

**ДИАГНОСТИЧЕН ИНСТРУМЕНТАРИУМ
ЗА ОПРЕДЕЛЯНЕ НА РАВНИЩЕТО
НА ФОРМИРАНИТЕ УМЕНИЯ У ОБУЧАВАНИТЕ
ПО ТЕМАТА „ОБИКНОВЕНИ ДРОБИ“***

Десислава Георгиева

Настоящият доклад представя авторски диагностичен инструментариум по темата *Обикновени дроби*, който може да бъде директно използван или да послужи като шаблон за разработване на нови инструментариуми за прогимназиален и гимназиален етап на основното образование. Посочени са основните стъпки на технологията за конструиране на задачи за висшите когнитивни равнища. Попълнена е *Таблица на спецификациите*, която отразява *процесуалното знание* и *метазнанието*. Разработени са *методически насоки* и *индивидуална бланка за оценка на изследваните умения*. Предоставен е *диагностичният критериален тест*, както и част от решенията и варианти на допълнителни въпроси към последната задача. Една от задачите съдържа решение, в което учениците трябва да открият грешките и да се обосноват. С последната задача се проверяват комплекс от умения за съставяне на математически модел, попълване на таблица, разчитане и коригиране на диаграма, разграничаване на съществена от несъществена информация и съставяне на нови задачи.

Въведение. С цел разработване на диагностичен инструментариум за определяне на равнището на формираните умения са анализирани различни научни източници, свързани с разглежданата проблематика [2, 3, 4, 6, 8]. Използвана е разработената от Х. Милър, Р. Уилямс и Т. Халадина технология за конструиране на задачи за висшите когнитивни равнища [8], която включва следните основни стъпки: подбор на учебното съдържание; формулировка на основната идея; определяне на съответното когнитивно равнище; избор на нова ситуация (стимул); конструиране на тестовите задачи.

Съгласно *Учебната програма по математика за пети клас* (МОН), темата *Обикновени дроби* включва няколко области, но поради ограниченото време на учебния час не могат да бъдат включени отделни задачи за всяка от тях, затова са подбрани обобщаващите – тези които съдържат предходни области. Затова разработеният авторски диагностичен инструментариум обхваща: четирите аритметични действия с дроби; рационално пресмятане на числови изрази; намиране на неизвестно число; задача от ниво *оценка* (от таксономията на Блум), включваща неизвестно,

* **Ключови думи:** diagnostic instrumentarium, higher cognitive levels, methodological guidelines, diagnostic test, problem posing.

участващо в израз, четирите аритметични действия, превръщане в смесено число; решаване на текстова задача, която включва намиране на число по даден процент от него и обработка на информация, зададена с диаграма, и попълване на таблица.

Диагностичният инструментариум включва 10 авторски задачи, разделени в два теста с еднаква степен на сложност. Задачите с номера 1 ÷ 3, 5 са с конструируем (свободен) отговор с ограничена свобода [4], а задачите с номер 4 са с предварително дадено решение, чиято вярност трябва да се провери и обоснове. Част от задачите с номер 5 са с *напълно свободен отговор* – обучаваните трябва да генерират допълнителни въпроси. Използвани са задачи със свободен отговор, защото те позволяват *измерването на висшите когнитивни процеси, комплексни умения и творчески способности* [4, 8]. Изключва се възможността за случайно налучкване на верния отговор, с което се повишава валидността на разработените тестове.

Тъй като проведеното изследване е насочено към определяне на равнището на формираните умения, то в Таблица 1. по модела на Л. Андерсън и Д. Кратхол [1] са отразени *процесуалното знание и метазнанието*. Попълнени са номерата на задачите и подточките, измерващи конкретни умения и съответните когнитивни равнища. С 4.і (Табл. 1) е означен съответният і-ти ред от изложеното в теста решение на Задача 4, което подлежи на оценка и корекция. С първите букви са означени съответните равнища в познавателния процес: З – запомняне, Р – разбиране, П – прилагане, А – анализ, О – оценка, С – синтез.

Тестовите са придружени от методически насоки за използването им [4, 8].

Методически насоки за използване на разработения критериален тест. Тестът по математика е предназначен за ученици от пети клас през втория учебен срок. Разработен е в два варианта с еднаква степен на сложност на задачите.

Измерват се степента на формиране на учебни математически умения по темата *Обикновени дроби* и степента на формиране на надпредметни математически умения.

