28. ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур,

10. – 12. клас, тренировъчен вариант

(Резултатът се определя от трите най-добре решени задачи.)

точки	задачи
3	1. Полетата на дъска 9×9 са шахматно оцветени, като ъгловите полета са бели. Колко най-малко топа трябва да се поставят на дъската така, че те да застрашават всички бели полета? (Топът застрашава всички полета от реда и стълба, в който се намира.)
4	2. Многочлент x^3+px^2+qx+r има три корена в интервала $(0;2)$. Докажете неравенството $-2<p+q+r<0$.
4	3. Права се допира до окръжност с център O в точка A. На правата е избрана точка B и е построен образът $A'B'$ на отсечката AB при ротация с център O. Докажете, че правата през допрните точки A и A' разполовява отсечката BB'.
4	4. Редица от нули и единици е образувана по правилото: в k-та позиция се записва нула, когато сборът от цифрите на числото k е четен, а единица, когато сборът от цифрите на числото k е нечетен. Докажете, че редицата не е периодична. (Началото на редицата е: 1010101011010101001...)
3	5. а) Торта има форма на тъпоъгълен тръгълник Δ_1, в който тъпият ъгъл е два пъти по-голям от един от острите ъгли. Кутията за тортата е с формата на триъгълник Δ_2, като Δ_1 и Δ_2 са симетрични спрямо някоя права. Как да се разреже тортата на две части, които могат да се сложат в кутията (без да се обръщат с глазурата надолу)?
4	б) Същата задача за торта с форма на триъгълник с ъгли $20°$, $30°$, $130°$.