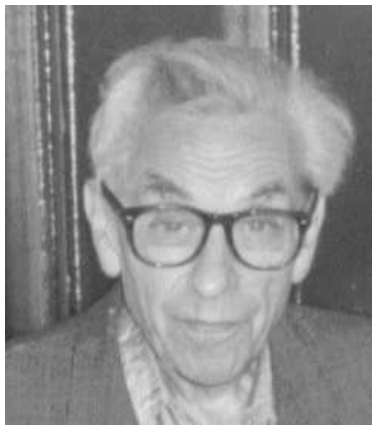


*МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2013
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2013
Proceedings of the Forty Second Spring Conference
of the Union of Bulgarian Mathematicians
Borovetz, April 2–6, 2013*

СТО ГОДИНИ ОТ РОЖДЕНИЕТО НА ПОЛ ЕРДЬОШ

Иван Ланджев

В настоящата статия са описани най-важните моменти от живота на известния унгарски математик Пол Ердьош.



На 26.03.2013 г. се навършват сто години от рождението на Пол (Пал) Ердьош. Считан за легенда от едни, отричан от други, той без съмнение е емблематична фигура за математиката на XX век. Ердьош е модел на математика като такъв: той живее в стоическо пренебрежение към успеха и личните удобства, но гори в математиката, намира се в състояние на постоянно удивление от нея, поставя задачи, решава задачи (свои и чужди), обменя мнения, изказва хипотези и всичко това в непрекъснато движение между страни и континенти. Автор на над 1500 статии с над 500 съавтори, той има съществен принос към редица дялове на математиката като теория на числата, теория на вероятностите, теория на апроксимациите, геометрия, теория на множествата, но преди всичко към комбинаториката.

В продължение на повече от 60 години Ердьош е най-известният решавач на задачи в света. Наричан е „източноевропейския Рамануджан“, „съвременния Ойлер“, „Моцарт на математиката“ и тези прозвища без съмнение отразяват важни страни на неговата личност. Но Ердьош има и уникалния талант да поставя задачи. Това са дълбоки проблеми, чието решаване хвърля светлина върху математическия пейзаж

в различни области. Джан-Карло Рота казва някъде, че дори най-великите математици разчитат на един-два трика в творчеството си. Ако се отнесе тази мисъл към творчеството на Ердьош, то тези ще са несъмнено елементарните и вероятностните методи. Ердьош дава десетки доказателства, че елементарните методи много често успяват, противно на всички очаквания. Колкото до вероятностните методи, днес никой не отрича, че те могат да бъдат забележително ефективни при атакуване на основни въпроси в различни области на математиката, нямащи нищо общо с теория на вероятностите.

Пол Ердьош е роден на 26.03.1913 г. в Будапеща, тогава в Австро-Унгария. Родителите му, Анна и Лайош Ердьош, са учители по математика и физика. Раждането на Пол е белязано от трагедия. Двете му по-големи сестри, Клара и Магда, на 3 и 5 години, заболяват от скарлатина и умират дни преди неговото раждане. Това обяснява особената загриженост към Пол, която проявяват неговите родители през цялото му детство. Той дълго време не посещава училище и е обучаван от майка си, а от три до шест годишна възраст има немска гувернантка.

В годините преди Първата световна война Будапеща е най-комфортното място в Европа за едно еврейско семейство. От средата на XIX век Хабсбургите водят политика на приобщаване на унгарските евреи. Това се окуражава и от унгарската аристокрация, която е малцинство в Империята. Асимилацията се стимулира с даване на благороднически титли на по-издигнатите евреи. Такава титла получава през 1913 г. банкерът Макс фон Нойман – баща на математика Джон фон Нойман. Много еврейски семейства приемат унгарски фамилии. Така родителите на Пол заменят името Енглендер с Ердьош, което означава „залесен“ на унгарски (от erdő – гора).

С избухването на Първата световна война бащата на Пол е мобилизиран в Австро-Унгарската армия. Скоро след това той попада в плен на руснаците и е изпратен в Сибир. Оттам Лайош Ердьош се връща след шест години. След безусловната капитулация на Унгария тя е провъзгласена за република (16.11.1918 г.). През март 1919 г. властта минава в ръцете на комунистите на Бела Кун, който по време на пленничеството си попада под влияние на идеите на Ленин. По това време Анна Ердьош се издига до директор на училището, в което преподава. Когато десните в страната призовават на обща стачка срещу режима на Кун, тя отказва да се присъедини и продължава занятията „за да не страда образованието на децата“. Когато след няколко месеца властта е взета от адмирал Миклош Хорти, тя е уволнена и никога вече не преподава.

