XXVII МЕЖДУНАРОДЕН ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Есенен тур

Тренировъчен вариант за 7. – 9. клас

Резултатът се определя от трите задачи, по които са постигнати най-високи резултати.

точки	задача	
3	1.	Даден е триъгълник ABC. Точките M_1, M_2 и M_3 са среди съответно на AB, BC и AC, а H_1, H_2 и H_3 са пети на височините към AB, BC и AC. Докажете, че отсечките H_1M_2, H_2M_3 и H_3M_1 могат да образуват триъгълник.
3	2.	Първоначално във всеки връх на куб е записано число. За един ход всяко число се заменя със средното аритметично на числата, които са записани в трите му съседни върха (замяната става едновременно). На дестия ход във всеки връх на куба се оказва отново числото, което е записано там в началото. Следва ли оттук, че всички числа са равни?
4	3.	Единична отсечка е разделена на 11 отсечки, дължината на всяка от които не надхвърля . При кои стойности на може да се твърди, че всеки три от тези отсечки могат да образуват триъгълник?
4	4.	Шахматна фигура се мести на 8 или 9 полета в хоризонтално или вертикално направление по дъска 15×15, като във всяко поле може да се постави най-много по един път. Колко най-много полета може да обходи фигурата? (Няма ограничение от кое поле да започне обхождането.)
5	5.	Дадени са шест монети, една от които е фалшива (ралична по тегло от останалите). Как може да се намери фалшивата монета с три претегляния, ако всяко претегляне отчита общото тегло на теглените монети?