

XXIX МЕЖДУНАРОДЕН МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур, ТРЕНИРОВЪЧЕН ВАРИАНТ за 10. – 12. клас

(Резултатът се формира от трите задачи, по които са събрани най-много точки.)

точки задачи

- 4 1. Дадени са 30 карти, на десет от които е записано числото a , на други десет – числото b , и на останалите десет – числото c (числата a , b , c са две по две различни). Известно е, че за всеки пет карти могат да се изберат други пет така, че сборът от числата, написани на десетте карти, да е 0. Докажете, че едно от числата a , b , c е равно на 0.
- 5 2. Възможно ли е най-малкото общо кратно на естествените числа $1, 2, \dots, n$ да е 2008 пъти по-голямо от най-малкото общо кратно на числата $1, 2, \dots, m$?
- 5 3. В триъгълника ABC с прав ъгъл при връх A точка M е среда на BC , а H е пета на височината през A . Права през M , перпендикулярна на AC , пресича описаната около AMC окръжност в точка P . Докажете, че отсечката BP разполовява отсечката AH .
- 5 4. Дадени са изпъкнал многоъгълник и квадрат. Известно е, че както и да се разположат две копия на многоъгълника вътре в квадрата, ще се намери обща за двете точка. Докажете, че както и да се разположат три копия на многоъгълника вътре в квадрата, ще се намери обща и за трите точка.
- 6 5. Дадена е таблица (виж чертежа). Позволено е да се разместват редовете, а също да се разместват стълбовете (в произволен ред). Колко различни таблици могат да се получат по този начин от дадената таблица?
- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 7 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 6 | 7 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 | 6 | 7 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 2 | 3 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 |