри във Факултета (и секциите в Института), започват да отстъпват място на интердисциплинарното взаимодействие. И това е само един от многото странични ефекти на „Модела за висше образование“. Има и редица други нововъведения, които тласкат силно напред мотивацията и на преподавателите, и на студентите.

Да припомним, че образованието е степенувано и профилирано. Профилирането започва в „Блок В“, в който могат да влязат само студенти с висок успех от завършилите „Блок А“. В „Блок С“, аспирантурата, е засилена и утвърдена „образователната компонента“, състояща се в изучаването на не малък брой „задължителни“ и „избираеми“ курсове, които разширяват кръгозора на аспирантите и ги подготвят за ефективна изследователска работа. Има усещане за обмисленост и съзидателност на реформата, желание за съобразяване с особеностите на нашата математическа среда и конкретните условия за работа. Например, за реализацията на новия модел на математическото образование е необходимо почти да се утрои преподавателският състав във Факултета по математика и механика. Тъкмо тази необходимост е в основата на създаването и развитието на Единния център по математика и механика, обединяващ ресурсите на БАН и СУ с цел подобряване на висшето образование и засилване и разширяване на изследователската дейност. С големия си ентузиазъм, енергия и упорит труд екипът на Благовест Сендов успява да осъществи голяма промяна – и в съдържанието, и в стила на образователния процес, както и в съзнанието на участниците. Резултатите не закъсняват. Повишената дисциплина и редовната работа на студентите довежда до повишаване на успеваемостта. Изграждащите се в онзи момент териториални и ведомствени изчислителни центрове приемат с охота и благодарност питомците на Блок А. Преодолян е и традиционният за БАН недостатък – липсата на пряк и масов контакт на учените със студентите. Чрез този контакт и с помощта на съветската математическа школа за кратко време у нас се подготвят специалисти във всички модерни области на математиката и информатиката. Българската математика и информатика преживяват небивал и непознат до онзи момент разцвет, резултатите от който се виждат и днес.

Съблазнено от този успех, но без да направи съдържателен анализ на предпоставките и причините за него, държавното и партийно ръководство на страната решава да проведе аналогични реформи и в другите науки, където също биват създадени Единни центрове, без общественото развитие у нас да изисква това в онзи момент и без да са налице други важни предпоставки за успешна интеграция на БАН и СУ – например наличието на мотивирани лидери като Благовест Сендов и Любомир Илиев. След почти 10-годишни опити да бъдат наложени, след търкания и борби, става ясно, че повечето Единни центрове са неефективни. Това компрометира самата идея за тези центрове и те биват закрити. Закрит е и математическият Единен център, който дотогава е продължавал да дава добри плодове. . . С това започва едно постепенно отстъпление от завоюваните позиции и връщане към традиционните форми на обучение отпреди 1970 година. Така се стига до това днес да внасяме от европейските страни и да внедряваме, като нещо съвсем ново и непознато, образователни практики, които сме използвали преди 20 години.

Проблемна група по образованието (ПГО). В края на август 1979 година, със заповед на Министерството на народната просвета, на малък колектив, оглавяван от Сендов, е възложено написването на „експериментален буквар и математика за I-ви клас“. В колектива са имената на изтъкнати дейци на българската култура и наука, поети, езиковеди, психолози, опитни педагози. Колективът разработва и представя учебно помагало от съвършено нов и непривичен за онзи момент тип. В него са заложени и реализирани идеите за образование, при което любопитството и познавателната потребност на детето, а не принудата, са двигатели на образовател-

ния процес. Поощрява се въображението и творческото начало. Целта е да се сложат основите на трайни навици за самостоятелно учене. Най-характерен е „интегралният подход“, обединяващ неща, които до тогава в учебните програми се наричат Български език, Родинознание, Математика, Рисуване и т.н., и се изучават разграничено. Букварът е експериментиран в три пилотни паралелки с шестгодишни деца през учебната 1979–80 година. Резултатите са обнадеждаващи, обществените очаквания са високи, а реакциите изпълват цялата гама – от възторг до яростно отричане. Колективът ясно вижда, че е необходима цялостна реформа на образователната система и си дава сметка, че само Букварът няма да е достатъчен за постигане на целта. Затова на 10.02.1980 г. Благовест Сендов в Докладна записка до проф. Александър Фол, тогава министър на народната просвета, предлага в периода 1980–1985 г. към министерството и БАН да се създаде работна група, която да разработи „един от вариантите за реформа на образованието“. За да бъдат достигнати целите, казва Сендов, трябва да бъде приложена нова технология за изработка на учебна документация, за планиране, организиране и управление на единния учебно-възпитателен процес. Вариантът, който ще разработи групата, продължава Сендов, трябва да бъде „научно експериментиран и усъвършенстван в самото училище, преди да бъде внедрен“. Докладната записка съдържа подробна и детайлна програма за действие. Предложението е прието. Работата продължава повече от 10 години. Групата бързо разработва главните постановки и принципи и на тяхна основа създава добре структурирана цялостна образователна система с внушителна по обем, замисъл и оригиналност учебна документация, с добре поднесено и интересно учебно съдържание, в което компютърните технологии са естествен елемент, с нови взаимоотношения между учител и ученик, със стимулиране на самостоятелната работа на учениците. Образователният процес се фокусира не върху преподаването на готови знания, а върху усвояването на навици за самостоятелно придобиване (откриване) на необходимата информация и проникване в същността на изучавания материал. Можем само да съжаляваме, че през 1992 година ПГО е закрыта. Не се стига до продължаване на този изключителен образователен експеримент дори и след като направеното по поръчка на Министерството изследване недвусмислено показва, че учителите по системата на ПГО ученици показват по-добри резултати от тези, обучавани по традиционната система.

