28. ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур,

7. – 9. клас, тренировъчен вариант

(Резултатът се определя от трите най-добре решени задачи.)

точки	задачи	
4	1.	Митко нарисувал петолъчка, като начертал 5 отсечки без да вдига молива от листа. Той забелязал, че построените отсечки разделят петолъчката на 5 еднакви триъгълника и петоъгълник. Следва ли от това, че петоъгълникът е правилен (т.е. с равни ъгли и равни страни)?
4	2.	На дъската са записани две 2007-цифрени числа. Известно е, че от двете числа могат да се изтрият по 7 цифри така, че получените числа да са равни. Докажете, че в дадените числа могат да се вмъкнат по 7 цифри така, че отново да се получат равни числа.
4	3.	Колко най-малко топа трябва да се поставят на шахматна дъска 8×8 така, че всички бели полета да са застрашени от тях? (Топът застрашава всички полета от реда и стълба, в който се намира.)
4	4.	Дадени са три ненулеви реални числа със свойството: в какъвто и ред да се поставят тези числа като коефициенти на квадратен тричлен, тричленът има реален корен. Вярно ли е, че всеки от възможните тричлени има положителен корен?
1	5.	а) Торта има форма на тръгълник Δ_1, в който един ъгъл е три пъти по-голям от друг. Кутията за тортата е с формата на триъгълник Δ_2, като Δ_1 и Δ_2 са симетрични спрямо някоя права. Как да се разреже тортата на две части, които могат да се сложат в кутията (без да се обръщат с глазурата надолу)?
4		б) Същата задача за торта с форма на тъпоъгълен триъгълник, в който тъпият ъгъл е два пъти по-голям от един от острите ъгли.