

Тема на седмицата (27 април – 3 май 2020 г.)

Задача 1. Нека $a \neq -1$ е реално число и $b = 1 + a + a^2$. Да се намерят всички функции $f : \mathbb{R} \setminus \{-a, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ такива, че

$$f\left(\frac{x-b}{x+a}\right) + f\left(\frac{ax+b}{1-x}\right) \equiv x.$$

Задача 2. Ана избира 2020 точки в равнината в общо положение (т.е. никои три от точките не лежат на една права) и оцветява 1010 от тях в синьо, а останалите 1010 - в червено. Целта ѝ е Боб да не може да прекара права ℓ , от всяка страна на която да се намират по точно 505 сини и 505 червени точки. Може ли Ана да попречи на Боб?

Задача 3. Да се докаже, че всички естествени числа n , с изключение на краен брой, могат да се представят като сума на 2020 две по две различни естествени числа $k_1, k_2, \dots, k_{2020}$ такива, че k_i дели k_{i+1} за всяко $i = 1, \dots, 2019$.