Образователната система на ПГО съдържа основните белези на нещо, което днес се нарича *Изследователски подход към образованието (Inquiry Based Education)*. Този подход се характеризира с усвояване от страна на обучаемите на изследователско отношение към обкръжаващия свят. Това се постига чрез фокусиране върху решаването на задачи (а не върху запомняне на факти) и активно участие на ученика в учебния процес – със задаване на въпроси, формулиране и проверка на хипотези, изпробване на различни възможности, провеждане на експерименти, работа в колектив и т.н. През последните 5 години Европейският съюз инвестира десетки милиони евро за разпространението на този метод в европейските училища, включително и в България. Отново се налага да усвояваме неща, в развитието на които България има международно признат принос.

Проектното финансиране в науката. Една от най-забележителните промени в областта на българската наука е въвеждането на проектното финансиране през 1986 г. Това става по инициатива и под ръководството на Благовест Сендов, кой-

то по това време е председател на Държавния комитет за наука. За модел служи Националният научен фонд на САЩ. На конкурсен принцип, за разработка на отделни научни проекти, се раздават значителни финансови средства. Този начин на финансиране не замества, а върви паралелно с институционалното финансиране на научните организации. За пръв път голям брой учени започват самостоятелно да управляват научни проекти и финансови средства, да купуват апаратура и литература, да пътуват и да участват в конференции в чужбина. Така демократизацията в сферата на науката изпреварва с няколко години демократизацията на българското общество, която започва през 1989 година. Опитът, придобит в управлението на проектите и работата по тях, се оказва много полезен за българската научна общност, когато се отварят възможностите за разработка на проекти в рамките на многобройните европейски програми, финансирани също на проектен принцип.

Реформаторските и лидерските качества на Сендов личат и в плодотворните му усилия за включване на България в международното научно и културно сътрудничество. Тези качества са признати и високо оценени в чужбина. Като ректор на Софийския университет, Сендов участва активно в дейността на Международната асоциация на университетите (AIU) и се издига до президент на тази организация. Мандатът му на президент е толкова успешен и впечатляващ, че е избран за пожизнен Почетен президент. По подобен начин се развива и участието му в друга престижна и влиятелна организация – Международната федерация по обработка на информацията (IFIP). След успешен президентски мандат е избран за Почетен президент. Участвал е и в ръководството на Международния съвет на научните съюзи (ICSU), както и в ръководството на Световния съвет на мира.

Академик Благовест Сендов и българският принос в Теорията на апроксимациите

Андрей Андреев

Теорията на апроксимациите като част от Математическия анализ има над 150 годишна история. Да споменем само основополагащите резултати на Карл Вайерщрас от 1885 г. и на Пафнутий Чебишов от 1854 г. По-точно, Вайерщрас доказва, че всяка непрекъсната функция в интервала $[a, b]$ може да бъде приближена с алгебричен полином в равномерната метрика с произволна точност, а теоремата на Чебишов за алтернанса характеризира напълно полинома на най-добро равномерно приближение. В теоретичен аспект това са красиви математически резултати, но за значението им за практиката може да се съди дори само по факта, че компютрите бързо пресмятат стойностите на полиномите, което ги прави удобен изчислителен инструмент.

