Математически Турнир “Академик Кирил Попов”

Област: Математика

Вид на състезанието: Национално;
Регламент на състезанието. Състезанието се провежда в един ден на два етапа:

- индивидуален етап – темата съдържа:
  - 6 задачи с избираем отговор,
  - 3 задачи, на които трябва да се напише отговора и
  - 1 задача, на която трябва да се напише решението.

  Времето за работа е 75 минути, максималният брой точки е 50.
- отборен етап – темата съдържа 4 задачи, две от които са с изследователски характер. Отборът (не повече от 4 ученици) представя общо решение на всяка задача.

  Времето за работа е 135 минути, максималният брой точки е 50.

Класиране. Класирането е самостоятелно за всеки от етапите и за всеки клас.
Време и място на провеждане. През първите две седмици на месец май в Шумен

Предназначение: За ученици от началното и основното училище.

Възраст на участниците: 8 – 15 години;

Училищна степен: Начална и основна степен: от 2 до 8 клас;

Брой на участниците през последните 3 години: 500 – 600 годишно.

История на състезанието: Първият турнир е проведен през 1986 г. в Шумен. От 1990 до 1994 г. е прекъснат, след което се възобновява с промени в регламента и четири години се провежда във Велики Преслав. Поради разрастването на турнира (възрастови групи и брой участници) от 1999 г. се провежда отново в Шумен. Всяка година в турнира участват между 500 и 600 участници от повече от 20 града от страната. Задачите от състезанието се публикуват в сп. “Математика и информатика”, а през 2005 г. по случай 10-я турнир е издаден сборник “Математически турнир Академик Кирил Попов”. Всяко състезание е съпътствано с културна и туристическа програма. Домакин на състезанието е Природоматематическа гимназия „Нанчо Попович”, Шумен. Главни организатори на състезанието са: СМБ – секция Шумен, РИО на МОН – Шумен.

Финансиране на състезанието: Община Шумен, такси правоучастие.

Задачи от състезанието:

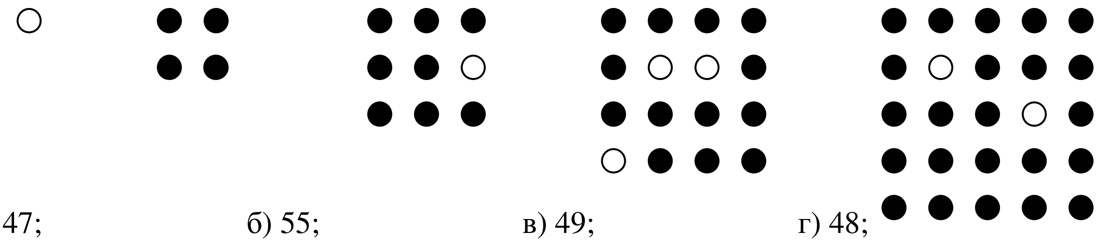
12 – то състезание ШУМЕН, 5 МАЙ 2007

ПЪРВИ ЕТАП, ИНДИВИДУАЛНО СЪСТЕЗАНИЕ
ВТОРИ КЛАС

1. Пресметнете: $\mathbf{3.7 + 18 - 15:3 =}$

а) 22; б) 34; в) 44; г) 23;

2. Веско има бели и черни пулове, които подредил по следния начин. Колко черни пула има той?



а) 47; б) 55; в) 49; г) 48;

3. За **7** шапки костенурката Нети дала **63** лева. Колко лева ще даде костенурката Леби за същите **3** шапки?

а) 12; б) 21; в) 27; г) 9;

4. Една от страните на правоъгълник с обиколка **12** см увеличили с **3** см, а другата намалили с **1** см. Обиколката на получения правоъгълник е:

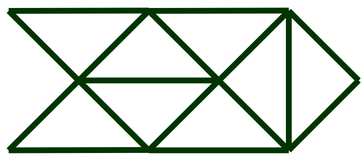
а) 16; б) 14; в) 10; г) 12;

5. Сборът на две последователни четни числа е най-малкото двуцифрено четно число записано с равни цифри. Кое число ще се получи, ако към сбора прибавим по-малкото от двете числа ?

а) 22; б) 12; в) 34; г) 32;

6. Колко триъгълника има на фигурата?

а) 12; б) 10; в) 9; г) 11;



7. Кое число трябва да поставим в квадратчетата така, че да получим вярно равенство?

$$\boxed{21 - \square + 11 + 41 = \square + 65 - 34}$$

Отговор. ....