Пол не посещава начално училище и учи вкъщи с майка си. През 1922 г. той е записан в гимназията Тавасмезьо, в която е частен ученик през първата година, редовен – през втората и третата, и отново частен през четвъртата. По-нататък той е прехвърлен в гимназията Сент Ищван, където баща му е главен учител. През цялото време Пол продължава да взема уроци от родителите си. Младият Ердьош става усърден читател на KözMaL (Középiskolai Matematikai Lapok) – средношколско списание, издирващо ученици с талант за математика. То е основано през 1895 г. от Даниел Арани, прозорлив млад човек, който цели с негова помощ да повдигне нивото на математиката в Унгария. Централна рубрика в KözMaL е едногодишен конкурс по математика. В нея всеки месец се публикуват задачи за различните въз-

растови групи, читателите представят решения и най-добрите от тях се публикуват с имената на авторите им. Любовта на Ердьош към математиката се подхранва от интересните задачи в списанието. Известен е случай, при който единствените, представили решение, са Ердьош и Пол Туран. То е публикувано с техните имена и може да се счита за първата „съвместна работа“ на Ердьош. В следващите 50 години двамата ще бъдат най-близки приятели и сътрудници.

На 17-годишна възраст Пол Ердьош се записва в Университета Пазмани Петер – научния университет на Будапеща¹. Там той се присъединява към група от около дузина младежи, посветили се на математиката. Тази група включва Пол Туран, Тибор Галаи, Дежьо Лазар, убит по-късно от нацистите, Дьорд Секереш, Естер Клайн, Ласло Алпар, Марта Швед. От професорите на Ердьош изпъкват анализът Липот Фейер² и Денеш Кьониг – човекът въвел Ердьош в теория на графите. В отговор на въпрос на Кьониг, зададен на лекции през 1931 г. Ердьош обобщава теоремата на Менгер за безкрайни графи. Доказателството на този резултат не е публикувано, но е включено в класическата монография [7] на Кьониг от 1936 г.

Ердьош написва първата си статия още като първокурсник [1, 3]. Тя е посветена на постулата на Бертран: за всяко $n \geq 1$ съществува просто число p , удовлетворяващо $n < p \leq 2n$. Този постулат е доказан най-напред от Чебишов, но доказателството му е доста сложно. През 1919 г. Рамануджан³ дава значително по-просто доказателство, а малко по-късно Ландау във *Vorlesungen über Zahlentheorie* представя съвсем просто доказателство на твърдението, че за някакво $q > 1$ и всяко $n \geq 1$ съществува просто число между n и qn . За съжаление числото q в доказателството на Ландау не може да бъде равно на 2. В своята първа статия Ердьош усилва аргумента на Ландау и дава просто и елементарно доказателство на постулата на Бертран. През 1932 г. Бройш, ученик на Исая Шур, обобщава постулата на Бертран за прости числа от вида $3n \pm 1$ и $4n \pm 1$. Той доказва, че за всяко цяло $m \geq 7$ съществуват прости числа от този вид между m и $2m$. Ердьош дава елементарно доказателство на теоремата на Бройш като я усилва и за други аритметични прогресии. Тези резултати влизат в докторската му дисертация, която той пише през втората година на следването си. По това време Шур преподава на лекции теория на числата в Берлин и включва в тях новото доказателство на постулата на Бертран, дадено от Ердьош.

По време на следването си Ердьош започва кореспонденция с математици от Англия: Луис Мордел от Манчестър и Ричард Радо и Харълд Дейвнпорт от Кеймбридж. По-късно тримата стават близки приятели на Ердьош. През 1934 г. Ердьош

¹През 1920 г. Миклош Хорти въвежда противоеврейски закони, подобни на тези, които въвежда Хитлер 13 години по-късно в Германия. Прословутият *Numerus Clausus* ограничава приема на евреите в университетите до 6%, което е тяхната част в цялото население на Унгария. Жертва на този закон е Пол Туран, който няколко години поред не е допускан до университета. През 1928 г. ограниченията са намалени. Така победителите от националните състезания си допускат в колежа без оглед на религиозната им принадлежност и без полагане на конкурсни изпити. Така Ердьош се записва през 1930 г. в Университета Пазмани Петер.

