

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКО ОБРАЗОВАНИЕ, 2024  
MATHEMATICS AND EDUCATION IN MATHEMATICS, 2024  
*Proceedings of the Fifty-Third Spring Conference  
of the Union of Bulgarian Mathematicians  
Borovets, April 1–5, 2024*

COMPUTATIONAL THINKING AND EDUCATIONAL  
GOALS IN TWO COMPETITION PAPERS FROM THE  
THIRTY-SECOND CHERNORIZEC HRABAR  
TOURNAMENT\*

Borislav Lazarov<sup>1</sup>, Albena Vassileva<sup>2</sup>

Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences,  
Sofia, Bulgaria

e-mails: <sup>1</sup>lazarov@math.bas.bg, <sup>2</sup>albena@math.bas.bg

The article provides a brief overview of two competition papers from the thirty-second Chernorizec Hrabar tournament. Via examples, the relationship of some types of computational thinking from Weintrop's taxonomy to the covering some specific educational goals in the initial stage of the Bulgarian primary education is examined.

**Keywords:** computational thinking, Chernorizec Hrabar Tournament, Weintrop taxonomy, primary math education.

АЛГОРИТМИЧНО МИСЛЕНЕ И ОБРАЗОВАТЕЛНИ  
ЦЕЛИ В ДВЕ СЪСТЕЗАТЕЛНИТЕ ТЕМИ НА ТРИДЕСЕТ  
И ВТОРОТО ИЗДАНИЕ НА ТУРНИРА „ЧЕРНОРИЗЕЦ  
ХРАБЪР“

Борислав Лазаров<sup>1</sup>, Албена Василева<sup>2</sup>

Институт по математика и информатика, Българска академия на науките,  
София, България

e-mails: <sup>1</sup>lazarov@math.bas.bg, <sup>2</sup>albena@math.bas.bg

В статията е направен кратък обзор на две теми от тридесет и второто издание на турнира *Черноризец Храбър*. Чрез примери е разгледано отношението на някои типове алгоритмично мислене от таксономията на Вайнтроп към постигането на конкретни образователни цели в началния етап на основното образование.

**Ключови думи:** алгоритмично мислене, турнир „Черноризец Храбър“, таксономия на Вайнтроп, начално математическо образование.

**Въведение.** През 2023 г. турнирът *Черноризец Храбър* се проведе за тридесет и втори път, което е показател за траен интерес към тази инициатива. Повече информация за развитието и измеренията на турнира *Черноризец Храбър* може да се

\* <https://doi.org/10.55630/mem.2024.53.149-153>

2020 Mathematics Subject Classification: 97C30, 97D30, 97U40.

намери в статията [1]. Наред с образователните задачи, Турнирът е източник на данни и предоставя платформа за изследователска дейност в областта на математическото образование. Настоящото изследване се явява продължение на разработката [2], посветена на ролята на алгоритмичното мислене (computational thinking) за постигането на конкретни образователни цели в началния етап на основната степен, формулирани в нормативната база [4].

**Теоретична основа и параметри на изследването.** Приемаме алгоритмичното мислене като „мисловните процеси, включени в представянето на решения на задачи, като алгоритми или последователни изчислителни стъпки“ [5, р. 266]. Нашата теза е, че алгоритмичното мислене, заедно с определени дедуктивни умения, е основата, върху която се формира математическо мислене от висок порядък. Поради това създаването на методика за формиране и развитие на алгоритмично мислене (съкратено АМ) намираме за централна тема в математическото образование в началния етап на основната степен. Тук ще представим ролята на една относително тясна област в образователния процес – математическо състезание с избираем отговор – при формиране на първоначални умения и навици за АМ във възрастовите групи 2. и 4. клас.

Ще се опираме на таксономията, предложена от Вайнтроп и колеги [6], която се отнася до АМ в математиката и природните науки. В нея са определени 4 клъстера, всеки от които е разбит на конкретни типове АМ. В Приложение сме изброили онези, които сме наблюдавали в разглежданите тестови единици от състезателните теми.

Статистическите данни са за учениците, явили се в Първа частна математическа гимназия. От тях второкласниците са 60, четвъртокласниците са 109. В краткия дидактически коментар към всяка от разглежданите тестови единици (съкратено ТЕ) се позоваваме на [4] за образователните цели и на таксономията [6] за типовете алгоритмично мислене. В приложението са дадени описания на съкращенията според двата цитирани източника. Повече детайли могат да се намерят в [2].

Структурата на състезателните теми е следната:

– състезателните теми се състоят от ТЕ с условие и 5 варианта за избор на отговор, като точно един от тях е верният;

– 3. и 4. клас работят 90 минути по обща състезателна тема с 20 ТЕ;

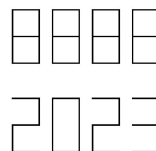
– за второкласници темата е от 15 ТЕ и времето за работа е 60 минути;

– за верен отговор на ТЕ се получават 7 точки; за непопълнен отговор се дават по 3 точки; за грешен избор на отговор не се дават точки.