8. В кутията на Лъки има **2** зелени, **2** розови и **2** жълти дъвки. Колко най-малко дъвки трябва да извадим (без да гледаме) , така че да има сред тях поне **1** розова, **1** зелена и **1** жълта дъвка?

Отговор. ....

9. Днес е **05.05.2007** година. Ако съберем цифрите от датата ще получим **19**. Напишете, кои са трите дати през тази година, на които сборът от цифрите е **28**.

Отговор. ....

Запишете подробно решението на задача 10.

10. Великанът Момо имал **4** вълшебни меча – огнен, воден, земен, небесен. Магията на мечовете се крие в различните им дължини. Огнения и водния меч, взети заедно са дълги колкото небесния меч. Водният е дълъг, колкото общата дължина на огнения и земния меч. Най-сетне е известно, че земния меч има дължина равна на половината на дължината на небесния, който е дълъг **12**м. Определете дължините на останалите мечове.

ТРЕТИ КЛАС

В задачи 1.–6. заградете верния отговор.

1. Новородено пиленце тежи 134 грама. Ако то изяжда всичко, което му приготвят, след една година то ще стане 5 пъти по-тежко. С колко грама ще натежи пиленцето за една година?
А) 536; б) 670; в) 546; г) 804.

2. На дъската са написани три числа. Първото е 27. Второто е с 14 по-голямо от него, а третото е с 18 по-малко от второто. Колко трябва да се добави към сбора на трите числа, за да се получи 100?
а) 8; б) 9; в)18; г) 23.

3. Един клас ученици е подреден в две колони. В колоната на Таня има осем деца пред нея и пет след нея. В другата колона Иван е на седмо място и е точно в средата. Колко деца има в класа?
а) 25 б) 26 в) 27 в) 28

4. Татко Мечок изял третината от един пай. Мама Мецана изяла половината от останалото. Колко е останало?
а) половина; б) третина; в) четвъртина; г) нищо не е останало.

5. Албена, Ангел, Боряна и Богдан имат общо 180 лева. Албена и Ангел имат нари по равно. Боряна и Богдан също имат по равно. Колко лева общо имат Албена и Боряна?
а) 45; б) 100; в) 90; г) не може да се каже.

6. Колко са двуцифрените числа, по-малки от 30, които се делят на сумата от цифрите си?
а) 3; б) 6; в) 7; г) 10.

В задачи 7, 8 и 9 запишете Вашия отговор.

7. На едно дърво са кацнали гълъби и врабчета – общо 47. Внезапно дошли още 12 гълъба и 15 врабчета. Тогава гълъбите и врабчетата станали по равно.
Колко са били гълъбите на дървото първоначално?
Отговор. ....

8. Ирина, Катя, Ана, Лили и Елена живеят в двуетажна къща. Две от тях живеят на първия етаж, а останалите – на втория. Лили живее на различен етаж от Катя и Елена. Ана живее на различен етаж от Ирина и Катя.
Кои живеят на първия етаж?
Отговор. ....

9. Три дъвки и шест кроасана струват 2 лева и 88 стотинки, а седем дъвки и четири кроасана струват 2 лева и 52 стотинки.

Колко стотинки общо струват една дъвка и един кроасан?
Отговор. ....

Запишете подробно решението на задача 10.

10. Докато бил на море Пламен събрал 50 мидички за пет дена. Всеки ден той намирал с три мидички повече от предходния ден. Колко мидички е намерил през петия последен ден от летуването си?

ЧЕТВЪРТИ КЛАС

В задачи 1.–6. заградете верния отговор.

1. Кое е най-дълго?
а) 1000000 мм; б) 10000 см; в)100 дм; г)1 м.

2. Нека А е сборът на нечетните числа, по-големи от 54 и по-малки от 68, а В е сборът на четните числа, които удовлетворяват горните условия. Тогава А – В е равно на
а) 6; б)12; в) 21; г) 51.

3. Ана и Биляна участвали в надбягване. Биляна надбягала 20 други деца, включително Ана. Ана завършила след пет други деца, включително Биляна. Три деца завършили между Ана и Биляна. Намерете броя на участниците.
а) 30; б) 27; в) 25; г) 22.

4. Като съберете цифрите на 2007, получавате 9. За колко години от 21 век (2000-2099г) получавате сума на цифрите 9?
а)10; б) 12; в)32; г) 36.

5. В един двор има само магарета, коне, крави и кокошки. Общо има 60 крака, 16 крила и 6 рога. Конете и магаретата са равен брой. Колко са магаретата?
а) 2; б) 3; в) 4; г) 5.

