

28. ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур,

7. – 9. клас, основен вариант

(Резултатът се определя от трите най-добре решени задачи.)

точки задачи

- 3 1. Дадено е естествено число N . За да определи най-близкото до \sqrt{N} цяло число, Петър намира най-близкия до N квадрат на естествено число a^2 и приема, че a е търсеното число. Винаги ли е верен отговорът на Петър?
- 4 2. На страните на квадрат със страна 1 са означени точките K , L , M и N така, че отсечката KM е успоредна на две от страните на квадрата, а отсечката LN е успоредна на другите две страни. Отсечката KL отрязва от квадрата триъгълник с обиколка 1. На колко е равно лицето на триъгълника, който отрязва от квадрата отсечката MN ?
- 5 3. Катя избрала двадесет последователни естествени числа, записала ги едно след друго в някакъв ред и така получила числото M . Лили избрала двадесет и едно последователни естествени числа, записала ги едно след друго в някакъв ред и така получила числото N . Възможно ли е Катя и Лили да получат равни числа, т.е. $M = N$?
- 6 4. В изпъкнал n -ъгълник са построени някои диагонали (които могат и да се пресичат) така, че никои три диагонала не се пресичат във вътрешна точка на многоъгълника. По този начин многоъгълникът е разбит на триъгълници. Колко най-много могат да са триъгълниците?
- 7 5. Намерете всички растящи аритметични прогресии с членове прости числа със свойството: броят на членовете на прогресията е краен и по-голям от разликата на прогресията.
- 8 6. В четириъгълника $ABCD$ страните AB , BC и CD са равни, а точка M е среда на AD . Известно е, че $\angle BMC = 90^\circ$. Намерете ъгъла между диагоналите на четириъгълника $ABCD$.
- 5 7. В своята каюта капитан Врунгел подредил в кръг разбъркана колода от 52 карти, като оставил едно свободно място. От палубата матрос Фукс, без да знае разположението на картите, назовава произволна карта. Ако тази карта е до свободното място, Врунгел я премества там, без да каже на Фукс. Иначе не прави нищо. После Фукс назовава друга карта и така колкото пъти иска, докато каже 'стоп'.
 - 5 а) Може ли Фукс да играе така, че накрая всяка карта да се намира различно от първоначалното си място?
 - 5 б) Може ли Фукс да играе така, че накрая асо пика да не е до свободното място?