XXXI МЕЖДУНАРОДЕН ТУРНИР НА ГРАДОВЕТЕ

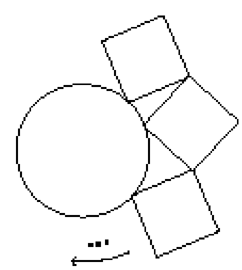
Есенен тур, ТРЕНИРОВЪЧЕН вариант, 7. – 9. клас

(Резултатът се определя от трите най-добре решени задачи.)

Задача 1. (3 *точки*) Може ли квадрат да се разреже на 9 квадрата и те да се оцветят така, че да има един бял, три сиви и пет черни квадрата, като при това едноцветните квадрати са еднакви, а всеки два разноцветни квадрата имат различни страни?

Задача 2. (4 *точки*) Дадени са 40 теглилки: 1 g, 2 g, ... , 40 g. Десет теглилки с четна маса са сложени на лявото блюдо на везна и след това десет теглилки с нечетна маса са сложени на дясното блюдо на везната. Ако двете блюда на везната се уравновесяват, докажете, че в някое блюдо има две теглилки, чиито маси се различават с точно 20 g.

Задача 3. (4 *точки*) На маса е поставен картонен кръг с радиус 5 см. Докато е възможно, Петър поставя картонени квадрати със страна 5 см извън кръга така, че да са в изпълнени условията:



1) един връх на всеки квадрат лежи на границата на кръга;
2) квадратите не се припокриват;
3) всеки нов квадрат има общ връх с поставения преди него.

Намерете броя на квадратите, които може да постави Петър и докажете, че първият и последният от тях също имат общ връх.

Задача 4. (5 *точки*) Седемцифрен код ще наричаме *хубав*, ако е съставен от седем различни цифри,. Паролата на един сейф е хубав код. Известно е, че сейфът се отваря, ако се въведе хубав код, някоя цифра на който съвпада със съответната поредна цифра на паролата. Има ли метод за отваряне на сейф с неизвестна парола с по-малко от 7 опита?

Задача 5. (5 *точки*) На нов сайт се регистрирали 2000 потребители. Всеки от тях поканил 1000 (от регистрираните на сайта) да станат приятели. Двама стават приятели, само ако всеки от тях е поканил другия. Най-малко колко приятелски двойки има на сайта?