6. Намерете сбора на първите 30 числа в редицата:
1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, …?

а) 139; б) 140; в) 148; г) 156.

В задачи 7, 8 и 9 запишете Вашия отговор.

7. Три тетрадки и два молива струват 61 стотинки, а две тетрадки и седем молива струват 86 стотинки. Колко стотинки струват една тетрадка и един молив?
Отговор. ....

8. В керван има 28 камили, като всяка носи една, две или три торби. Общо има 50 торби. Камилите, които носят една торба са колкото камилите, които носят по две и по три торби.
Колко камили носят по три торби?
Отговор. ....

9. Нека А, Б, В, и Г са цифри (не задължително различни), такива че АА.ББ=ВВГГ. Намерете сбора А + Б.

Отговор. ....

Запишете подробно решението на задача 10.

10. Група туристи пристигнаха късно в хижата. В кухнята се оказаха продукти за 17 сандвича с шунка и за 31 сандвича с кашкавал. Седем от туристите изядоха по един сандвич с шунка и по един сандвич с кашкавал, петима – по два сандвича с кашкавал, а четирима предпочетоха да не хапват нищо. Всеки от останалите изяде по един сандвич.

От колко души се е състояла групата, ако е известно, че всичките приготвени сандвичи са били изядени?

ПЕТИ КЛАС

В задачи 1.–6. заградете верния отговор.

1. Ако разделим числото 98765432 на 8 коя ненулева цифра НЯМА да се появи в частното?

а) 2 б) 4 в) 8 г) 9

2. Сборът на две десетични дроби е 193,8 , а едната от тях е $\frac{9}{10}$ от другата. По-голямата от двете дроби е:

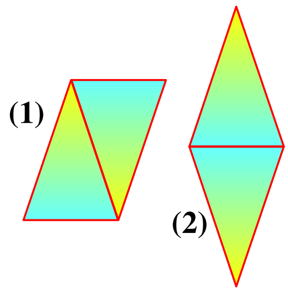
а) 91,8 б) 92,6 в) 102 г) 101,4

3. Последната цифра на числото
1.2.3.4 + 2.3.4.5 + 3.4.5.6 + 4.5.6.7+ 5.6.7.8 + ... +2002.2003.2004.2005 + 2003.2004.2005.2006 е:

а) 4 б) 8

в) 2 г) 0

4. От два еднакви равнобедрени триъгълника първо е съставена фигура **(1)**, а след това – фигура **(2)**. Оказало се, че обиколката на единия триъгълник е с 3 см по-малка от обиколката на **(1)** и със 7 см по-малка от обиколката на **(2)**. Колко сантиметра е обиколката на триъгълника?



а) 13 б) 18

в) 12 г) не може да се определи

5. Телевизорът на Део има канали с номера от 0 до 87. Ако Део започне от канала с номер 16 да натиска бутона на дистанционното управление за повишаване на номера на каналите и го е натиснал 518 пъти, на канал с кой номер се е спрял Тео?

а) 6 б) 7 в) 8 г) 9

6. В един съд има 26 л вода, а в друг – 7 л. Към всеки от двата съда долели еднакво количество вода, така че в единия съд водата станала три пъти повече, отколкото в другия. По колко литра вода е долято във всеки от тях?

а) 2 б) 2,5 в) 3 г)7,5

В задачи 7, 8 и 9 запишете Вашия отговор.

7. В нашия квартал има 20 къщи с гараж, 35 еднофамилни къщи и 40 къщи с градина. Аз и моите двама приятели не живеем в еднофамилни къщи, но имаме и гараж и градина. От всички еднофамилни къщи 5 са с гараж и градина, а 11 са само с градина. Да не забравя – има и 16 къщи, които нямат нито гараж, нито градина, а 4 от тях не са и еднофамилни.

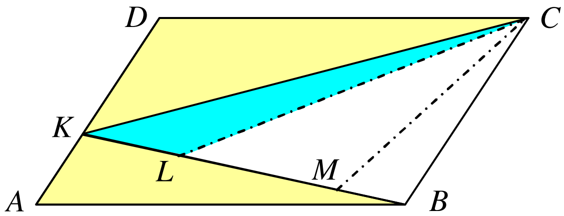
Колко къщи има в нашия квартал?

Отговор. ....

8. Няколко еднакви по численост групи деца посетили по равен брой туристически обекти. Всяко дете при посещение на кой да е от обектите получило рекламна шапка. Знае се, че всяко дете е посетило повече обекти, отколкото е броят на децата в групата, но по-малко, отколкото е броят на групите. Колко обекта е посетила всяка група, ако децата получили общо 1 547 рекламни шапки?