Българската математика не остана встрани от бурното развитие на Теорията на апроксимациите в първата половина на миналия век и в лицето на академиците Никола Обрешков и Любомир Чакалов оставя забележими следи. Като студент по математика през 50-те години на миналия век Благовест Сендов изпитва директно влиянието им, както и това на други изявени личности в българската математика

като академик Любомир Илиев и чл.-кор. Ярослав Тагамлицки. Първата научна статия на Бл. Сендов "On a class of regular-monotone functions", Dokl. AN SSSR, **110**, № 1 (1956), 27–30, е представена от световноизвестния в теорията на апроксимациите математик, академик С. Н. Бернщайн. Съществено влияние върху бъдещите изследвания на Сендов оказва специализацията му през 1960–1961 по Изчислителна математика в Московския държавен университет. Изключителното влияние на идеите на Колмогоров, дейността на семинарите на С. М. Николски, С. Б. Стечкин, Д. Е. Меншов и др. поставят нови проблеми в теорията на апроксимациите. Бл. Сендов е потопен в една среда, събрала немалка част от цвета на математическата мисъл. Работейки върху проблем, поставен му от Колмогоров за ентропията в класа на непрекъснатите функции, той стига до извода, че хаусдорфовото разстояние е естествена метрика в пространството на ограничените функции. Това разстояние е въведено от Felix Hausdorff в книгата му "Grundzüge der Mengenlehre", издадена през 1914 г. и измерва близостта на две подмножества на дадено метрично пространство. По-точно, ако X и Y са две непразни подмножества на метричното пространство M с метрика d , то Хаусдорфовото разстояние $r(X, Y)$ между множествата X и Y се дефинира с

$$r(X, Y) = \inf_{\epsilon > 0} \{X \subseteq Y_\epsilon, Y \subseteq X_\epsilon\},$$

където

$$X_\epsilon = \bigcup_{x \in X} \{z \in M; d(z, x) \leq \epsilon\}.$$

С използването на хаусдорфовото разстояние се поставят основите на самостоятелен клон в теорията на апроксимациите. Първият основен и красив резултат, получен от Бл. Сендов през 1964 в докторската му дисертация е, че в интервала $[-1, 1]$ функциите

$$s(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$$

$$\delta(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0. \end{cases}$$

(а и всяка ограничена функция) могат да бъдат приближени в Хаусдорфова метрика с алгебричен полином от степен n с точност $\text{const.} \frac{\log n}{n}$. Той доказва, че тази оценка не може да бъде подобрена. За силата на тези резултати говори поканата към Бл. Сендов да ги представи в руското списание „Успехи Математических Наук“ през 1969 г.

През 1973 г. в Journal of Approximation Theory, 9 (1973), Бл. Сендов заедно с Васил Попов доказва следната теорема:

Съществува абсолютна константа C такава, че за всяка ограничена функция f в интервала $[a, b]$ и всяко $\alpha > 0$, най-доброто хаусдорфово приближение $r_n([a, b], \alpha; f)$ на f с полиноми от степен n в интервала $[a, b]$ с параметър α удовлетворява неравенството

$$r_n([a, b], \alpha; f) \leq C\omega(f; n^{-1}) \frac{\ln(e + \alpha.n.\omega(f; n^{-1}))}{1 + \alpha.n.\omega(f; n^{-1})}.$$

При $\alpha \rightarrow 0$ горната оценка е обобщение на знаменитата теорема на Джексън от 1911 г. за скоростта на приближение на непрекъснати функции с полиноми.

Базов източник на информация за приближенията на функции в хаусдорфова метрика е монографията на Бл. Сендов "Hausdorff approximations", Kluwer Acad. Publ., 1990.

В резултат на изследванията върху хаусдорфовите приближения Бл. Сендов и учениците му въвеждат нова характеристика на функциите, така наречения τ -модул:

$$\tau_k(f; \delta) = \left\{ \frac{1}{b-a} \int_a^b (\omega_k(f, x; \delta))^p dx \right\}^{\frac{1}{p}}, \quad p \geq 1,$$

където

$$\omega_k(f, x; \delta) = \sup \left\{ |\Delta_h^k f(t)| : t, t + kh \in [x - \frac{k\delta}{2}, x + \frac{k\delta}{2}] \cap [a, b] \right\}.$$

Този модул позволи редица оценки на грешката в числените методи за решаване на диференциални уравнения, в квадратурните формули и в сплайн-интерполациите да бъдат получени при значително по-слаби изисквания за гладкост на участващите функции. Модулът намери естествено приложение и при оценката на скоростта на сходимост на линейните положителни оператори, използващи дискретни стойности. Само да споменем, че класическият оператор на Бернщайн, намиращ редица приложения в теоретичен и практически аспект, особено компютърните му приложения в графиката,

$$B_n(f; x) = \sum_{k=0}^n f(k/n) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k},$$

също попада в тази група от оператори. Резултатите, свързани с τ -модулите са изложени в монографията „Усреднени модули на гладкост“, БАН, 1983 г., написана съвместно с В. Попов и издадена 5 години по-късно от издателствата „МИР“, Москва и John Wiley&Sons, New York.

Удивителна е интуицията на Бл. Сендов в две направления:

- първо направление – да предлага нови клонове в теорията на апроксимациите, които се оказват привлекателни за редица математици;
- второ направление – да подлага на съмнение резултати, които на пръв поглед са неподобряеми.

