Матбой МБОМ: 04.06.2018

A1. Нека $x > y > z > 0$ и $x + y + z = x^3 + y^3 + z^3$. Сравнете по големина числата $x^6 + y^6 + z^6$ и $x^4 + y^4 + z^4$.

A2. Ако *a, b, c* са положителни числа със сбор 1, докажете $\frac{a-bc}{a+bc}+\frac{b-ac}{b+ac}+\frac{c-ab}{c+ab} \le \frac{3}{2}$.

A3. В триъгълник ABC ъглите при B и C са по 40° и BD е ъглополовяща. Докажете, че $BD+DA=BC$.

A4. Даден е триъгълник ABC, в който $AB>AC$. Ъглополовящата на външния ъгъл при върха A пресича описаната около ΔABC окръжност в точка E. Нека $EF \perp AB, F \in AB$. Да се докаже, че $AF = \frac{1}{2}\left(AB - AC\right)$.

A5. Да се намерят всички прости числа *p, q, r,* такива че $\frac{p}{q}-\frac{4}{r+1}=1$.

A6. Намерете всички двойки цели числа *x*, *y*, за които $x^2\left(y+1\right)+y^2\left(x+1\right)=11$.

A7. Дадени са 2018 точки на една права и една точка извън правата. Колко най-много могат да са равнобедрените триъгълници с върхове в тези точки?

A8. Квадрат е разделен на 49 квадратчета и на всяко е поставен черен или бял шоколадов бонбон. Всяка сутрин Ники изяжда два еднакви бонбона от квадратчета, имащи обща страна или връх, ако това е възможно. Колко бонбона най-много може да си гарантира Ники, каквото и да е разположението им?