Отговор. ....

9. На чертежа $ABCD$ е успоредник, като $BK = 24$ см. Колко сантиметра е дължината на ML, ако $S_{KLC} = 0,25\ (S_{ABK} + S_{DCK})$ и $12S_{MBC} = S_{ABCD}$?



Отговор. ....

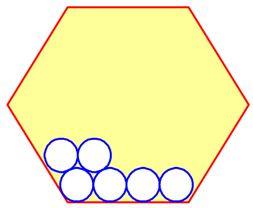
Запишете подробно решението на задача 10.

10. Един ден на Сашо му стана много скучно и той реши да напише три различни цифри a, b и c и да напише след това шестте числа, с помощта на тези цифри. За своя изненада Сашо откри, че $\overline{abc}$ се дели на 2, $\overline{bac}$ се дели на 3, $\overline{acb}$ се дели на 4, $\overline{bca}$ се дели на 5, $\overline{cab}$ се дели на 6, а при делението на $\overline{cba}$ със 7 се получава остатък 5. Намерете числото $\overline{abc}$.

ШЕСТИ КЛАС

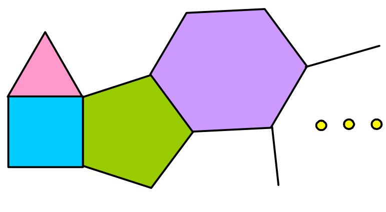
В задачи 1.–6. заградете верния отговор.

1. Колко еднакви монети най-много могат да се наредят на един пласт в класьор както е показано на чертежа?
(Класьорът има форма на правилен шестоъгълник.)



а)16 б) 30 в) 37 г) над 40

2. Правилни многоъгълници, всеки със страна 2, са долепени един до друг. Всеки многоъгълник има с една страна повече от предходния, а последния има 10 страни. Колко е обиколката на получената фигура?



а) 104 б) 100 в) 74 г) 64

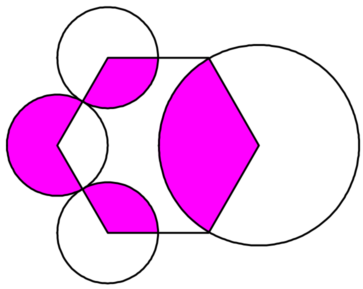
3. В обменно бюро за 22 йени ще получиш 14 динара, за 12 вона – 21 динара, за 10 вона – 3 евро, за 5 лири – 2 евро. Колко йени ще получиш за 24 лири?
а) 24 б) 44 в) 88 г) не може да се определи

4. В началото на срещата отборът по футбол "Лъв" излезе в състав от 11 футболисти , средната възраст на които е 22 години. По време на мача капитанът на "лъвовете" получи червен картон и беше отстранен от игра. Средната възраст на останалите 10 футболисти стана 21 години. На колко години е бил капитанът на отбора?
а)22 б)24 в) 26 г) 30

5. Жени пробяга 5 км със скорост 10 км/ч и 10 км със скорост 5 км/ч. Средната скорост в км/ч за цялата дистанция е
а) 6 б) 6,5 в) 7 г) 7,5

6. Буболечката Буби се движи със скорост 1 см/сек. Тя тръгва от някаква точка в посока север и изминава 1 см, след това завива наляво, т.е. в посока запад и изминава 2 см, след което завива пак наляво, т.е. в посока юг и изминава 3 см и т. н., т.е. всяка отсечка, която изминава Буби е с 1 см по-дълга от предходната отсечка и всеки път завива наляво. В каква посока ще се движи буболечката Буби точно след изпичането на 1 минута?
а) север б) запад в) юг г) изток

В задачи 7, 8 и 9 запишете Вашия отговор.



7. Центровете на три малки еднакви монети и 1 голяма монета са върхове на правилен шестоъгълник. Намерете отношението на оцветената към неоцветената част на четирите монети. (Сборът от ъглите в един шестоъгълник е 360°).
Отговор. ....

8. Намерете сбора на първите 51 естествени числа, всяко от които е взаимно просто с 583.
Отговор. ....

9. Нека a, b и c са три ненулеви цифри. Известно е, че никои две от тях не дават един и същ остатък при деление с 3, а измежду шестте трицифрени числа, записани с помощта на тези цифри, поне четири са четни и поне едно е точен квадрат. Кой е този точен квадрат?
Отговор. ....