Към първата група, освен хаусдорфовите приближения, спадат и въведените през 1971 г. от него „Параметрични приближения“. Бл. Сендов доказва, че параметричното приближение на функцията $|x|$ на интервала $[-1, 1]$ е $(3 + 2\sqrt{2})^{-n}$. Знаменитият резултат на американския математик Donald J. Newman от 1979 г. за рационалното приближение на $|x|$ дава значително по-слаб порядък – $e^{-c\sqrt{n}}$. И двата подхода използват при приближението два полинома от степен n .

Типичен представител на втората група научни резултати са тези получени в резултат на изследванията на Бл. Сендов върху константата на Whitney. През 1957 г. Whitney доказва, че за всяко цяло $n > 0$ съществува константа W_n такава, че за

всяка ограничена функция $f : [a, b] \rightarrow R$ съществува полином P_{n-1} от степен $n - 1$, за който

$$\|f - P_{n-1}(f)\| \leq W_n \cdot \omega_n \left(f; \frac{b-a}{n} \right),$$

където $\omega_n(f; \delta)$ е n -тия модул на непрекъснатост на функцията f . Първоначалната оценка за W_n е от порядъка n^n и в математическите среди се считаше, че порядъкът не е по-малък от C^n . Бл. Сендов изказва хипотезата, че $W_n = 1$. За историята и борбата с константата на Whitney нека погледнем как и от кого е подобрявана оценката и да оставим без коментар долната таблица.

year	name	$W_n \leq$
1964	Brudnyi	$C \cdot n^{2n}$
1985	Ivanov–Takev	$C \cdot n \cdot \ln n$
1985	Binev	$C \cdot n$
1985	Sendov	C
1986	Sendov	6
1989	Kryakin	3
1995	Kryakin	2

През 1959 г. Бл. Сендов, като асистент на академик Н. Обрешков, изказва пред него една хипотеза, която става известна през следващите 50 години като „Хипотезата на Сендов“. Тази хипотеза изследва взаимното разположение на корените на алгебричен полином и корените на производната му. Хипотезата гласи, че за полинома

$$P(z) = (z - r_1)(z - r_2) \dots (z - r_n),$$

чиито корени r_1, \dots, r_n са в единичния кръг $|z| \leq 1$, всеки от n -те корена на P е на разстояние не повече от 1 от някой корен на производната на полинома. От класическата теорема на Gauss-Lucas, която е естествено обобщение на добре известната теорема на Rolle от 1691 г., следва, че всички корени на P' са в единичния кръг, но хипотезата на Сендов очевидно прецизира разположението на корените на полинома и производната му. За интереса към хипотезата говори фактът, че досега са публикувани над 100 статии по този въпрос, включително и от редица български математици. Въпреки, че хипотезата е „почти“ доказана, този математически проблем, който изпъква с простата си формулировка, заради която може би е и така привлекателен, остава недоказан.

За интереса на Бл. Сендов да бъде в крак със съвременните тенденции в математиката, в частност теорията на апроксимациите и компютърните ѝ приложения, говорят изследванията му в последните години в областта на мултирезолуционния анализ, компресията на данни и обработката на образи.

Със своя ентузиазъм, нови идеи, интуиция и висок професионализъм Бл. Сендов определено създаде българска школа в теорията на апроксимациите, която се радва на международно признание. Доказателствата за това твърдение могат да се намерят в:

- организирането в България на 9 международни конференции по теория на апроксимациите в периода 1970–2011 г. В тях са участвали почти всички водещи

математици в областта от Европа, Азия и Америка;

- Бл. Сендов подготви десетки математици, които са били или в момента са лидери в областта си както у нас, така и в редица университети в Европа и Америка. Негови докторанти са били:
Васил Попов, Васил Веселинов, Тодор Боянов, Борислав Боянов, Светослав Марков, Спас Ташев, Георги Илиев, Панайот Василевски, Таня Костова, Христо Джиджев, Милко Такев;
- през 1995 г. в САЩ се учредява награда на името на Васил Попов, първият и може би най-талантливият ученик на Бл. Сендов, която се дава на всеки 3 години на млади учени в областта на апроксимациите. Тя е била присъждана на Albert Cohen (Париж), Arno Kuijlaars (Холандия), Emmanuel Candès (Станфорд), Serguei Denisov (Уисконсин-Медисон) и Mauro Maggioni (Дюк). На 13-тата Международна конференция по теория на апроксимациите, Сан Антонио, Тексас, март 7–10, 2010, наградата е присъдена на Joel Tropp от Калифорнийския технологичен институт.