Тестът е предназначен за цял учебен час. На всеки ученик се предоставя индивидуален тест, върху който той записва решението. Състои се от пет задачи с отворени отговори. Задачи 1 и 3 измерват низшите когнитивни равнища, а задачи 2, 4, и 5 – висшите когнитивни равнища. Чрез първа задача се измерват уменията да извършват четирите аритметични действия с обикновени дроби и смесени числа. Втора задача проверява дали прилагат рационални подходи. Трета задача е за намиране на неизвестен делител и неизвестен множител. Четвърта задача съдържа решение, в което умишлено са допуснати по-често срещаните в решенията на учениците грешки. На всеки ред от решението те трябва да запишат дали действията са извършени вярно, или грешно. Там, където не е правилно, кратко да се обосноват и да запишат вярното.

Решението на пета задача е с най-голям обем, изисква изграждане на математически модел и измерва най-много умения (табл. 1). Тя включва намиране на число по даден процент от него, намиране на част от число, попълване на таблица [5], разчитане и коригиране на диаграма. Задачата умишлено съдържа излишни данни, за да може да се прояви важното за съвременното общество *умение за отсяване на съществената от несъществената информация*. Поради ограниченото време не се изисква да се състави изцяло нова задача, а да се генерират допълнителни въпроси (подзадачи) към дадената [7].

Таблица 1. Таблица на спецификациите

	Умее да:	Познавателен процес					
		З	Р	П	А	О	С
Процесуалното знание	събира дроби с равни знаменатели	1 а)	1 а)				
	събира дроби с различни знаменатели	1 б)		1 б)		4.4	
	изважда дроби с равни знаменатели	1 в)	1 в)				
	изважда дроби с различни знаменатели	1 г)		1 г)			
	умножава обикновени дроби	1д), 3а)	1 д)			4.2	
	дели обикновени дроби	1е) 3а)	1 е)				
	пресмята със смесени числа		3 б)	2 б)			
	правилно пресмята числена стойност на израз с обикновени и десетични дроби				2б)		
	прилага ред на действията в изрази, съдържащи скоби	1 ж)		1 ж)			
	намира неизвестно			3 а)		4.3	
	намира неизвестно, участващо в израз					4.1	
	намира правилно част от число				5		
	записва процентите като дроби				5		
	решава основните задачи, свързани с понятието процент				5		
	попълва таблица						5
	интерпретира информация, зададена с диаграма				5	5	5
Метазнание	отделя съществената от несъществената информация					5	
	разграничава даденото и търсеното				5		
	изгражда математически модел						5
	интерпретира получения резултат и го оценява					4.5	
	рационално събира и умножава					2	
	прилага рационални подходи за решаване на текстови задачи						
	творчески формулира допълнителни въпроси към дадена задача						5
	аргументирано преценява вярност или погрешност на дадено решение					4	
	използва правилно математическата символика	1-5					
	оформя решението ясно и естетично			1-5			

Използва се тристепенна скала за оценка на всяко умение: 0 – не умее да извърши дейността; 1 – недостатъчно умела дейност; 2 – умее правилно да извърши дейността.

Проверяващият нанася резултатите в индивидуална бланка (табл. 2), като срещу всяко умение записва кодирано – 0, 1 или 2.

Критериалните тестове са предназначени за трикратно тестиране [4] в етапите: *Констатираща диагностика* (входящ контрол), *Контролен експеримент* (непосредствено след приключване на педагогическото взаимодействие) и *Отсрочена проверка*.

Тестовите съдържат следните задачи и празни полета, в които ученикът да записва решенията.

Таблица 2. Индивидуална бланка за оценка на изследваните умения

	КЛАС №	код
	Умее да:	
1	събира дроби с равни знаменатели	
2	събира дроби с различни знаменатели	
3	изважда дроби с равни знаменатели	
4	изважда дроби с различни знаменатели	
5	умножава обикновени дроби	
6	дели обикновени дроби	
7	пресмята със смесени числа	
8	правилно пресмята числена стойност на израз с обикновени и десетични дроби	
9	прилага ред на действията в изрази, съдържащи скоби	
10	намира неизвестно	
11	намира неизвестно, участващо в израз	
12	намира правилно част от число	
13	записва процентите като дроби	
14	решава основните задачи, свързани с понятието процент	
15	попълва таблица	
16	интерпретира информация, зададена с диаграма	
17	отделя съществена от несъществената информация	
18	разграничава даденото и търсеното	
19	изгражда математически модел	
20	интерпретира получения резултат и го оценява	
21	рационално събира и умножава	
22	прилага рационални подходи за решаване на текстови задачи	
23	творчески формулира допълнителни въпроси към дадена задача	
24	аргументирано преценява вярност или погрешност на дадено решение	
25	използва правилно математическата символика	
26	оформя решението ясно и естетично	