Запишете подробно решението на задача 10.

10. В детската градина "Мечо Пух" направили анкета. На въпроса "Какво предпочитате – сок или сандвич?" повечето пожелали сок, по-малко – сандвич, а един отговорил "Затруднявам се да кажа." След това се изяснило, че измежду любителите на сандвичи 70 % предпочитат сандвич с шунка, а 30 % - с кашкавал. Оказало се, че от харесващите сок 56,25 % искат портокалов сок, 37,5 % ябълков, а един отговорил, че се затруднява да каже.
Колко деца са интервюирани в детската градина "Мечо Пух"?

СЕДМИ КЛАС

В задачи 1.–6. заградете верния отговор.

1. Сборът на всички цифри в редицата $1; 2; ...; 100$ е:
а) 901; б) 900; в) 445; г) 551.

2. Ако $\overline{abcd} + \overline{bcd} + \overline{cd} = 2007$, то колко от цифрите a, b, c и d са точни квадрати?
а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

3. Даден е ΔABC, такъв че $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ABC + 30^\circ$. Ако точката D е вътрешна за страната BC и $AC = CD$, то мярката на $\sphericalangle DAB$ е:
а) 12°; б) 20°; в) 15°; г) 30°.

4. За най-големия общ делител на числата 20072007 и 200720072007 е вярно, че:
а) е равен на 9; б) е по-голям от 9 и по-малък от 2007;
в) е равен на 2007; г) е по-голям от 2007.

5. Най-голямото трицифрено число, което има точно три положителни делителя е:
а) 841; б) 961; в) 989; г) 931.

6. За всяко положително число x означаваме с $[x]$ най-голямото цяло число, което е по-малко или равно на x (например $[39,2] = 39; [15] = 15; \left[\frac{5}{7}\right] = 0$ и т.н.). Броят на решенията на уравнението $[x] = \dfrac{3x-1}{7}$ е:
а) 0; б) 1; в) 2; г) 3.

В задачи 7, 8 и 9 запишете Вашия отговор.

7. Числото $2007! = 1.2.3...2006.2007$. Най-голямото число k, за което $2007!$ се дели на 2007^k е:
Отговор. ……………………………………………………………………………………

8. Даден е успоредник $ABCD$. Точките M и N са средите съответно на AD и BC. Ъглополовящата на $\sphericalangle BAC$ пресича MN в точката L. Нека CH $(H \in AB)$ е височината на успоредника, спусната от върха C. Ако $CH = ML = h$ и $AD = LN$, то лицето на успоредника $ABCD$ е:
Отговор. ……………………………………………………………………………………

9. Дадена е отсечката AB. Точката C е между A и B и е такава, че $AC = 4$ и $BC = 7$. В една полуравнина спрямо AB са построени квадратите $ACMN$ и $CBPQ$. AP пресича CQ в точката L. Лицето на четириъгълника $ALMN$ е:
Отговор. ……………………………………………………………………………………

Запишете подробно решението на задача 10.

10. Да се намерят всички двойки цели положителни числа $(a;b)$, за които $7^a = 3\cdot 2^b + 1$.

ОСМИ КЛАС

В задачи 1.– 6. заградете верния отговор.

1. Кои три от графиките на функциите $y_1 = \frac{1}{2}x - 2,\ \ y_2 = 2x - 5,\ \ y_3 = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ и $y_4 = \frac{1}{6}x - \frac{4}{3}$ се пресичат в една точка?

а) y_1, y_2 и y_3; б) y_1, y_2 и y_4; в) y_1, y_3 и y_4; г) y_2, y_3 и y_4.

2. Ако $a < b < c,$ то най-малката стойност на израза $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ е:

а) 0; б) $a+c$; в) a; г) $c-a$.

3. Намислих си едно четирицифрено естествено число, записано с различни цифри. С всяко от числата 3456, 4567 и 5409 намисленото от мен число има точно по три общи цифри, но общите цифри не са на едни и същи места в числата. Кое със сигурност е вярно?

а) цифрата 9 участва в намисленото число;
б) намисленото число започва с цифрата 6;
в) цифрата 0 не участва в намисленото число;
г) намисленото число завършва на 5.

4. Нека $a,\ b$ и c са естествени числа, такива че $a^2 + b^2 = c^2$. Ако $a > 5$ е просто число, то не винаги е вярно, че:

а) $2b = a^2 - 1$; б) $a^2 - b = c$; в) $60|(bc)$; г) $5|c$.

