

XXX МЕЖДУНАРОДЕН ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

Пролетен тур, ТРЕНИРОВЪЧЕН ВАРИАНТ за 7. – 9. клас

точки задачи

- 3 1. В изпъкнал 2009-ъгълник са построени всички диагонали. Права пресича 2009-ъгълника, като не минава през нито един негов връх. Да се докаже, че правата пресича четен брой диагонали.
- 4 2. С $a \wedge b$ означаваме числото a^b . За определяне на реда на операциите в израза $7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7 \wedge 7$ трябва да се поставят скоби (необходими са пет двойки скоби). Възможно ли е скобите да се поставят по два различни начина, но стойностите, които се получават, да са равни?
- 4 3. Владо иска да напише по едно число на всяка от стените на няколко кубчета така, че да може да получи всяко 30-цифрено число, като подреди някои от кубчетата едно до друго. Колко най-малко кубчета са му необходими?
- 4 4. Като увеличим естественото число a с 10%, получаваме естествено число b . Възможно ли е сборът от цифрите на b да е с 10% по-малък от сбора на цифрите на a ?
- 5 5. Даден е ромб $ABCD$, за който $\angle A = 120^\circ$. Точките M и N от страните BC и CD са такива, че $\angle NAM = 30^\circ$. Да се докаже, че центърът на описаната около $\triangle NAM$ окръжност лежи на диагонал на ромба.