Първи вариант Име: № клас

1 зад. Пресметнете:

$$\begin{array}{llll}
 \text{а) } \frac{3}{7} + \frac{6}{7} = & \text{б) } \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = & \text{в) } \frac{14}{11} - \frac{5}{11} = & \text{г) } \frac{11}{12} - \frac{3}{8} = \\
 \text{д) } \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{25} = & \text{е) } \frac{5}{9} : \frac{20}{3} = & \text{ж) } \left(5\frac{2}{3} - 3\frac{1}{4} \right) : \left(\frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{4} \right) = &
 \end{array}$$

2 зад. Пресметнете рационално:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } 2\frac{1}{7} + 3\frac{5}{12} + 7\frac{6}{7} + 6\frac{7}{12} = & \text{б) } 5\frac{3}{11} \cdot 0,33 - 5\frac{3}{11} \cdot 0,22 =
 \end{array}$$

3 зад. Намерете x . Направете проверка.

$$\begin{array}{ll}
 \text{а) } \frac{1}{3} : x = 2 & \text{б) } 2\frac{1}{7} \cdot x = \frac{5}{7}
 \end{array}$$

4 зад. Правилно ли е решена следната задача? На всеки ред от решението запишете *вярно* или *грешно* е пресметнато спрямо предходния ред. Там, където е грешно, **обяснете защо и напишете вярното?**

$$\left(x + \frac{1}{3}\right) : \frac{4}{5} = 3$$

$$x + \frac{1}{3} = 3 \cdot \frac{4}{5}$$

$$x + \frac{1}{3} = \frac{12}{5}$$

$$x = \frac{12}{5} + \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{13}{8}$$

$$x = 2\frac{5}{8}$$

5 зад. Собственик на малък хранителен магазин закупил ягоди, банани и 48 кг череша от борсата, като заплатил 480 лв. Черешите са 30% от общото количество плодове. За бананите, които са три четвърти от останалото количество плодове, заплатил 168 лв. Колко килограма ягоди е закупил? Попълнете таблицата. Съответства ли диаграмата на решението? Ако не, как може да се коригира? Поставете допълнителни въпроси.

плодове	череша			общо
дадено по условие				
килограми				



Втори вариант Име: **№** **клас**

1 зад. Пресметнете:

а) $\frac{5}{9} + \frac{8}{9} =$

б) $\frac{1}{2} + \frac{2}{7} =$

в) $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} =$

г) $\frac{7}{6} - \frac{3}{10} =$

д) $\frac{4}{9} \cdot \frac{27}{20} =$

е) $\frac{7}{8} : \frac{21}{4} =$

ж) $\left(2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{5}\right) : \left(2\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) =$

2 зад. Пресметнете рационално:

а) $2\frac{1}{8} + 5\frac{3}{5} + 7\frac{7}{8} + 6\frac{2}{5} =$

б) $13\frac{2}{9} \cdot 5,4 - 11\frac{2}{9} \cdot 5,4 =$

3 зад. Намерете x . Направете проверка с получения резултат:

а) $\frac{7}{6} : x = 7$

б) $\frac{5}{6} \cdot x = 1\frac{2}{3}$

4 зад. Правилно ли е решена следната задача? На всеки ред от решението запишете *вярно* или *грешно* е пресметнато спрямо предходния ред. Там, където е грешно, **обяснете защо и напишете вярното?**

$$\left(x + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} = 4$$

$$x + \frac{1}{3} = 4 \cdot \frac{5}{6}$$

$$x + \frac{1}{3} = \frac{29}{6}$$

$$x = \frac{29}{6} + \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{28}{6}$$

$$x = 5$$

5 зад. Собственикът на малък хранителен магазин закупил моркови, краставици и 24 кг домати от борсата, като заплатил 380 лв. Доматите са 20% от общото количество зеленчуци. За краставиците, които са пет шести от останалото количество зеленчуци, заплатил 160 лв. Колко килограма моркови е закупил? Попълнете таблицата. Съответства ли диаграмата на решението? Ако не, как може да се коригира? Поставете допълнителни въпроси.

зеленчуци	домати			общо
дадено по условие				
килограми				



Решенията на първите три задачи са елементарни и тривиални, затова ще разгледаме само части от решенията на 4 и 5 задача:

4 зад. За първите два реда проверяват и записват *вярно*, а за следващите обясняват:

$$x = \frac{12}{5} + \frac{1}{3} \text{ грешно - неизвестно събираемо } \quad x = \frac{12}{5} - \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{13}{8} \text{ грешно - първо привеждаме под общ знаменател}$$

$$x = 2\frac{5}{8} \text{ грешно - } 13 : 8 = 1\frac{5}{8}$$

5 зад. Последователно намират и попълват таблицата:

30% от $x = 48$ кг ... $x = 160$ кг. Всички плодове са 160 кг.

$$\frac{3}{4} \cdot (160 - 48) = 84 \text{ кг банани}$$

$160 - (48 + 84) = 160 - 132 = 28$ кг ягоди. Собственикът на магазина е закупил 28 кг ягоди.

