

## XXVII МЕЖДУНАРОДЕН ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Есенен тур

Тренировъчен вариант за 10. – 12. клас

*Резултатът се определя от трите задачи, по които са постигнати най-високи резултати.*

---

точки    задача

- 3            1. Може ли два точни куба да се разположат между два поредни точни квадрата? С други думи, има ли целочислено решение неравенството  $n^2 < a^3 < b^3 < (n + 1)^2$ ?
- 3            2. Дадена е отсечка с дължина  $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ . Може ли с помощта на линейка без деления и пергел, да се построи отсечка с дължина 1?
- 4            3. Дадени са шест монети, една от които е фалшива (ралична по тегло от останалите). Как може да се намери фалшивата монета с три претегляния, ако всяко претегляне отчита общото тегло на теглените монети?
- 2            4. На страните на правоъгълен триъгълник  $ABC$  са построени външно квадрати с центрове  $D, E, F$ . Докажете, че отношението на лицата на триъгълниците  $S_{DEF}/S_{ABC}$  е:
  - 2            а) по-голямо от 1;
  - 2            б) не по-малко от 2.
- 5            5. На маса лежи куб. След няколко претъркулвания (през ръб), кубът се оказва на първоначалното си място, обърнат нагоре със същата стена, както в началото. Възможно ли е горната стена да се е завъртяла на 90 градуса спрямо началното си положение?