²Интересен е списъкът на докторантите на Фейер. Освен Пол Ердьош той включва Джон фон Нойман, Пол Туран, Дьорд Пойа, Тибор Радо (да не се бърка с Ричард Радо), Ласло Калмар, Марсел Рийс, Габор Сегьо, Михаел Фекете.

³Унгарски колега обръща внимание на Ердьош, че Рамануджан е публикувал през 1919 г. доказателство на постулата на Бертран [8]. Ердьош прочита доказателството и е възхитен от аргументите на Рамануджан. През живота си Ердьош изнася два пъти лекции в Индия. И в двата случая той дарява хонорарите си на вдовицата на Рамануджан, с която никога не се среща.

завършва университета и приема покана от Мордел да замине за Манчестър. Той напуска Унгария през есента на същата година. На 01.10.1934 г. Ердьош е посрещнат на гарата в Кеймбридж от Радо и Дейвънпорт. На следващия ден Ердьош се запознава с Харди и Литълуд. В Манчестър Ердьош получава т.нар. Bishop Harvey Fellowship, а по късно и Royal Society Fellowship. Той работи под ръководството на Мордел и пише статии с удивителна лекота. През 1937 г. Дейвънпорт напуска Кеймбридж и се присъединява към Манчестърската група.

Ердьош прекарва лятото на 1938 г. в Будапеща. Кризата с Чехия от 03.09.1938 г. го връща обратно в Англия. След по-малко от месец той заминава за Принстън, тъй като е получил стипендия в Institute for Advanced Study. Ердьош прекарва следващите десет години в Съединените щати. В Принстън Ердьош се запознава с Айнщайн и Гьодел, но не работи с никой от тях⁴. Една година по-късно стипендията на Ердьош е продължена с шест месеца вместо очакваната от него една година. Причината е, че го намират за „недодялан и неконвенционален“. Има известна ирония в това, че Ердьош счита осемнадесетте месеца, прекарани в Принстън, за най-продуктивния период в живота си. В този момент на помощ идва Станислав Улам, математик от полски произход, когото Ердьош познава от Кеймбридж. Също като Ердьош той е считан за дете-чудо и е публикувал ключови резултати преди да е навършил двадесет години. Улам кани Ердьош да изнесе доклад в Медисън, Уисконсин. С това започва тяхното приятелство⁵. Военните години не са леки за Ердьош. Той няма вести от родителите си, а когато такива идват, те са лоши. Баща му умира през август 1942 г., а майка му трябва да се премести в гетото в Будапеща. Четирима чичовци са убити от нацистите.

Въпреки тези нещастни събития, Ердьош продължава да произвежда с невероятна скорост силни математически работи. Той пътува много из Щатите, посещавайки Филадельфия, Purdue, Нотр Дам, Станфорд, Сиракуза, Джон Хопкинс и други места. Пише отлични статии, някои от които в съавторство с математици като Марк Кац, Кай Чунг, Арие Дворецки, Шизуо Какутани, Артър Стоун, Ървинг Каплански, Алфред Тарски, Габор Сегьо, Уилям Фелър, Фриц Херцог. Кореспондирайки той продължава да работи с Дейвънпорт, Чао Ко и Тибор Галаи.

На 02.12.1948 г. Ердьош се завръща в Будапеща след десет години, прекарани в чужбина. Завръщането е горчиво – много приятели са мъртви, но майка му и най-близкият му приятел Пол Туран са живи. По това време Ердьош се запознава

⁴Въпреки това Айнщайн има число на Ердьош 2, дължащо се на асистента му Ернст Щраус, който е много близък до Ердьош.

