XXX МЕЖДУНАРОДЕН МАТЕМАТИЧЕСКИ ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Есенен тур, ТРЕНИРОВЪЧЕН ВАРИАНТ за 7. – 9. клас

(Резултатът се формира от трите задачи, по които са събрани най-много точки.)

точки	задачи
3	1. В 10 кутии са сложени моливи така, че всеки две кутии съдържат различен брой моливи. Всеки два молива от една и съща кутия са различни по цвят. Докажете, че от всяка кутия може да се избере по един молив така, че измежду избраните моливи да няма едноцветни.
3	2. Дадени са петдесет естествени числа, половината от които не надхвърлят 50, а останалите са по-големи от 50, но не надхвърлят 100. Разликата на никои две от дадените числа не е 0 или 50. Намерете сбора на петдесетте числа.
4	3. В окръжност с радиус 2 е вписан остроъгълен триъгълник $A_1A_2A_3$. Докажете, че на дъгите A_1A_2, A_2A_3, A_3A_1 може да се избере по една точка (съответно B_1, B_2, B_3) така, че лицето на шестоъгълника $A_1B_1A_2B_2A_3B_3$ да е равно като число на периметъра на триъгълника $A_1A_2A_3$.
4	4. Дадени са три различни естествени числа, едно от които е равно на полусбора на другите две. Възможно ли е произведението на тези три числа да е точна 2008-а степен на естествено число?
4	5. Няколко спортисти стартирали едновременно от единия край на права писта, като всеки бягал с различна (но постоянна) скорост. В края на пистата спортистите моментално се обръщали и хуквали обратно със същата скорост и т.н. Известно време след старта, всички спортисти се оказали в една и съща точка на пистата. Докажете, че им предстоят и други такива срещи.