Академик Благовест Сендов и изчислителната математика в България

Стефка Димова

Историята на изчислителната математика в България (така, както използваме този термин днес) започва през учебната 1959/60 г., когато Любомир Илиев открива първата двугодишна специализация по Изчислителна математика към ръководената от него Катедра по висш анализ във Физикоматематическия факултет на СУ. Тя е избираема за студентите от III курс, специалност математика, постъпили през учебната 1957/58 г. Първите лекции по Числени методи се четат през есента на 1959 г. от ст. ас. Благовест Сендов. Измежду слушателите са Румена Калтинска, Мара Апостолова, Светла Милушева, Илия Цветанов, Захари Златев, Димитър Шишков, Веселин Спиридонов, Георги Пенчев. Споменавам тези и други имена по-долу, за да покажа, че именно от тук са излезли бъдещите специалисти по изчислителна математика и информатика, голяма част от които не само стигнаха далеч в собственото си развитие, но и сами създаваха нови поколения специалисти в тази област. Те бяха и кадрите, които попълниха нуждите от специалисти в ИМ с ИЦ при БАН, в отделения се от него Централния институт по изчислителна техника (ЦИИТ), впоследствие в КЦИИТ, във ведомствените и в регионалните изчислителни центрове.

През учебната 1960/61 г. Любомир Илиев изпраща Бл. Сендов на специализация по изчислителна математика в МГУ. Там Бл. Сендов работи на руската ЕСМ Сетунь, която използва троична бройна система. Бл. Сендов преработва и подобрява всички подпрограми за тази машина. След завръщането си той чете и лекции по програмиране. Те започват през летния семестър на 1961/62 г. Слушатели са и 25 студента от випуск 1958/59 г., приети с конкурс в специализацията Изчислителна математика (по-късно преименувана в специализация „Изчислителна математика и програмиране на ЕИМ“). От тях през 1963 г. завършват 14, измежду които Рашко

Ангелинов, Емил Бончев, Георги Русинов, Стефка Димова, Дора Карабаджакова, Елена Вранска, Георги Петков, Мими Келбечева. Някои от тях, както и няколко души от предишните два випуска, са от първите кадри на създадения през 1961 г. Изчислителен център към Математическия институт на БАН. Един от първите на щат в ИМ с ИЦ е Бл. Сендов.

През същата учебна 1961/62 г. Бл. Сендов създава и първия студентски семинар по изчислителна математика. Той поставя дузина задачи пред студентите. Шестимата, представили решения на някои от задачите, през есента на 1962 са изпратени да продължат образованието си в МГУ, специалност Изчислителна математика и кибернетика: Тодор Боянов, Стоян Бъчваров, Радостин Иванов, Васил Коларов, Петър Петров и Израел Митрани.

От януари 1962 г. до края на 1963 г. в ИМ с ИЦ се осъществява един от най-амбициозните проекти на Любомир Илиев – конструирането на първата българска цифрова електронно-изчислителна машина „Витоша“ с програмно управление. Отговорник за софтуера е Бл. Сендов, проектирал математико-логическата ѝ част.

През 1963 г. в ИМ с ИЦ е създадена секция Числени методи с ръководител Бл. Сендов. В следващите години тя се попълва с талантиливи млади хора, които под ръководството на Бл. Сендов оформят един силен и сплотен научен колектив. Според предназначението на ИЦ – да бъде изчислително звено на цялата Академия, и поради наличието от есента на 1964 г. на машината „Минск-2“, в секцията се решават множество приложни задачи. През юли 1963 г. към секцията е сформирана група по Автоматизация на програмирането с ръководител Петър Бърнев, която прераства в самостоятелна секция през 1968 г.

През учебната 1968/69 г. в Математическия факултет е създадена Катедра по изчислителна математика (наследник на сектор Изчислителна математика към Катедрата по висш анализ) с ръководител Бл. Сендов и специализацията Изчислителна математика вече се ръководи от нея.

В края на 1970 г. се осъществява идеята на Любомир Илиев и Благовест Сендов за интегриране на образованието и науката – създаден е Единният център за наука и подготовка на кадри по математика и механика (ЕЦНПКММ, по-късно ЕЦММ). Бл. Сендов е първият ръководител на сектор „Изследване на операциите“ (от 1970 до 1978). От 1973 г. той е ръководител и на сектор „Математическо моделиране“, сформиран през 1970 г. от секция „Числени методи“ на ИМ с ИЦ и Катедрата по изчислителна математика на Факултета по математика. В сектора се създават и изследват математически модели в икономиката, биологията, медицината, химията, астрономията. Под ръководството на Бл. Сендов се създава и развива българската школа по теория на апроксимациите. Изграждат се специалисти в направленията числен анализ, числени методи за решаване на диференциални уравнения, функционален анализ, аналитична теория на числата. С активното съдействие на Бл. Сендов се използват всички възможности за научното израстване на сътрудниците – специализации в най-силните институти на Русия (тогава СССР) и при възможност на запад, както и широко участие в научни форуми.