⁵Улам напуска Медисън през 1943 г. за да се присъедини към физиците в Лос Аламос, Ню Мексико, разработващи атомно оръжие. В един момент Улам предлага на Ердьош да се присъедини към проекта като за целта напише на сънародника си Едуар Телър. Ердьош пише до „професор Едуарде“ (той обича да се шегува с авторитетите) и дори присига в Санта Фе (според Ричард Белман). За съжаление е пропуснал да подпише документ за неразгласяване и не е назначен. Но дори да бе подписал, той вероятно е нямало да бъде назначен. Той вече има досие във ФБР, по причина на един погрешен арест две лета по-рано. Ердьош пътувал с двама приятели в Лонг Айленд, когато решават да спрат за да погледат брега и да си направят снимки. За съжаление пропускат да забележат знака „Преминаването забранено!“. Така се оказват близо до нещо, което изглежда като радиопредавател, но най-вероятно е било секретна радарна станция. Тримата си правят снимки, когато появилият се охранител ги моли да се отдалечат. По-късно той съобщава за „трима подозрителни японци“ (един от тримата е Шизуо Какутани) и приятелите са арестувани още в първия град.

с бъдещата жена на Туран, Вера Шош, както и с петгодишното дете-чудо Миклош Шимоновиц. И двамата ще станат едни от най-близките му съавтори. За съжаление той трябва да прекъсне престоя си, защото режимът по границите се затяга и съществува опасност да не може да напусне Унгария. През февруари 1949 г. Ердьош успява да се измъкне от Будапеща и в следващите години пребивава в Англия и САЩ. Към този период се отнася и неговото елементарно доказателство на закона за разпределение на простите числа, както и диспута със Селберг около това доказателство [2, 5, 4, 9, 10]. През 1951 г. Ердьош е удостоен с Cole Prize of the AMS, която се връчва на всеки четири години за най-добра работа по алгебра, публикувана в американско списание.

През 1952 г. Ердьош сключва изгоден споразумение с University of Notre Dame, католически университет в Индиана. Той трябва да води лекциите само на един клас и има на разположение асистент който да ги поема при нужда⁶.

През 1954 г. Ердьош напуска САЩ за да участва в Международния математически конгрес в Амстердам. Той кандидатства за обратна входна виза за САЩ, но такава му е отказана. Ердьош наема адвокат, но отново му е отказано⁷. Ердьош напуска САЩ без разрешение за връщане, тъй като „нито Сам, нито Джо могат да ограничат правото ми на пътуване“⁸. Винаги оптимист, Ердьош очаква западноевропейските страни да са по-благосклонни и да го оставят да пътува неограничено, но остава разочарован. Холандия му дава само тримесечна виза. С Англия нещата не стоят по-добре. Останал без родина, той е приютен в Израел, където получава работа в Hebrew University, Йерусалим. Ердьош пристига в Израел на 30.XI.1954 г. и оттогава всяка година прекарва известно време там⁹.

През 1955 г. Ердьош успява да се върне за кратко в Унгария. Негов добър приятел, Дьорд Алексич, използва връзки за да убеди властите да не правят спънки при отпътуването му. От този момент нататък Ердьош успява да се връща периодически в Унгария, за да прекарва повече време с майка си и да работи с унгарски математици, най-вече с П. Туран и А. Рени. В тези дни той е единствената връзка на унгарските математици със Запада.

⁶Макар Ердьош да е против организираната религия, той не възразява да преподава в католическо училище. „Единственото нещо, което ме притеснява са многото знаци плюс“, казва той.

⁷Адвокатът успява да прегледа досието на Ердьош, където освен случаят с радарната станция в Лонг Айленд се споменава и кореспонденцията на Ердьош с китайския специалист по теория на числата Ло-Кен Хуа. Последният напуска University of Illinois през 1949 г. за да се завърне в червен Китай. Типично писмо на Ердьош до Хуа изглеждало така: „Драги Хуа, нека p е нечетно просто число. . . “

⁸За да общува с Ердьош човек трябва да знае неговия език. В него често ползвани думи са SF (supreme fascist) – Бог, епсилон – малко дете, епсилон квадрат – внук, шефовете – жените, робите – мъжете, попаднал в плен – оженен, освободен – разведен, отрова – алкохол, шум – музика, епсилон отрова – глътка вино, проповядвам – изнасям лекция, Сам - САЩ, Джо – Русия, Янош – Унгария, Нед – Австралия. Когато някой е „умрял“, това означава, че е престанал да прави математика; когато някой е „напуснал“ това означава, че е умрял. Седрик Смит, статистик от University College, London, си спомня как Ердьош веднъж позвънил у тях. На позвъняването отговорила тъщата на Смит, която Ердьош взел погрешка за съпругата на Смит. Ердьош казал с дълбок глас: „Как сте? Къде е робът Ви? Проповядва ли?“ На което тъщата възмутено отвърнала: „Аз нямам роб . . . “

⁹Ердьош става постоянно пребиваващ в Израел, но запазва унгарския си паспорт. Когато през 1955 г. той отпътува за Европа и кандидатства за обратна входна виза за Израел, е попитан дали не желае да приеме израелско гражданство. Ердьош отказва, обяснявайки, че „не вярва в гражданството“.

