

## Тема на седмицата (20-26 април 2020 г.)

**Задача 1.** В триъгълник  $ABC$  точките  $E$  и  $F$  от страните  $AB$  и  $AC$  съответно са равноотдалечени от средата на страната  $AB$ . Описаните окръжности около  $\triangle ABC$  и  $\triangle AEF$  се пресичат за втори път в точка  $P$ , а  $K$  е пресечната точка на допирателните през  $E$  и  $F$  към описаната около  $\triangle AEF$  окръжност. Да се намери  $\angle APK$ .

**Задача 2.** Нека  $p > 3$  е просто число, а  $n$  е естествено число. Да се намери остатъкът при деление на  $p^3$  на

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k \binom{np}{kp}.$$

**Задача 3.** Град с формата на квадрат  $n \times n$  е разделен от улици на квартали  $1 \times 1$ . Улиците в този град са двупосочни – от север на юг и от изток на запад. Човек живее в най-югозападната точка на града и ходи на работа в най-североизточната точка на града. Всяка сутрин той избира такъв път, който никога не завива на юг или на запад и така, че да мине по възможно най-малко улици, по които вече е минавал. Вечер, когато се връща от работа, човекът избира такъв път, който никога не завива на север или на изток и отново така, че да мине по възможно най-малко улици, по които вече е минавал.

Да се докаже, че за  $n$  дни, независимо от конкретните пътища, които избира човекът, той ще е извървял всяка от улиците, тоест ще е минал поне веднъж по всяка от точките на тези улици.