С всичко казано до тук отдаваме дължимото на акад. Бл. Сендов като **основоположник на изчислителната математика в България във всичките ѝ аспекти: организация, подбор на кадри, обучението им, грижа за развитието им.**

В едно свое интервю Бл. Сендов казва: „Не е достатъчно човек да знае само към какво върви – той трябва да знае от къде иде.“ Тази страст да намери корените и да отдаде дължимото на първопроходците му дава възможност да „преоткрие“ Чарлз Бабедж, бащата на автоматичните сметачни машини, да накара англичаните да го оценят и да поставят паметна плоча на мястото, където е живял. Тази изследователска страст го довежда и до Джон Атанасов, който получи в България първото признание на голямата си заслуга за развитието на съвременната изчислителна техника.

Изкусен лектор и увлекателен разказвач, Бл. Сендов прави много за популяризиране на изчислителната математика и техника, на техните идеи и постижения. Освен книгата „Джон Атанасов: Електронният Прометей“, УИ „Св. Кл. Охридски“, 2003 г., ще отбележим изданията, първи по рода си у нас: „Машини – помощници на човешкия ум“, С., Народна просвета, 1963 г.; „Електронни сметачни машини (с описание и инструкция за програмиране на „Минск-2“).“ С., Техника, 1966 г., в съавторство с Д. Богданов, П. Бърнев, В. Василев; „Изчислителна математика – стара и нова“. С., Наука и изкуство, 1972 г. В съавторство с В. Попов са първите учебници по числени методи за студентите от ФМИ, които излизат през 1976 г. (I част) и 1978 г. (II част). През 1996 г. Бл. Сендов прави преработено и допълнено издание на първата част.

Би било пропуск да не се отбележат и **научните приноси** на Бл. Сендов в областта на изчислителната математика, и специално в числените методи. Разбира се трябва да отчетем факта, че числените методи са необходим инструмент при изследване на математическите модели, при проверка на теоретични резултати и хипотези. Така те присъстват в много от изследванията на Бл. Сендов в областта на математическото моделиране в биологията и теория на апроксимациите. Вече беше отбелязано използването на въведените от Бл. Сендов локални и усреднени модули на гладкост за получаване на оценки на грешката в мрежовите методи за решаване на диференциални уравнения, в квадратурните формули и в сплайн-интерполациите при съществено по-слаби изисквания за гладкост на участващите функции.

Тук ще отбележим негови резултати в две направления.

Фрактални методи за компресия на изображения. В цикъл от 11 работи (2 от които съвместни с Пенчо Маринов), е предложен и реализиран нов метод за компресия на изображения, основаващ се на фрактални базисни функции. Той обединява най-добрите свойства на компресията с уейвлети и на фракталната компресия, използваща итерирани функционални системи. Намерен е клас от функции, които генерират ортонормирани системи чрез трансформации от типа на Haar и Walsh. Този клас зависи от $s(2^n - 1)$ на брой параметъра, където s е броят на нивата (проекции) на обекта, състоящ се от 2^{ns} пиксела ($n = 1, 2, 3$), където n е размерността на сигнала. Подходящият избор на параметрите е използван за адаптиране на ортонормалния базис към приближаваната функция. Предложен е метод за намиране на така наречената „стартова функция“, която играе ролята на константата 1 като първа функция в класическите ортонормирани системи. За намирането ѝ се решава система нелинейни уравнения с метод от тип на Нютон с квадратична скорост на сходимост. Ентропията на Фуриеровите коефициенти, получени при използване на този базис, е по-малка от ентропията им при използване на други методи.

Нули на полиноми. Освен споменатата вече „хипотеза на Сендов“ ще отбележим метода за приближено пресмятане на всички положителни нули на алгебричен полином с реални коефициенти (Изв. ВУЗ, Математика, 1974 г.). Получените асимптотични оценки за положителните нули се основават на един забравен резултат на Поанкаре, определящ броя на положителните нули чрез броя на вариациите в редицата от коефициентите на един помощен полином. Предложението от Бл. Сендов метод е лесен за програмиране и намира елегантни приложения при отделяне на съществените решения в задачи от финансовата и застрахователната математика.

**Академик Благовест Сендов –
пионер в математическото моделиране в България:
приноси в биоматематиката и интервалния анализ**

Светослав Марков

Биологията е важна област на приложения на математиката. Бл. Сендов има значителни постижения в областта на математическото моделиране в биологията, както и в едно елегантно средство за математическо моделиране – Интервалния анализ, който е тясно свързан с Хаусдорфовите апроксимации.

Приноси в биоматематиката. През периода 1965–1971 год. Бл. Сендов си сътрудничи активно с д-р Р. Цанев, изтъкнат български учен – световно известен специалист по молекулярна биология.

