XXX МЕЖДУНАРОДЕН ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ
Пролетен тур, ТРЕНИРОВЪЧЕН ВАРИАНТ за 10. – 12. клас

точки	задачи
3	1. С $a \wedge b$ означаваме числото a^b. За определяне на реда на операциите в израза $7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7$ трябва да се поставят скоби (необходими са пет двойки скоби). Визможно ли е скобите да се поставят по два различни начина, но стойностите, които се получават, да са равни?
4	2. В равнината са дадени краен брой точки, никои три от които не лежат на една права. Някои точки са свързани с отсечки. Известно е, че всяка права, която не минава през някоя от дадените точки, пресича четен брой от построените отсечки. Да се докаже, че всяка точка е край на четен брой отсечки.
4	3. За всяко естествено число n с $O(n)$ означаваме неговия най-голям нечетен делител. За произволни естествени числа a и b разглеждаме редицата от естествени числа, зададена с равенствата $x_1 = a$, $x_2 = b$, $x_n = O(x_{n-1} + x_{n-2})$ за $n = 3, 4, \dots$. а) Да се докаже, че от известно място нататък всички членове на редицата са равни на едно и също естествено число. б) Как може да се определи това естествено число, ако знаем числата a и b?
4	4. Върху права са написани няколко нули и няколко единици. Разглеждаме всички двойки цифри (не непременно съседни), за които лявата цифра е 1, а дясната е 0. Нека M е броят на онези от разглежданите двойки, за които единицата и нулата са разделени от четен брой цифри и нека N е броят на на онези от разглежданите двойки, за които единицата и нулата са разделени от нечетен брой цифри. Да се докаже, че $M \geq N$.
4	5. Във вътрешността на тетраедър е избрана произволна точка X. През всеки връх на тетраедъра е построена права, която е успоредна на правата, минаваща през X и медицентъра на срещуположната на този връх стена. Да се докаже, че тези четири прави се пресичат в една точка.