**Примери.** Ще анализираме няколко примерни тестови единици от състезателните теми на тридесет и второто издание на турнира *Черноризец Храбър*. Привеждаме кратки обосновки за избор на отговор, без да претендираме, че са най-удачните.

**ТЕ 4 за 2. кл.** Колко чертички са изтрети от горния ред, за да се получи долният?

А) 5    Б) 6    В) 7    Г) 8    Д) никое от тези

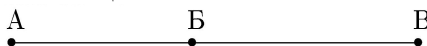


*Отговор.* В.

*Коментар.* Първите 4 ТЕ от състезателната тема са леки и имат за цел да насърчат второкласниците за по-нататъшна работа. От подобни ТЕ има нужда, тъй

като даже на разглежданата ТЕ 23% от участниците не са посочили верния отговор. Конкретната ТЕ се превзема с непосредствено преброяване, което, според статистиката, за второкласниците не е рутинна дейност. Тук могат да са от полза типовете АМ ps3 и da1, чрез които се преследват оц4 и оц5.

**ТЕ 7 за 2. кл.** От точка А до точка В са 2 метра; от точка В до точка В е с 1 метър повече, отколкото от А до В. Костенурката отишла от А до В и се върнала в А. Колко метра е извървяла общо?



- А) 10    Б) 9    В) 8    Г) 7    Д) никое от тези

*Идея.* От точка В до точка В са 3 м, значи АВ е 5 м. Извървеният път е А-В-А, което е 10 м. *Отговор.* А.

*Коментар.* На пръв поглед такава ТЕ не крие никаква дълбока идея, но за второкласници това е трънлива пътека: относително дълъг текст, предварителни подготвителни изчисления, неявно зададена информация. Всичко това изисква алгоритмично мислене от висок порядък за възрастовата група. По таксономията на Вайнтроп това са da2 и da3. Подобно алгоритмично мислене са демонстрирали 68% от участниците, като по този начин се преследва оц3. Разчитането на чертеж и връзката с текстовите данни е насочено към оц5.

**ТЕ 14 за 2. кл.** Кофичката на Ачо се пълни с 3 кофички вода на Бебо. Голямата кофа събира 11 кофички вода на Бебо. Ачо първо изсипал пълна кофичка с вода в празната голяма кофа, после Бебо изпразнил оттам една своя кофичка; отново Ачо налял своя кофичка и Бебо изпразнил своя от голямата кофа. Това продължило до момента, когато Ачо напълнил голямата кофа. Колко свои кофички с вода е изсипал Ачо общо?

- А) 3    Б) 4    В) 5    Г) 6    Д) никое от тези

*Обосновка.* В кофички на Бебо пълненето станало така:

$$3 - 1 = 2 \rightarrow 2 + 3 - 1 = 4 \rightarrow 4 + 3 - 1 = 6 \rightarrow 6 + 3 - 1 = 8 \rightarrow 8 + 3 = 11.$$

Ачо е изсипал 5 свои кофички. *Отговор.* В.

*Коментар.* Това е най-тежката ТЕ в темата. Поначало разчитането на алгоритъм е непосилна задача даже за много средношколци. Тук алгоритъмът има стоп-оператор, което е още по-тежко предизвикателство за алгоритмичното мислене – ps1 и донякъде ps2, ориентирано към оц3 и оц5. Независимо от това 15% от участниците са посочили верния отговор.

**ТЕ 6 за 3. – 4. кл.** Намислих си число. Към него добавих 3. Получения сбор умножих по 4. На произведението размених местата на цифрите и излезе 23. Кое число си бях намислил?

- А) 2    Б) 4    В) 6    Г) 8    Д) никое от тези

*Обосновка.* Отзад-напред  $23 \rightarrow 32 \rightarrow 32 : 4 = 8 \rightarrow 8 - 3 = 5$ . Намисленото число е 5. *Отговор.* Д.

*Коментар.* В тестовата единица се визира оц1. Алгоритъмът е правилно разчетен от 83% от четвъртокласниците, явили се в ПЧМГ. Статистиката показва от една страна, че подобни начини са познати в целевата група и от друга страна, че развитието на АМ от типове ms5 и ps1 е съвсем достъпно за четвъртокласници.

**ТЕ 15 за 3. – 4. кл.** За едно число  $X$  ще означаваме с  $X\uparrow$  най-малкото четно число, което е по-голямо от  $X$ , и с  $X\downarrow$  най-голямото нечетно число, което е по-малко от  $X$ . Например  $2\uparrow = 4$ ,  $11\downarrow = 9$ . На колко е равно  $23\uparrow + 23\downarrow$ ?

А)  $22\uparrow + 20\uparrow$     Б)  $22\downarrow + 24\downarrow$     В)  $20\uparrow + 24\downarrow$     Г)  $24\uparrow + 22\downarrow$     Д) никое от тези

*Обосновка.*  $23\uparrow + 23\downarrow = 24 + 21 = 22 + 23 = 20\uparrow + 24\downarrow$ . *Отговор.* В.