През лятото на 1965 година Сендов и Цанев започват съвместно работа върху предложението от д-р Цанев хипотетичен механизъм на клетъчна пролиферация, диференциация и карциногенеза. Целта, която си поставят двамата учени, е да се установи дали е възможно да съществува такъв механизъм, основан на взаимосвързани гени, които контролират биологичните процеси. Идеята е този механизъм да се опише математически и с помощта на компютърни симулации да се провери дали резултатите от модела имат връзка с реално наблюдаваните. През следващите няколко години двамата имат продължителни дискусии върху съставянето на математически модел. Бл. Сендов съставя алгоритъм и провежда многобройни компютърни експерименти – изразходвано е огромно количество компютърно време. Спомням си, че в продължение на месеци и години Бл. Сендов смяташе „задачата за черния дроб“ до късно вечер на компютъра Минск-2 в Института по математика.

Основният резултат от направените изследвания е изводът, че клетъчната диференциация се управлява от един допълнителен независим източник на информация, отделен от генетичната информация, наречен епигенетичен код. С помощта на механизма на епигенетичния код се обясняват редица свързани биологични процеси. В продължение на няколко години са публикувани голям брой статии в престижни издания, измежду които четири публикации в реномираното списание *Journal of Theoretical Biology*, една обзорна статия в *Успехи Математических Наук* и една монография на руски език.

Изследванията на Сендов и Цанев могат да се разделят на четири последователни етапа. На първия етап се съставя модел на растежа на еукариотни клетки,

тръгвайки от известния модел на Jacob-Monod, основан на свързани оперони с две състояния: репресия и дерепресия. Математически моделът е система от нелинейни диференциални уравнения с прекъснати десни части. Важна роля играе пропускливостта на ядрената мембрана, която зависи от състоянието на клетката. Целта на този първи модел е да се установи дали е възможно да се подберат параметрите на моделната система от синхронизирани клетки, които се делят и си взаимодействат помежду си посредством вещества, преминаващи през мембраните, по такъв начин, че да се постигне стабилно състояние (хомеостазис). Компютърните експерименти показват, че това е възможно при съответен подбор на параметрите на модела. Получените резултати се сравняват с наблюдения върху епидермална тъкан и показват добро съответствие.

На втория етап Сендов и Цанев конструират модел на система от несинхронизирани клетки, имитиращи черен дроб. Отново е използвана идеята за репресия-дерепресия. И при този модел е налице добро сходство с експериментални наблюдения, особено по отношение на реакцията на системата след „частична хепактомия“.

Третият етап включва разработване на математически модел на клетъчна диференциация. Тук моделът е усложнен, като е добавен механизмът на блокиране и деблокиране на оперони. Така опероните имат вече четири състояния: репресиран-блокиран, репресиран-деблокиран, дерепресиран-блокиран и дерепресиран-деблокиран. Оперонът е активен само в последното състояние. Всяка клетка в модела има осем оперона, от които един митотичен, който отговаря за клетъчното деление, и седем функционални. Когато е активен оперонът може да репресира или деблокира друг оперон. Връзките между опероните се задават с една матрица, която се интерпретира като епигенетичен код. Така опероните в клетката образуват генетична мрежа. Различните типове клетки в организма носят една и съща генетична информация, но се различават по резултата от действието на епигенетичния код, който задава множеството от блокирани оперони. За простота тримерната структура на живия организъм е сведена до цилиндрична форма, като по този начин задачата става двумерна. С помощта на този моделен организъм, наречен „цилиндрос“, са демонстрирани процеси като ембрионално развитие, клетъчна диференциация, вегетативна репродукция, стволова ембриогенеза и карциногенеза. Цилиндросът се описва със система обикновени диференциални уравнения от първи ред с прекъснати десни части, като броят на уравненията в системата се мени с времето.

На четвъртия етап Бл. Сендов се занимава с изследването на тази система обикновени диференциални уравнения за устойчивост. Това е нова и интересна математическа задача, която е изследвана в две самостоятелни публикации на Бл. Сендов. Той показва, че системата диференциални уравнения е неустойчива, когато броят на уравненията клони към безкрайност, което състояние се интерпретира физиологично като канцерогенеза.

Работите на Сендов и Цанев са типичен пример за тясно взаимодействие между двете науки биология и математика. От една страна биологията „печели“ от математиката, от друга страна „печели“ и математиката, тъй като се появяват нови интересни математически задачи и нови средства за тяхното решаване.

Приноси в интервалния анализ. В моделите на Сендов и Цанев на много места се появяват на части непрекъснати функции (наричани още частично непрекъснати). Известен е интересът на Бл. Сендов към такива функции. Може да се

предположи, че този му интерес го е довел до многобройни нови резултати около тези функции и по-специално до разработената от него цялостна „Теория на хаусдорфовите приближения“. В тази теория важна роля играят т. нар. хаусдорфово-непрекъснати функции, които са апарат за работа с на части прекъснати функции, а също така и частен случай на интервални функции.