5. Даден е ΔABC. Точките P и Q, съответно от страните BC и AC, са такива че $BC = 3BP$ и $2AC = 3AQ$. Медианата $CM\,(M \in AB)$ на ΔABC пресича PQ в точка N. Отношението $CN : NM$ е равно на:

а) $2:3$; б) $3:4$; в) $4:5$; г) $3:2$.

6. В равенството $\overline{abcd} + 2007 = \overline{efgh}$ на буквите a, b, c, d, e, f, g, h отговарят различни цифри. Най-голямата възможна стойност на числото $\overline{efgh}$ е:

а) число, по-голямо от 9000; б) число от интервала $(8000;9000]$;
в) число от интервала $(7000;8000]$; г) число, по-малко от 6000.

В задачи 7, 8 и 9 запишете Вашия отговор.

7. Сборът на всички решения на уравнението $|x^2 - 2| = |2x - 1|$ е:

Отговор. ....

8. Даден е трапец $ABCD$ $(AB \| CD,\ AB > CD)$. Точките M и N са среди съответно на AD и BC. Ъглополовящата на $\sphericalangle BAC$ пресича MN в точка L. Нека $CH\,(H \in AB)$ е височината на трапеца спусната от върха C. Ако $CH = ML = h$ и $AD = LN$, то лицето на трапеца е:

Отговор. ....

9. Броят на решенията на числовият ребус $\overline{aaa}\cdot\overline{abbc}=\overline{ddeeed}$, в който на еднаквите букви отговарят еднакви цифри и на различните букви отговарят различни цифри е равен на:
Отговор. ....

Запишете подробно решението на задача 10.

10. Точката N е средата на страната AC на триъгълника ABC и $\angle ABN=15°$. Точката M е вътрешна за триъгълника и такава, че $\angle AMC=90°$, $\angle MCA=75°$. Ако $AM=10$, да се намери разстоянието между центровете на описаните около ΔABM и ΔACM окръжности.

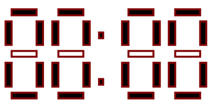
ВТОРИ ЕТАП, ОТБОРНО СЪСТЕЗАНИЕ

Време за работа 135 мин.

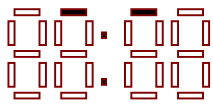
ВТОРИ КЛАС

Задача 1. Часовник

Здравко имал електронен часовник и често поглеждал към него. Той установил, че в [00:00] не светят само отсечките в средата (фиг.1). Кажете на Здравко, колко минути отсечките показани на фиг.2 ще светят заедно, във времето от [02:00] до [03:00] сутринта.



Фиг.1

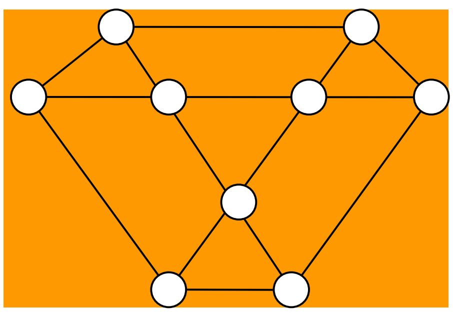


фиг.2

Задача 2. Бонбони

Карлсон има 3 кутии с бонбони,в които има общо 21 бонбона. Във втората кутия има 4 пъти повече бонбони от първата. А в третата са повече от колкото в първата и по-малко от втората. По колко бонбони има във всяка кутия?

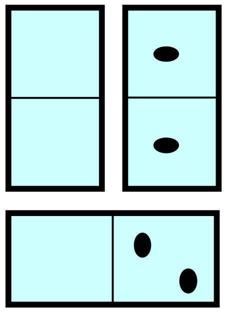
Задача 3. Девет числа

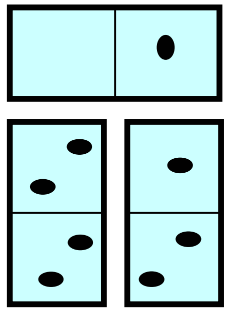


Деветте кръгчета на фигурата са върхове на четири малки и три големи триъгълника. Да се впишат в тези кръгчета числата от 1 до 9 така, че сумата от числата във върховете на всеки един от тези седем триъгълника да е една и съща.

Задача 4. Домино

В играта „Домино” има 28 плочки. Три от тях са наредени както е показано на фигурите и се е получило интересно събиране:





$$\begin{array}{c} 01 \\ \underline{01} \\ 02 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} 01 \\ \underline{21} \\ 22 \end{array}$$

Подредете от 3 плочки на доминото 5 такива фигурки, така че сборът на най-долния ред да бъде 33. А сега ги начертайте.

