C1. Да се докаже, че ако $a,b,c>0$, то

$$\left(a^2+b^2+c^2\right)\left(a+b-c\right)\left(b+c-a\right)\left(c+a-b\right)\le abc\left(ab+bc+ca\right).$$

C2. Даден е остроъгълен разностранен триъгълник *ABC* с ортоцентър *H*. Симетралите на *AC* и *BC* пресичат медианата *CM* съответно в точки *N* и *P*, а $K\in AN\cap BP$.

а) Докажете, че $AKB=2\quad ACB$.

б) Ако $AKB=\quad AHB$, докажете, че $ACK=\quad BCM$.

C3. Намерете всички прости *p*, за които $\dfrac{2^{p-1}-1}{p}=x^n$ за някои естествени числа $n>1$ и x.

C4. Докажете, че има поне 671 съставни числа, чийто десетичен запис се състои от 2011 единици и 1 седмúца.

C5. Съществуват ли безбройно много $(x;y;z;t)$ от естествени числа, за които $x^2+y^2=(x+1)^2+z^2=(x+2)^2+t^2$?

C6. Ще наричаме „ъгълче” квадрат 2×2 без едното му единично квадратче. Правоъгълна таблица $m\times n$ е разчертана на ъгълчета, така че никой по-малък правоъгълник, съдържащ се в таблицата, не е точно запълнен с ъгълчета. Определете всички възможни стойности на $(m;n)$.

C7. В клетките на таблица 8×8 са записани числата 1, 2, ..., 64, но не се знае кое къде е. Може да се пита за сбора на числата в произволни две съседни (по страна) клетки. Винаги ли може ли да се определи кое число е записано във всяка клетка, ако се знае, че 1 и 64 са на главния диагонал? А ако не са там?

C8. Да се намерят всички n, за които таблица с размери $2011\times n$ може да се разреже на правоъгълници, едното измерение на всеки от които е 1, а другите измерения са различни естествени числа.

C9. *CM* и *BP* са височини в остроъгълен триъгълник *ABC*. Права минаваща през центровете на вписаните в *CBM* и *CBP* окръжности пресича страните *AC* и *AB* съответно в точки *X* и *Y*. Докажете, че *AX*=*AY*.

C0. Нека $a<b\le c<d$ са естествени числа, за които $ad=bc$ и $\sqrt{d}-\sqrt{a}\le1$. Да се докаже, че a е точен квадрат.