Изследванията в областта на интервалния анализ бяха инициирани през периода 1976–1980 год. от Бл. Сендов, който обърна внимание на възможността за приложение на интервалната аритметика в теорията на хаусдорфовите приближения на функции.

Бл. Сендов притежава изключителната способност да формулира трудни математически задачи, за чието решаване са нужни многогодишни усилия. Неговият интерес към хаусдорфово-непрекъснатите функции е един от изворите на такива трудни задачи. Като пример да споменем задачата за приближаване на функцията „скок“ известна още като функция на Хевисайд, с която Сендов започва да се занимава около 1960 год. Тази задача е атакувана от него и негови ученици в продължение на 2–3 десетилетия. Така например, един важен резултат, отнасящи се до приближаването на скока, е получен тридесетина години по-късно, вж. К. Ivanov, V. Totik, *Fast decreasing polynomials, Constructive Approximations* **6** (1990), 1–20.

Една от многобройните задачи, свързани с хаусдорфовите апроксимации, е да се търсят връзки с интервалния анализ. Такива важни връзки бяха установен четири десетилетия по-късно. Ето накратко как се развиха усилията в това направление.

На един от семинарите по Теория на апроксимациите през 1975 година Бл. Сендов изнесе една обзорна лекция за интервалния анализ и раздаде отпечатъци от статии на Т. Сунага, Х. Рачек и Г. Шрьодер. В следващите няколко години той се занимаваше активно с интервален анализ. Сендов дефинира т. нар. S-граница и S-производна на интервална функция — понятия, тясно свързани с теорията на хаусдорфово-непрекъснатите функции. Около тази тематика Сендов публикува няколко статии (Sendov, Bl., *Segment arithmetic and segment limit*. C. R. Acad. bulg. Sci., 1977, **30**, 955–968; Sendov, Bl., *Segment derivatives and Taylor's formula*. C. R. Acad. bulg. Sci., 1977, **30**, 1093–1096; Sendov, Bl., *Some topics of segment analysis*. In: *Interval Mathematics'80* (Ed. by K. Nickel), Academic Press, 1980, 236–245.) В тези статии той изгради цялостна теория за анализ на интервални функции. Изследванията му в областта на интервалния анализ бяха продължени от негови ученици и последователи (С. Марков, Н. Димитрова, Р. Ангелов и др.) като през следващите години бяха получени редица нови резултати и бяха публикуваха голям брой научни статии.

Изследванията около връзките на хаусдорфово-непрекъснатите функции и интервалния анализ бяха активизирани през последното десетилетие благодарение на едно ново тяхно свойство, установено през 2004 г. от Румен Ангелов. Той забелязва, че множеството от хаусдорфово непрекъснатите функции е пълно по Дедекиндово отношение обичайната наредба. Да отбележим, че познатите функционални пространства, като пространството от непрекъснати функции, пространствата на Соболев, и др. с много малко изключения са непълни относно наредбата. По този начин се откри възможност чрез множеството от хаусдорфово непрекъснати функции да се решат редица отворени задачи в Реалния анализ и в общата теория на ЧДУ. Едно важно приложение е въвеждането на алгебрични операции с хаусдорфово непрекъс-

нати функции и тяхното приложение за числени пресмятания.

Трябва да се отбележи, че хаусдорфово непрекъснатите функции са специален клас интервални функции. Добре известно е, че интервалните структури изобщо не образуват линейно пространство. Затова фактът, че алгебричните операции в множеството на непрекъснатите функции могат да бъдат продължени върху множеството от хаусдорфово непрекъснати функции така, че последното да е линейно пространство, е много значим. В няколко съвместни работи с Бл. Сендов беше показано, че пространството от (крайни) хаусдорфово непрекъснати функции е най-голямото линейно пространство от интервални функции. Получените резултати бяха приложени към числени пресмятания.

На прага на деветото си десетилетие академик Благовест Сендов дава заразителен пример за творческо дълголетие, родолюбие и пълноценно участие във всички аспекти на научния и обществен живот в България. Да му пожелаем здраве и творчески успехи и занапред!

Петър Кендеров
Андрей Андреев
Светослав Марков
Институт по математика и информатика
Българска академия на науките
ул. Акад. Г. Бончев, бл. 8
1113 София
e-mail: kenderovp@cc.bas.bg
e-mail: aandreev@math.bas.bg
e-mail: smarkov@iph.bio.bas.bg

Стефка Димова
Факултет по математика и информатика
Софийски университет „Св. Кл. Охридски“
ул. Дж. Баучер № 5
1164 София
e-mail: dimova@fmi.uni-sofia.bg