XXIX МЕЖДУНАРОДЕН МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур, ТРЕНИРОВЪЧЕН ВАРИАНТ за 7. – 9. клас

(Резултатът се формира от трите задачи, по които са събрани най-много точки.)

точки	задачи
3	1. Даден е изпъкнал шестоъгълник $ABCDEF$ с успоредни срещуположни страни ($AB \| DE$, $BC \| EF$ и $CD \| FA$). Ако $AB = DE$, докажете, че $BC = EF$ и $CD = FA$.
5	2. Дадени са 10 равни отсечки в равнината. Всички пресечни точки са оцветени. Всяка оцветена точка разделя всяка от дадените отсечки, на които лежи, в отношение $3 : 4$. Колко най-много са оцветените точки?
5	3. Дадени са 30 карти, на десет от които е записано числото a, на други десет – числото b, и на останалите десет – числото c (числата a, b, c са две по две различни). Известно е, че за всеки пет карти могат да се изберат други пет така, че сборът от числата, написани на десетте карти, да е 0. Докажете, че едно от числата a, b, c е равно на 0.
6	4. Намерете всички естествени числа n, за които $(n+1)!$ се дели на сбора $1!+\ldots+n!$. ($k!$ е произведението на естествените числа от 1 до k включително).
	5. Полетата на дъска 10×10 са оцветени в червен, син или бял цвят. Всеки две полета с обща страна са различно оцветени. Червените полета са точно 20.
2	а) Докажете, че от дъската винаги могат да се изрежат 30 правоъгълника, всеки от които е съставен от две полета – бяло и синьо.
2	б) Покажете пример на оцветяване, при което от дъската могат да се изрежат 40 такива правоъгълника.
2	в) Покажете пример на оцветяване, при което не могат да се изрежат повече от 30 такива правоъгълника.