ТРЕТИ КЛАС

Задача 1. Бонбони

Ангел Боби и Веско изяли общо 7 бонбона, като всеки от тях изял поне един бонбон. Ангел изял най-много, а Веско – най-малко бонбони. Колко бонбона е изял Боби?

Обосновете отговора си.

Задача 2. Колекция

Мая и Рая колекционират марки. Мая има два пъти повече марки от Рая. Ако Мая даде на Рая 60 марки от своите, тогава те ще имат по равен брой марки.

Колко марки има първоначално Мая?

Задача 3. Магьосници

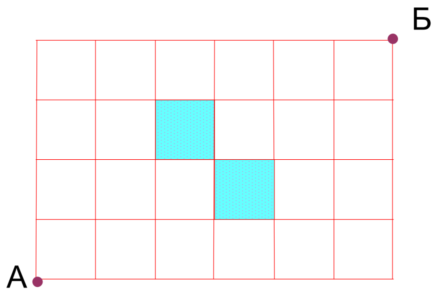
В училището за вълшебства "Хогуортс" се провежда Съвет на учителите – магьосници. На съвета някой забелязал, че всички присъстващи магьосници са на възраст трицифрено число, произведението от цифрите на което е 8.

От колко най-много членове може да е съставен съвета, ако е известно, че няма магьосници на една и съща възраст?

Задача 4. Маршрути

Схемата е план на градина с алеи. Защрихованите квадрати са участъци в ремонт и движение на страните им не се позволява (включително и върховете).

Колко са възможните маршрути от А до Б , ако е разрешено движение само по алеите надясно и нагоре?



ЧЕТВЪРТИ КЛАС

Задача 1. Сбор на цифри

Сборът на всички цифри, използвани за написването на естествените числа от 11 до 15 включително е 20. Да се намери сборът на цифрите, използвани за написването на естествените числа от 1 до 111 включително.

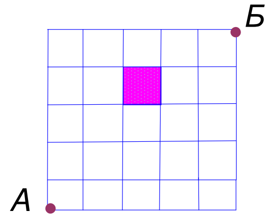
Задача 2. Подялба

Едно наследство трябвало да се разпредели между пет братя. Според завещанието, най-големият получава половината и още 1 лев. Вторият брат получава половината от останалото и още 2 лева, третият – половината от останалото и още 3 лева, четвъртият брат – половината от останалото и още 4 лева. За петия брат останали 500 лева. Колко е било цялото наследство?

Задача 3. 2007

Намерете всички представяния на числото 2007 като сбор на не повече от 20 последователни естествени числа.

Задача 4. Маршрути



Схемата е план на градина с алеи. Защрихованият квадрат е участък в ремонт и не се разрешава движение по страните му (включително върховете).

Колко са възможно най кратките маршрути от А до Б?

ПЕТИ КЛАС

Задача 1. Аквариум

Разполагате с всички материали, необходими да направите “аквариум” без рязане – лист, лепило и линийка. Аквариумът трябва да събира поне 1 565 милилитра, но не повече от 1 705 милилитра вода.

Направете модела и опишете накратко хода на работата си.

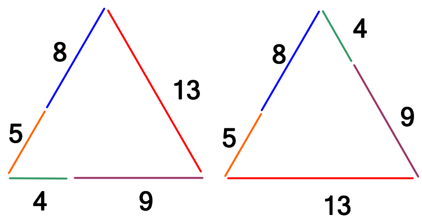
Задача 2. Подялба

Едно наследство трябвало да се разпредели между пет братя. Според завещанието, най-големият получава половината и още 1 лев. Вторият брат получава половината от останалото и още 2 лева, третият – половината от останалото и още 3 лева, четвъртият брат – половината от останалото и още 4 лева. За петия брат останали 500 лева. Колко е било цялото наследство?

Задача 3. Операция

Даден е квадрат 3х3 и във всяко малко квадратче са написани нули. Извършва се следната операция: прибавяме 1 във всяко от малките квадратчета на всеки квадрат 2х2. След няколко такива операции изтриваме числата в ъгловите квадратчета и в централното квадратче. Останалите четири числа са 9, 10, 12 и 13. Намерете числото в централното квадратче преди изтриването.

Задача 4. Кибритени клечки



От клечки с дължина 4 см, 5 см, 8 см, 9 см и 13 см може да се направи равностранен триъгълник, както е показано на фигурата. Няма да правим разлика между триъгълници с една и съща дължина на страната, когато само са разменени местата на клечките.

