**D1.** Реалните $0<x,y,z<1$ изпълняват $xyz=(1-x)(1-y)(1-z)$. Докажете, че $\frac{1}{4}\leq \max\{(1-x)y,(1-y)z,(1-z)x\}$.

**D2.** $ABCD$ е трапец, $AB\,||\,CD$, $AD=BC=CD<AB$, $O\in AC\cap BD$, $M$ и $N$ са средите съответно на $AO$ и $CD$. Докажете, че $B$, $C$, $M$ и $N$ лежат на една окръжност.

**D3.** Да се реши в цели числа уравнението $(m-n)^2(m+n-1)=4mn$.

**D4.** В държава има $n$ града, някои от които са свързани с двупосочни авиолинии. Има $r>2014$ маршрута с не повече от едно прекачване между двойки различни градове (посоката на движение е важна). Намерете най-малкото възможно $n$ и най-малката стойност на $r$ за това $n$.

**D5.** Нека $a$, $b$, $c$ са положителни реални числа, за които $abc=1$. Да се докаже, че

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)^2+\left(b+\frac{1}{c}\right)^2+\left(c+\frac{1}{a}\right)^2\geq 3(a+b+c+1).$$

Кога се достига равенство?

**D6.** В триъгълник $ABC$ ъгъл $C$ е прав и вписаната окръжност допира $AC$, $BC$, $AB$ съответно в $K$, $L$, $M$. Докажете, че ортоцентърът на $KLM$ лежи на височината през $C$.

**D7.** Редицата $t_1$, $t_2$, … е дефинирана с $t_1=2$ и $t_{n+1}=t_n^2-t_n+1$. Докажете, че ако $m\neq n$, то $t_m$ и $t_n$ са взаимно прости.

**D8.** В квадратна мрежа е оцветена фигура от 100 полéта. Тя може да се раздели по линиите на мрежата на две еднакви фигури, а също и на 25 еднакви фигури. Винаги ли можем да я разделим по линиите на мрежата и на 50 еднакви фигури?

**D9.** Полиномът $P(x)$ с цели коефициенти има поне 3 различни цели корена. Докажете, че $P(x)\pm 1$ няма цели корени.

**D0.** Изпъкнал $n$-ъгълник е разделен на триъгълници непресичащи се диагонали, като във всеки негов връх се събират нечетен брой триъгълници. Да се намерят всички възможни стойности на $n$.