*Коментар.* Изчислителните алгоритми се прилагат в суперпозиция с броенето, което надхвърля обсега на оц1. Верния отговор са посочили 38% от участниците. Още 18% не са отбелязали отговор, което може да тълкуваме като „непознат тип задача“. Алгоритмично мислене от тип ms1 и ms2 е формирано в близо половината от целевата група, т.е. сред голяма част от изявените ученици такова мислене може да бъде развивано.

**ТЕ 18 за 3.– 4. кл.** Кое е възможно най-голямото произведение на естествени числа със сбор 10?

А) 36    Б) 32    В) 48    Г) 24    Д) никое от тези

*Обосновка.* Ако измежду числата има число  $a > 4$ , може да го заменим с 2 и  $a - 2$  – сборът няма да се промени, а произведението ще е по-голямо (проверява се за 5, 6, 7, 8, 9, 10). Ако има събираеми 1 и  $b$ , то заменяйки ги на  $b + 1$  сборът няма да се промени, а произведението ще стане по-голямо. Така ограничаваме възможностите до събираеми/множителни 2, 3 или 4. Проверката показва, че най-голямо произведение е  $3 \cdot 3 \cdot 4 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$ . *Отговор.* А.

*Коментар.* Не знаем дали учениците са обосновавали отговора си по дадения от нас начин. Тестовата единица формално визира оц1, но ние сме я включили, имайки предвид оц4. Краткото условие заобикаля оц5, което дава възможност да се изявява алгоритмично мислене от тип ms3 и ms4. Верния отговор са посочили 10% от явилите се в ПЧМГ четвъртокласници, което определя тестовата единица като най-сложната от темата. За нас поуката е, че за формиране на подобно АМ е рано да се предприемат стъпки.

**Заклучение.** Националното външно оценяване по математика в IV клас съдържа тест с избираем отговор, затова математическите състезания в такъв формат имат пряко отношение към математическото образование в началния етап на основната степен. Наред със състезателния елемент, състезателните теми на турнира „Черноризец Храбър“ имат насочващ характер, което може да стане основа за системно обучение (методика) в отделни направления на математиката. Тук потвърдихме с примери основния извод в изследването (Лазаров 2023): алгоритмично мислене може да се формира и доразвива в ранна възраст, най-вече при изявени ученици по математика. По този начин впоследствие, изграждайки определени дедуктивни умения, изявените ученици могат да формират математическо мислене от висок порядък.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Б. ЛАЗАРОВ. Четвърт век турнир „Черноризец храбър“. Математика и математическо образование. *Математика и математическо образование*, **46** (2017), 101–108.
- [2] Б. ЛАЗАРОВ. Образователни цели и типове алгоритмично мислене в теми от турнира „Черноризец Храбър“ за II – IV клас. *Професионално образование*, Том **25**, бр. 2 (2023), 103–119.
- [3] E. BENESHTI, D. WEINTROP, H. SWANSON, K. ORTON, M. HORN, K. JONA, U. WILENSKY. Computational Thinking in Practice: How STEM Professionals Use CT in Their Work, 2017. San Antonio, Texas: Northwestern University.
- [4] МОН, 2015. НАРЕДБА № 5 от 30.11.2015 г. за общообразователната подготовка. Държавен вестник, бр. 95 [08.12.2015 г.].
- [5] Y. TAVESH, S. ZARKESH. 2020. Computational thinking hackathon. Chapter 4.4. In: Geretschleger, R. (ed.) Engaging Young Students in Mathematics through Competitions – Perspectives and Practices, 2020, 265–271. World Scientific.
- [6] D. WEINTROP, E. BENESHTI, M. HORN, K. ORTON, K. JONA, K. TROUILLE, U. WILENSKY. Defining Computational Thinking for Mathematics and Science Classrooms. *Journal of Science Education and Technology*, **25**, no. 1 (2016), 127–147.

### Приложение

*Образователни цели съгласно с [4]*

- оц1: овладяване на алгоритми за смятане – събиране, изваждане, умножение и деление;
- оц2: формиране на начални умения за измерване и чертане;
- оц3: формиране на умения за описване на ситуации от реалния свят с математически модели;
- оц4: формиране на интерес към математиката;
- оц5: формиране на умения за четене и разбиране на текстове, функциониращи в комуникативната практика (български език).

*Наблюдавани типове алгоритмичното мислене в математиката и природните науки съгласно с [3]*

Работа с данни:

- da1: събиране на данни;
- da2: създаване на данни;
- da3: обработване на данни.

Моделиране и симулации:

- ms1: използване на изчислителни модели за осмисляне на понятия;
- ms2: използване на изчислителни модели за намиране и проверка на решения;
- ms3: оценка на изчислителни модели;
- ms4: проектиране на изчислителни модели;
- ms5: конструиране на изчислителни модели.

Алгоритмични практики при решаване на задачи:

- ps1: подготовка на задача за числено решаване;
- ps2: програмиране;
- ps3: избиране на ефикасни изчислителни средства.