Има седем клечки, съответно с дължини 1 см, 2 см, 3 см, 4 см, 5 см, 6 см и 7 см.

Колко различни равностранни триъгълници могат да се направят от тези клечки (или част от тях), без да се чупят, застъпват или стърчат?

ШЕСТИ КЛАС

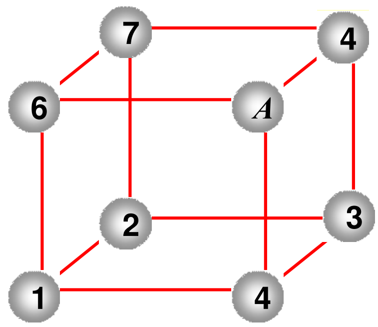
Задача 1. Триъгълни числа

Числата 1, 3, 6, 10, 15,... са известни като триъгълни и всяко от тях се получава по формулата $\frac{n(n+1)}{2}$, където n е естествено число. За коя стойност на n се достига:

а) най- малкото трицифрено триъгълно число;

б) най-голямото триъгълно число, което е по-малко от 2007 ?

Задача 2. Във върховете



Във всеки връх на куба вдясно е написано число. За един ход се разрешава към двете числа, принадлежащи на един и същ (кой да е) ръб, да се прибави по 1. След няколко хода всички числа били равни.

Намерете стойностите на ***А***, за които това е възможно.

Задача 3. Цифри

На колко е равен сборът от цифрите на числото $\underbrace{11\ \ldots\ 11}_{9\text{ цифри}} \cdot \underbrace{11\ \ldots\ 11}_{18\text{ цифри}}$?

Задача 4. Подреждане

а) Поставете 6 точки на 4 отсечки така, че на всяка отсечка да има по 3 точки.

б) Начертайте 5 равни по дължина отсечки така, че на всяка отсечка да има по 4 точки от общо 10.

в) Начертайте 6 отсечки така, че да разположите 9 точки, по 3 върху всяка отсечка.

г) Начертайте 6 отсечки и разположете 12 точки така, че на всяка отсечка да има по 4 точки.

д) Наредете 24 стола в 6 реда, по 5 стола в ред.

СЕДМИ КЛАС

Задача 1.

Числата a и b са такива, че уравнението $\left(2x-a^2-b^2\right)^2+\left(x-ab\right)^2+\left(x-1\right)^2=0$ има решение. Да се намерят a и b и да се реши даденото уравнение.

Задача 2.

Даден е триъгълник ABC, в който точката M е среда на BC и $\angle BAM=15^\circ$. Ако височината на ΔABC, спусната от върха C е равна на h и лицето на ΔABC е равно на h^2, да се намерят ъглите на ΔABC.

Задача 3.

Отсечката $AL\left(L\in BC\right)$ е ъглополовяща в правоъгълния триъгълник ABC. Върху хипотенузата му AB е взета точката M така, че $\angle ALM=90^\circ$. Да се докаже, че $AM<BM+AC$.

Задача 4.

Съществуват ли цели положителни числа x, y и z такива, че $x^2+y^3+z^3=2^{2007}$?
Отговорът да се обоснове!

ОСМИ КЛАС

Задача 1.

Реалните числа a и b са такива, че уравнението $\left(a^2+3b^2\right)x^2-\left(4a+6b\right)x+7=0$ има за корен числото 2007. Да се намерят числата a и b и да се реши даденото уравнение.

Задача 2.

а) Да се докаже, че за всяко естествено число m съществува естествено число n такова, че числото n^2+9n-6 се дели на 2^m;

б) Да се намерят всички двойки от естествени числа x и y, за които $x^2+9x-6=2^y$.

Задача 3.

Върху страната AB на триъгълника ABC са взети произволни точки M и N. Ако точките G,G_1 и G_2 са медицентровете съответно на триъгълниците ABC,ANC и BMC, да се докаже, че G,G_1 и G_2 лежат на една права.

Задача 4.

Да се намерят всички двойки цели числа x и y, такива че $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{2007}.$

Резултати: При максимален сбор точки – 50 през 2007 г. средният резултат на участниците в индивидулния етап е около 34, а в отборния етап – 31.
За всяко състезание резултатите на всички състезатели и отбори по задачи и сумарно се публикуват на електронната страница на ПМГ „Нанчо Попович", Шумен – www. Pmg.com

Адрес за кореспонденция: Мадлен Христова, 054 – 830 335, 0888768402
Бул. „Плиска", №2, ап. 16, Шумен

E-mail: madlen@gbg.bg