Попълваме таблицата с получените данни.

плодове	череша	банани	ягоди	общо
дадено по условие	48 кг	$\frac{3}{4} (x - \text{черешите})$		x
килограми	48 кг	84 кг	28 кг	160 кг

На диаграмата бананите са между 40 кг и 60 кг, а ние получихме 84 кг, следователно диаграмата не съответства на решението. Между 40 кг и 60 кг са черешите, следователно те съответстват на първия стълб. Втория стълб над 80 кг показва количеството банани. Третият стълб над 20 кг съответства на ягодите (28 кг). На диаграмата трябва да се разместят етикетите: *череша, банани, ягоди*.

Допълнителни въпроси:

Каква част са ягодите от бананите? Каква част са ягодите от черешите? Каква част са ягодите от общото количество? Колко процента са ягодите от общото количество? Колко процента от общото количество са бананите и черешите? Колко процента от общото количество са бананите и ягодите? ...

В задачата това, което е заплатил, е излишна информация. За да не е излишна, можем да добавим въпросите: Колко струва килограм банани? Колко струва килограм плодове? Колко струват черешите и ягодите? Ако добавим цена на килограм череша 4,00 лв., можем да търсим колко струва килограм ягоди. Кой от плодовете е с най-висока или с най-ниска цена? Можем да добавим нови редове към таблицата с надписи: *цена за килограм и плодовете струват*.

Заклучение. Разработеният тест измерва уменията, заложили в *Учебната програма по математика за пети клас и уменията, необходими за успешната реализация в съвременното общество*, които са изследвани в предходни публикации на автора. Първите три задачи са с конструируем отговор с ограничена свобода, четвърта задача е с предварително дадено решение, чиято вярност трябва да се провери и да се даде предложение за корекция. Последната задача включва изграждане на математически модел, попълване на таблица, разчитане и коригиране на диаграма, разширяване и трансформиране на поставената задача, за това чрез нея се измерват висшите когнитивни равнища.

Диагностичният инструментариум е апробиран с ученици от пети клас, след което е извършен статистически анализ, който доказва неговата надеждност и валидност. Той може да бъде директно използван или да послужи като пример за разработване на други такива.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] L. ANDERSON, D. KRATHWOHL. A taxonomy for learning, teaching, and assessing. A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives. Longman, 2001.
- [2] E. VELIKOVA, R. VASILEVA-IVANOVA. The modernization of mathematics education in Bulgaria. Proceedings of the XV international scientific conference "Orientations and ventures in education", Chlewiska, Poland, 2017.
- [3] М. АНДРЕЕВ. Процесът на обучението – Дидактика. София, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, 1996.
- [4] Г. БИЖКОВ, В. КРАЕВСКИ. Методология и методи на педагогическите изследвания. Шесто преработено и допълнено издание. София, Университетско издателство „Св. Климент Охридски“, 2007.
- [5] С. ГРОЗДЕВ, Д. ДЕКОВ. Експериментални задачи в средното училище с помощта на компютърни таблици. *Математика и информатика*, 4 (2013), 351–367.
- [6] С. ГРОЗДЕВ, П. КЕНДЕРОВ. Изучаване на математиката с нови средства за комуникация. *Математика и математическо образование*, 42 (2013), 167–171.
- [7] С. ГРОЗДЕВ, Д. СТЕФАНОВА. Мотивация при решаване на задачи чрез преформулировка на условията. *Математика и информатика*, 4 (2014), 416–421.
- [8] Ф. СТОЯНОВА. Тестология за учители. София, Атика, 1996.

Десислава Георгиева
Факултет по математика и информатика
Великотърновски университет
бул. „Арх. Георги Козаров“ № 3
5000 Велико Търново, България
e-mail: dmgeorgieva2@gmail.com

DIAGNOSTIC ASSESSMENT TOOLS FOR DETERMINING THE LEVEL OF LEARNERS' FRACTION SKILLS

Desislava Georgieva

This article presents an author's diagnostic toolkit on the topic of *Fractions*, which can be used directly by teachers of mathematics or to serve as a template for the development of new tools for secondary and upper primary stage of education. The main steps of the technology for constructing tasks for higher cognitive levels are outlined. A specification table has been completed to reflect the procedural knowledge and metacognition. Methodological guidelines have been developed for teachers to use the developed criterion test. The first variant of the diagnostic test is provided together with a part of the solutions and variants of additional questions to the last task.