От 1964 г. Ердьош пътува навсякъде с майка си. Тя е над 80-годишна, но е в добро здраве и играе с достойнство ролята на кралица-майка на математиката сред многобройните приятели и почитатели на Ердьош. Тя никога не е далеч от заниманията на сина си, поддържа в отличен ред стотиците му препринти и изпраща копия на всички желаещи. Анна Ердьош придружава сина си дори в Австралия и Хавай. Смъртта на Анна Ердьош в Калгари през 1971 г. е тежък удар за Пол, от който никога не се възстановява напълно.

Сблъсъците на Ердьош с официалните власти не са отминали. През 1973 г. в Унгария е организирана конференция по случай 60-годишнината на Ердьош. На приятелите му от Израел е отказана виза. Това така възмуцава Ердьош, че той престава да посещава Унгария и се завръща чак след три години само за да бъде край смъртния одър на приятеля си Пол Туран.

През 1984 г. Ердьош получава Wolf Prize по математика заедно с Шинг-Шен Черн. Към този момент тази награда е считана за най-престижното математическо отличие в света. Учредена е през 1978 г. и се връчва всяка година. Преди Ердьош нейни носители са Израил Гелфанд, Карл Зигел, Жан Льоре, Андре Вейл, Анри Картан, Андрей Колмогоров, Ларс Алфорс, Оскар Зариски, Хаслер Уитни и Марк Крейн. Паричната част от наградата е в размер на \$50000, които Ердьош дарява почти изцяло.

В последните 15 години от живота си Ердьош пътува постоянно и изнася лекции в почти всички точки на света. Продължава да публикува средно по 50 статии на година. През 1991 г. става почетен доктор на Кеймбридж, а година по-късно и на Карловия Университет в Прага. По повод на 80-тия му рожден се провеждат конференции в Кеймбридж, Каламазу, Бока Ратон, Прага, Кестели.

Пол Ердьош умира на 20.09.1996 г. във Варшава по време на минисеместър в центъра „Ст. Банах“.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] M. Aigner, G. Ziegler, *Proofs from the Book*, Berlin-New York, Springer Verlag, 2009.
- [2] N. A. Baas, C. F. Skau, The Lord of the Numbers, Atle Selberg. On His Life and Mathematics, *Bull. of the AMS* **45**(2008), 617–649.
- [3] P. Erdős, Beweis eines Satzes von Tschebyscheff, *Acta Scientiarum Mathematicarum (Szeged)* **5**(1930-32), 194–198.
- [4] P. Erdős, On a new method in elementary number theory which leads to an elementary proof of the prime number theorem, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* **35**(1949), 374–384.
- [5] D. Goldfeld, The Elementary Proof of the Prime Number Theorem: an Historical Perspective, in: *Number Theory*, 179–192, Springer, New York, 2004.
- [6] P. Hoffman, *The Man Who Loved Only Numbers*, Fourth Estate, London, 1998.
- [7] D. König, *Theorie der endlichen und unendlichen Graphen*, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1936.
- [8] S. Ramanujan, A proof of Bertrand's postulate, *Journal of the Indian Mathematical Society* **11**(1919) 181–182.
- [9] A. Selberg, An elementary proof of the prime number theorem, *Annals of Mathematics* **50**(2) (1949), 305–313.

- [10] J. Spencer, R. Graham, The Elementary Proof of the Prime Number Theorem, *The Mathematical Intelligencer* **31**, No. 3, 2009.

Нов Български Университет
ул. Монтевидео 21
1618 София
e-mail: i.landjev@nbu.bg

и
Институт по математика и информатика
Българска академия на науките
ул. Акад. Г. Бончев бл. 8
1113 София
e-mail: ivan@math.bas.bg

THE CENTENNIAL OF PAUL ERDŐS

Ivan Landjev

This note contains a brief description of the life of the famous Hungarian mathematician Paul Erdős.